

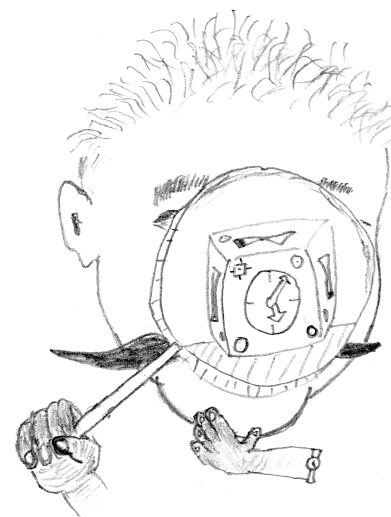
## Zadania 1. série letnej časti

Kvasostrojič Semikolonov si pevnejšie pritiahol svoje modré rondo z Turecka, ktoré mal uviazané okolo krku, a rozliadol sa po útrobach továrne. Honosná prijímacia hala plynulo prechádzala do nekonečných výrobných pásov, ktoré zaberali celé prvé podlažie – prvé podlažie z mnohých.

Výrobné linky boli pekne naskladané vedľa seba, pri každej hromada obsluhujúcich automatov a zopár dozorcov, ktorí sa v normálnom prípade starali o úhľadné strúhanie, hobľovanie, zváranie, odlievanie a balenie času. Žiaľ, toto nebol normálny prípad a továreň na čas bola plná iba mŕtveho ticha, ktoré kde-tu prerušil dupot nôh nejakého zamestnanca, ktorý sa ponáhľal okolo.

„Pán inšpektor Semikolonov! Som rád, že ste už prišli!“ pristúpil ku Kvasostrojičovi vysoký, mohutný chlap v obleku a priateľsky sa usmieval, no Kvasostrojič ho zarazil:

„Ako to, že toto miesto nie je pod uzávierkou? Kde-kto sa tu preháňa a my už nemáme šancu zistiť, kto kde bol, keď sa pokazila výrobná linka!“ „Ale snáď to nie je také zlé,“ ospravedlňoval sa chlap. „Ved' sú to len zamestnanci, oni za nič ne-“ „Tak napríklad, čo ak sabotér ušiel tamtým výťahom? Ako by ste zistili, kde ten výťah medzitým bol?“ „Eh... spýtam sa recepčnej?“



### Úloha 1: Lapaj výťah **5 6 P**

Výťah jazdil na poschodia s číslami 1 až 14. Recepčná privolala všetkých 10 ľudí, ktorí výťah používali od doby znefunkčnenia továrne. Tí sa usporiadali do poradia, v akom použili výťah a vypovedali takto:

1. Nastúpil som a vyšiel som o 3 poschodia nahor.
  2. Tam som nastúpil ja a zišiel som na poschodie s presne 4-krát menším číslom.
  3. Tam som nastúpil ja a vyšiel som o 3 poschodia nahor.
  4. Ja som si výťah musel privolať a potom som zišiel o 10 poschodí nadol.
  5. Tam som nastúpil a vyšiel som na poschodie s presne 2-krát väčším číslom.
  6. Ja som si výťah musel privolať a vyšiel som na poschodie s presne 7-krát väčším číslom.
  7. Tam som nastúpil ja a vyšiel som o 4 poschodia nahor.
  8. Tam som nastúpil ja a vyšiel som o 2 poschodia nahor.
  9. Ja som si výťah musel privolať a zišiel som na poschodie s presne 5-krát menším číslom.
  10. Tam som nastúpil ja a vyšiel som o 3 poschodia nahor.
- Pri vyšetovaní sa tiež zistilo, že výťah stál na každom poschodí práve raz. **V akom poradí navštívil výťah všetky poschodia?**

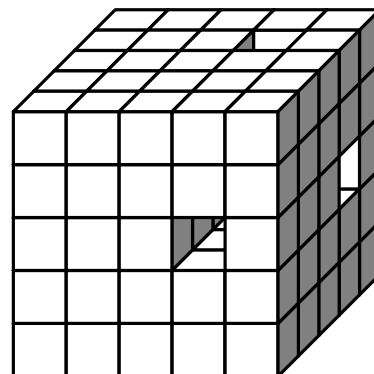
„No dobre, výťah je asi v pohode,“ poznamenal Kvasostrojič. „Ale vy, pane...“ nervózne pozrel na chlapa, ktorý ho privítal. „Bartolomej Tastromy, k službám,“ predstavil sa chlap. „Som riaditeľom továrne na čas a myslím, že za poruchou nie je nijaký človek, skôr zlyhala technika.“

„Hmmm,“ zabručal Kvasostrojič. „Môžete mi teda ukázať, ako tu balíte čas? A fuj, koľko času zahnusíte tým odporným sopľovým náterom?“

### Úloha 2: Zmaľované **5 6 7 P S**

Čas je zabalený v malých kockatých krabičkách. Z hĺby takýchto krabičiek v továrni zlepili veľkú kocku  $5 \times 5 \times 5$  krabičiek. Potom si vybrali jednu krabičku vnútri veľkej kocky (čiže takú, čo nie je na jej povrchu) a miesto, kde sa nachádza, nazvali *priesečník*.

Následne z veľkej kocky odobrali krabičky tak, aby cez kocku vznikli tri priame tunely, ktoré všetky prechádzali *priesečníkom* (jeden možný vzhlád kocky je na obrázku). Napokon tento zlepenc ponorili do odpudivo zelenej farby. **Aký mohol byť počet malých kockatých krabičiek, ktoré mali zafarbenú aspoň jednu stenu? Nezabudni nájsť všetky riešenia.**



Bartolomej prevrátil očami: „Hlavne nám tie balenia nezababrite, niektorým sa tá farba páči.“ „Nuž, pán Tastromy, v čom je teda hlavný problém továrne?“ „Žartujete? Nevyrábame čas. Máme ho dosť na zopár týždňov, ale keď sa minie, na celej Zemi už nebude času nazvyš. A následky toho sú nemysliteľné.“ „Aha, a ako presne vyzerá štandardný proces výroby?“

### Úloha 3: Päťročnica **5 6 7 8 9 P S T K**

„Nuž, naša továreň na čas pozostáva z troch sekcií. Každý deň spracúva každá sekcia práve jednu zo štyroch surovín A, B, C, D, potrebných na výrobu času. Na plánovanie používame plánovaciu tabuľku, ktorá má tri stĺpce (jeden stĺpec pre každú sekciu) a toľko riadkov, na koľko dní plánujeme (jeden riadok pre každý deň). V každom políčku je potom napísaná tá surovina, ktorú v daný deň spracúva daná sekcia.

Pre správne fungovanie strojov je potrebné, aby v *každom* štvorci  $2 \times 2$  políčka tabuľky bola každá surovina napísaná práve raz.“

Príklad plánovacej tabuľky na 5 dní je na obrázku. **Koľko rôznych plánovacích tabuliek sa dalo vyrobiť, ak sa plánovalo na:**

**5 6 7 P S**: 5 dní?

**8 9 T K**:  $N$  dní, kde  $N$  je celé číslo väčšie ako 1?

	Sekcia 1	Sekcia 2	Sekcia 3
Deň 1	A	B	A
Deň 2	C	D	C
Deň 3	B	A	B
Deň 4	C	D	C
Deň 5	B	A	B

„Ahááá,“ zatiahol Kvasostrojič chápavo po ďalšej polhodinke vysvetľovania. „Čiže vy ste si rozplánovali dávkovanie času, ale keď sa minú zásoby, budete nahratí. Dobre tomu rozumiem?“ „Všetci budú nahratí,“ opravil ho Bartolomej. „Čas je, verte či neverte, celkom potrebný pre život.“

„Je teda načase zistiť, koľko času tu ešte máte,“ vykročil Kvasostrojič do riadiacej jednotky. „A, hm... v čom vlastne meriate zásoby času?“

„Neviete?“ zasmial sa Bartolomej, ktorý ho predbehol, aby mu odomkol prístup do tmavej komory plnej počítačov a displejov. „Predsa v čakárňach! Jedna čakáreň vystačí jednému človeku asi na 30 miliónov rokov, teda desiatim miliardám ľudí približne na deň.“

A uchovávame ich v piatich rôznych skladoch, každý má na starosti jeden počítač. Ale...“ zarazil sa. „Občas je ťažké z nich vydolovať zrozumiteľné odpovede.“

#### Úloha 4: V čakárni **5 6 7 8 9 P S T K**

V továrni sú čakárne uložené v piatich skladoch. Počty čakární v skladoch sú *rôzne* prirodzené čísla menšie ako 10 (nula nie je prirodzené číslo). Každý sklad je riadený vlastným počítačom. Počítač klame práve vtedy, keď je v jeho sklade párný počet čakární. Počítače postupne povedali:

Počítač A: Dokopy máme 15 čakární.

Počítač B: Všetci hovoríme pravdu.

Počítač C: Ja mám dvakrát toľko čakární čo B.

Počítač D: Aspoň traja z nás klamú.

Počítač E: Ja mám presne dve čakárne.

**Ktoré počítače klamú? Koľko rôznych počtov čakární mohli mať v továrni dokopy?**

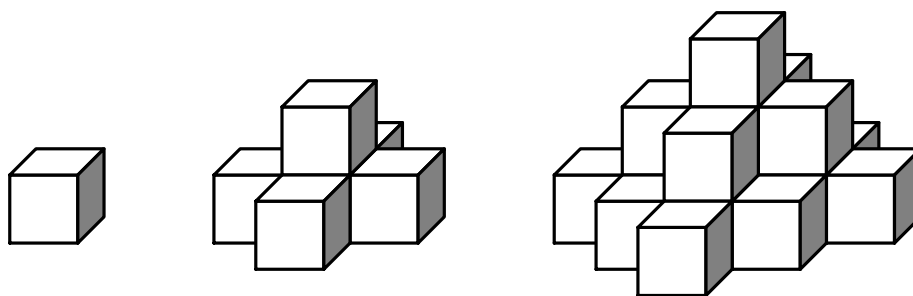
„No, to sme sa veľa nedozvedeli,“ zamrmlal Kvasostrojič. „Možno by sme sa radšej mohli pozrieť na to, ako je čas v čakárňach poukladaný,“ usmieval sa Bartolomej. „Ktovie, snád z toho budeme múdrejší.“

#### Úloha 5: Čas faraónov **7 8 9 S T K**

Kockaté balenia času sa v čakárňach ukladajú do tvaru pyramídy postupne v „cibuľovitých“ vrstvách ako na obrázkoch:

- Prvú vrstvu tvorí jedna kocka položená na zemi.
- Druhá vrstva pozostáva z piatich kociek priložených vždy presne jednou stenou k jednej stene kocky z prvej vrstvy.
- Každá ďalšia vrstva vznikne tak, že sa doterajšia pyramída zvonka „obstaví“ kockami – ku každej vonkajšej stene doterajšej pyramídy sa stenou priloží kocka novej vrstvy.

**Koľko kociek obsahuje  $N$ -tá vrstva, ak  $N$  je prirodzené číslo?**



„Hahaha, toto je úplne zbytočné,“ rozosmial sa Kvasostrojič. „Vykašlime sa na to počítanie a poďme radšej zisťovať, čo spôsobilo ten nedostatok času. Hej, Bartolomej, čo sa vám tu tak môže pokaziť?“

„Ehhhhhh, chladiče?“ vychlíl Bartolomej, ani si neuvedomujúc, čo sa ho spýtali. Kvasostrojič pokynul: „Nuž, zaveď ma k nim!“ Potom sa zľutoval nad nechápajúcim Bartolomejom, vystrčil k nemu sáčok krowiek a zažmurkal: „Zober si päť.“ Bartolomej vyzeral, že ho tento neočakávaný akt rozhodil ešte viac, tak radšej vykročil a začal vysvetľovať, ako fungujú chladiče.

### Úloha 6: Doba ľadová 10 **7 8 9 S T K**

„Máme tu 10 chladičov, v ktorých sú ako chladiaca kvapalina použité bielka dračích vajec. Počty bielok v jednotlivých chladičoch sú celé čísla od 1 do 10, pričom sú navzájom všetky rôzne. Chladiče sme pri montáži usporiadali do nejakého poradia a potom očíslovali zľava doprava poradovými číslami od 1 do 10. Náš technik následne sčítal poradové číslo každého chladiča s jeho počtom bielok a povedal, že ak by sa každý z týchto 10 súčtov končil inou cifrou, mašina by sa pokazila.“ **Nájdí také poradie chladičov, pri ktorom by sa mašina pokazila, alebo dokáž, že chladiče sa nemohli pokaziť.**

„Zdá sa, že sú predsa len v poriadku,“ priznal Bartolomej.

„Možno, ehh, je niečo s lokálnym zakrivením časopriestoru?“

„Prosím?“ vyvalil oči Kvasostrojič.

„A tomu mám ako rozumieť?“

Bartolomej pokrčil plecami.

„Na tom nezáleží, ale vieme to rýchlo zistiť. **KATKA!**“

zareval do bočnej miestnosti, odkiaľ pricupitala vysoká žena v baletných topánkach.



### Úloha 7: Katkin valčík **8 9 T K**

Katka rozloží na zem tri čaše  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , ktoré vytvoria trojuholník. Od čaše  $A$  odtancuje po priamke rovnobežnej s priamkou  $BC$  a zastaví na mieste, v ktorom jej dráhu pretína os uhla  $ABC$ . Sem napíše na zem prvé písmeno svojho mena – „ $K$ “ – a precupitá k čaši  $B$ . Od nej prejde po priamke ku čaši  $A$  a pokračuje po nej ešte tak dlho, až je čaša  $A$  presne uprostred medzi Katkou a čašou  $B$ . Tam na zem napíše prvé písmenko mena svojej lásky – „ $L$ “ – a tým ukončí svoju choreografiu. **Aká je veľkosť uhla  $BKL$ ?**

Bartolomej rýchlo vymeral uhol  $BKL$  a porovnal ho s očakávanou veľkosťou. Potom potriasol hlavou: „Nie, ani tým to nie je.“ Vyrovnal sa, pozrel na Kvasostrojiča a povedal vážnym, preňho nezvyčajným tónom: „Zistite, v čom je problém. Nájdite zdroj času. Mne už totiž žiaden nezostal.“ A s tými slovami sa vyparil.

*Podarí sa Kvasostrojičovi vyriešiť záhadu pokazenej továrne na čas? Rieš aj ďalšiu sériu Pikomatu a dozvieš sa! Krásne Vianoce a veľa dobrých (nielen) matematických nápadov v novom roku prajú vedúci Pikomatu.*

Svoje riešenia najneskôr **17. februára 2020:**

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

**ALEBO**

- pošli poštou na **PIKOMAT, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

### **Rady Tatka Pikomatka:**

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamena objaví jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



**p - mat**

Organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat