

Zadania 1. série letnej časti, kategória 8–9

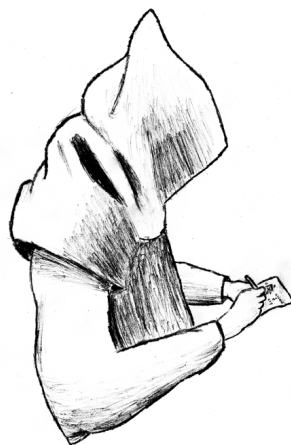
Tomas si nikdy nepredstavoval, že jeho život raz naberie takéto obrátky. Kedysi bol manažérom spoločnosti, ktorá vyrábala terapeutické pomôcky pre zranených. Vždy ho bavila veda, a keď mu učitelia v Štátnej škole č. 1 odmietali odpovedať na otázky, študoval sám zo starých kníh a pevných diskov. Neskôr vynášiel revolučnú pomôcku, ktorá mohla uľaviť od bolesti mnohým, ktorí si nemohli dovoliť na trhu chýbajúce medikamenty. Keď však venoval stotisíc svojich výrobkov vojnovým veteránom, začali mu dochádzať výhražné listy a úrady odmietali spolupracovať. Už vtedy mohol vedieť, kam to dospeje – do väznice Temnošklab.

Väzenie Temnošklab bolo najprísnejšie stráženou budovou Mechanickej ríše. Posielali sa tam len najhorší a najnebezpečnejší zločinci. Každý občan Mechanickej ríše sa bál Temnošklabu ešte viac ako pozornosti Tribunálu, ktorý v poslednom čase čoraz častejšie zatýkal obyvateľov na nejasné rozkazy tajomného Robota, kráľa celého impéria.

Bol pokojný deň a občania sa práve trúsili do ulíc za prácou. Počasie bolo pochmúrne, ale to bol vždy, pretože Tribunál mal absolútnu moc nad riadením celej stanice Centrus, v ktorej sa nachádzalo srdce ríše.

Vnútri Temnošklabu, hlboko pod Podlažím Nula, ktoré na stanici fungovalo ako zem, sa nachádzali kobky väzňov. V jednej cele bolo zavretých sedem mužov vo väzenských kapucniach a čakalo na predvolanie pred súd, medzi nimi aj Tomas. Nechovali si žiadne nádeje o svojom osude, pretože každý vedel, že súdy Mechanickej ríše používajú spravodlivosť iba ako nástroj, ktorý sa už vekmi pokrivil a otupil. Jeden z nich sa však neprechádzal nervózne ako ostatní, ale niečo si kreslil na papier.

„Čo to máš?“ opýtal sa ho Tomas. Tajomná postava mu mlčky ukázala papier. Jednalo sa o plánik väznice, ale Tomas si najprv všimol zaujímavú vec.



Úloha S1: Plánik Temnošklabu

Toto poschodie väzenia sa skladalo z chodieb, ktoré tvorili strany a uhlopriečky konvexného štvoruholníka. Chodby na obvode boli potiahnuté zeleným kobercom, uhlopriečkové zasa červeným. Tomas si všimol, že celková dĺžka červeného koberca bola menšia ako celková dĺžka zeleného koberca. **Platí to však pre každý konvexný štvoruholník? Nezabudni svoje riešenie zdôvodniť.** Poznámka: Konvexný štvoruholník je taký štvoruholník, ktorého všetky vnútorné uhly sú menšie ako 180° .

„Nemysli si, že sa ti podarí ujsť,“ povedal opovržlivo Tomas. „Sme hlboko pod zemou, zavretí za stenami z Klokworkbetónu, ktorý sa sám opravuje a dá sa zničiť iba výbušnou

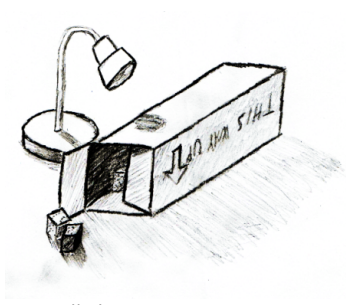
zmesou Kombinátor.“ Postava však odkiaľsi vytiahla dve škatule. To už sa ku nim nahrnulo aj zvyšných päť väzňov a zvedavo sa dívali, ako im ukázal nádoby plné nebezpečnej výbušniny naukladanej v kockách. Vlastne, celkom plné neboli...

Úloha S2: Skladovanie výbušniny

Kombinátor bol rozdelený do malých kociek s rozmermi $1 \times 1 \times 1$ cm. Pred vstupom do Temnošklábu boli uskladnené v krabici s výškou 1 cm a štvorcovou podstavou, pričom táto krabica nimi bola úplne naplnená. Aby však unikli zraku dozorcov, premiestnili ich všetky do dvoch krabíc ktoré sa dali lepšie schovať: modrej v tvare kvádra s rozmermi $1 \times 1 \times 2$ cm a červenej v tvare hranola s podstavou 2×2 cm. Modrú krabicu pritom zaplnili celú (teda dali do nej dve kocky). **Dokážte, že nech boli strana podstavy pôvodnej krabice a výška červenej krabice akékoľvek, po preložení všetkých kociek nebola červená krabica zaplnená celá (ešte by sa do nej dali naukladať nejaké kocky).**

Neznámy zrazu vstal a začal kocky Kombinátora rozkladať okolo steny cely. Ďalší väzeň, Alex, ho chcel zastaviť, ale s prekvapením zistil, že neznámy je neskutočne silný. Potom sa stačilo vrhnúť za spartánske postele a aktivovať výbušninu rádiovým signálom. Keď Alex videl, ako celá jedna stena zmizla, schmatol neznámeho za plece a začal kričať: „Zbláznil si sa? Veď celé toto miesto je v zábere kamier! Teraz nás chytia a na mieste popravia!“

„Upokoj sa,“ povedal chladne neznámy. „Dýchaj zhlboka. Musíš si uvedomiť, že bezpečnostný systém Temnošklábu postupne degradoval. Už nie sme väznení stenami a vojakmi, ale vlastným zúfalstvom. Vieš vôbec, ako málo tu je strážnikov?“



Úloha S3: Strážnici

Vo väzení pracovali ľudskí a robotickí strážnici. Strážnici boli zavretí v operačnej miestnosti, kde sa pozerali na obrazovky. Každú obrazovku sledoval práve jeden strážnik. Každý strážnik pritom sledoval rovnako veľa obrazoviek ako ľubovoľný iný strážnik. Keď sa obmedzoval rozpočet väzenia, 10 strážnikov dostalo výpoveď a ich obrazovky si rovnomerne rozdelili ostatní strážnici, pričom každý strážil o 1 obrazovku viac. Po pár týždňoch však prišla epidémia počítačového vírusu a všetkých 15 robotických strážnikov prestalo fungovať. Ich obrazovky si ľudskí kolegovia opäť rozdelili rovnomerne, takže každému pribudli 3 obrazovky na stráženie. **Koľko strážnikov bolo vo väzení na začiatku a koľko teraz?**

Nečakajúc na odpoveď, neznámy iba pokynul ostatným a vybral sa po chodbe. Tomas ho ihneď dobehol a opýtal sa: „Kto si? Ako je možné, že si dokázal prepašovať Kombinátor? Odkiaľ toho toľko vieš o zabezpečení Temnošklábu? Čo sa vlastne snažíš docieľiť?“ Neznámy iba zavrčal a povedal hlbokým, škrípavým hlasom: „Nie všetci vo väzení sme spáchali zločin, a nie každý sa vzdal nádeje na spravodlivosť.“ Opäť vykročil, pričom postupne otváral cely ústiace do chodby. Avšak otváral ich akýmsi podivným spôsobom, akoby už dopredu vedel, koho bude potrebovať...

Úloha S4: Otváranie ciel

Vo väzení bolo 1000 ciel, ktoré boli očíslované číslami 1, 2, 3, 4, ..., 1000. Neznámy chcel otvoriť iba cely s takými číslami, aby sa ani jedno z čísel zatvorených ciel nerovňalo súčtinu iných dvoch čísel zatvorených ciel. **Koľko najmenej ciel musel neznámy otvoriť? Akým spôsobom to mohol urobiť?**

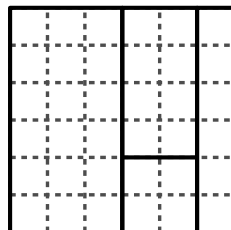
Z cieľ postupne opatrne vykúkali a vychádzali dezorientovaní väzni – ľudia aj automaty. Neznámy sa pred nich postavil a zavolať: „Občania! Nie ste väzňami právom a už vôbec nie v mene spravodlivosti, ale iba kvôli rozmaru a potrebe démonického Tribunálu. Zbavte sa však okov vo svojich myšliach a ukážte, že sa ich viete zbaviť aj v realite! Nesmieme sa dať ďalej využívať ako bábky Robota a hrať mu svojou bezmocnosťou do karát! Temnošklab sa nachádza priamo v srdci Mechanickej ríše. Útok z tohoto smeru by nikdy neočakávali. Vyjdime von, strhnime ľudí na svoju stranu a zvrhneme vládu, ktorá neslúži ľuďom, ale iba sama sebe!“

Odpoveďou mu bolo nadšené hulákanie, rinčanie a rev. Tomas sa prebojoval davom a pristúpil ku postave: „Kto si?“ „Volaj ma Pán R.“ povedal neznámy a vydal sa chodbami Temnošklabu. Konečne sa dostali ku vytúženému východu, ktorý bol však zapečatený a strážený trezorovými dverami s ovládacím panelom. Pán R. ku nemu pristúpil a pohrdavo vyhlásil:

„Robot sa priveľmi začal spoliehať, že uveríme v jeho silu a postupne rozobral celé zabezpečenie kedysi obávnej pevnosti Temnošklab. Pozrite, na aký jednoduchý hlavolam vsádza svoju bezpečnosť!“

Úloha S5: Východ

Na ovládacom paneli bol štvorec 6×6 rozdelený na štvorčeky 1×1 . Môžeme naň ľubovoľne umiestňovať *útvary* – obdĺžniky či štvorce s dĺžkami strán 1, 2, 3, 4, 5 alebo 6. Nemôžeme umiestniť dva útvary s rovnakými dĺžkami strán (napríklad ak použijeme obdĺžnik 2×3 , ďalší 2×3 ani 3×2 nemôžeme použiť, ale napríklad 6×1 alebo 2×2 áno). Cieľom je pozakryvať celý pôvodný štvorec *aspoň* dvoma útvarmi. **Aký je najmenší možný rozdiel obsahov najväčšieho a najmenšieho použitého útvaru? Nezabudni pre tento rozdiel dokázať, že je najmenší možný a nájsť konkrétny príklad rozmiestnenia útvarov.** Poznámka: Pre príklad na obrázku je rozdiel najväčšieho a najmenšieho útvaru: $3 \times 6 - 2 \times 2 = 18 - 4 = 14$.



Dvere sa so sykotom otvorili a väzni vedení tajomným Pánom R. pristúpili ku svetlu. Stačilo urobiť pár krokov a budú voľní...

Kdesi v obrovskej temnej sále sa postava v dlhom čiernom plášti pochmúrne zasmiala, keď uvidela správu, že došlo k nezaregistrovanému otvoreniu hlavnej brány Temnošklabu. „Tí úbožiaci pokúšajúci sa o útek netušia, čo ich čaká...“



Podarí sa Tomasovi získať slobodu? Kto je tajomný pán R.? Podarí sa im spoločne zvrhnúť Robota? Rieš aj druhú sériu a dozvieš sa. Krásne Vianoce a veľa dobrých (nielen) matematických nápadov v novom roku prajú vedúci Pikomatu.

Svoje riešenia najneskôr **12. februára 2018**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamena objaví jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat