

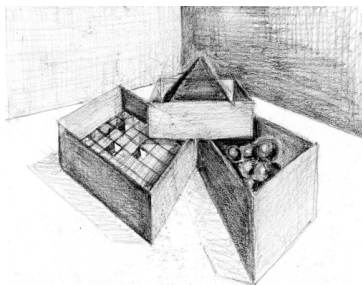
Zadania 1. série letnej časti, kategória 8–9

Boli vianočné prázdniny a súrodenci Tim s Klárou boli sami doma. Vonku po suchých Vianociach konečne padal sneh, no práve teraz snežilo prisilno na to, aby sa dalo ísť von hrať. A tak sedeli v pivnici a hľadali nejakú dobrú hru na poobedie. Tim sedel uprostred kopy krabíc so starými hračkami, knihami a oblečením a prehraboval sa v jednej z nich. Keď Klára podišla bližšie, uvidela, že je to krabica s ich starou stavebnicou.

Úloha S1: Stavebnica

Tim s Klárou zdedili stavebnicu po svojich troch bratrancoch. Keď im stavebnicu doniesli, bola v toľkých kýblikoch, koľko bol súčet vekov všetkých troch bratrancov. Počet dielikov stavebnice v každom kýbliku bol rovnaký ako rozdiel vekov najstaršieho a prostredného bratranca. Každý dielik mal toľko stien, koľko bol rozdiel vekov medzi prostredným a najmladším bratrancom. Okrem toho mali dieliky stavebnice na svojich stenách prilepené ozdobné nálepky. Počet nálepiek na každej stene bol rovnaký ako rozdiel vekov medzi najstarším a najmladším bratrancom.

Keď Klára kedysi trucovala vo svojej izbe, všetky nálepky odlepila. Teraz ich Tim všetky vytiahol z krabice a začal ich triediť na tri kôpky. **Podarí sa mu nálepky rozdeliť tak, aby na každej kôpke bol rovnaký počet nálepiek? Prečo?**



Keď boli súrodenci s prieskumom pivnice hotoví, všimli si, že vonku prestalo snežiť. Rozhodli sa, že si pôjdu zakorčuľovať na rybník tesne za záhradou ich suseda, pána Olega. Rýchlo ešte v komore vysnorili zvyšky vianočného pečiva, omotali sa všetkými potrebnými šálami, schmatli korčule a šup von!

Pán Oleg bol starý pán, ktorý žil sám. Bol vysoký a chudý, mal veľký krivý nos, na líci bradavicu a riedke, šedivé vlasy. Tie sa snažil zakrývať staromódnym špicatým klobúkom, ktorý nosil takmer vždy, bez

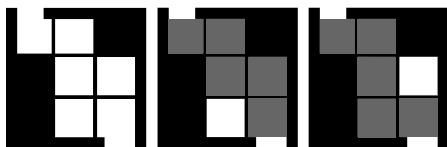
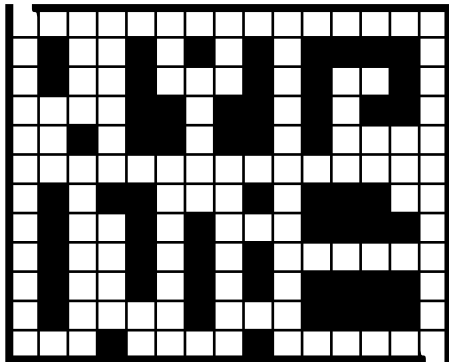
ohľadu na ročné obdobie či počasie. Spod klobúka na Tima vždy zazerali jeho tmavohnedé oči obrúbené hlbokými vráskami.

Podľa Tima pán Oleg vyzeral tak strašidelne, že keď ho raz stretol v dedine potme, zľakol sa, namiesto opätovania jeho pozdravu sa pustil do behu a nezastal, až kým nebol doma. Rodičia Tima na druhý deň poslali ospravedlniť sa a keď sa blížil k domu pána Olega, zazdalo sa mu, že v jeho záhrade videl okrídlené prasa. Od tej doby bol Tim skalopevne presvedčený, že ich sused je temným mágom, aj keď mu to nikto neveril.

Keď prechádzali okolo domu starého pána Olega, Tim neodolal a nahol sa k oknu pracovne. Dúfal, že vnútri uvidí niečo, čím by Kláru presvedčil. No napriek očakávaniam Tim za oknom neuvidel žiadne lietajúce metly, hovoriace psy ani fľašky s elixírmí. Upútal ho však obrázok na zapnutom počítači na stole.

Úloha S2: Šetrič obrazovky

Pán Oleg mal na svojom počítači zaujímavý šetrič obrazovky. Bola to animácia mravca, ktorý behal po bludisku na obrázku vpravo. Mravec sa pohyboval po bielych štvorčekoch, čierne štvorčeky boli prekážky. Vstup do bludiska bol v ľavom hornom rohu, východ v pravom dolnom rohu. **Ak sa mravec môže pohybovať len dolu a doprava, koľkými rôznymi cestami sa môže dostať z vchodu do východu?** Napríklad cez bludisko na obrázku dole existujú dve cesty (znázornené šedou farbou).



„Tim, už aj sa vráť!“ okríkla ho Klára, keď si všimla, čo robí. „Veď už idem,“ zahundral Tim. Už-už sa otáčal, aby sa vrátil ku Kláre, keď tu naňho zrazu mačka zvnútra pracovne trikrát zažmurkala ľavým okom. Tima obľial studený pot a na rukách mu vyskočila husia koža napriek tomu, že mal na sebe hrubú vetrovku. To sa mi muselo zdať, pomyslel si. Mačky predsa takto nežmurkajú.

„Tak poďme, Tim,“ volala Klára, „ľad na rybníku sa roztopí, kým tam dorazíme.“ Tim sa k nej rozbehol. „Klára, neveríš, čo sa práve stalo. Tá mačka v okne na mňa zažmurkala!“ vyhrklo vzrušene Tim.

„Áno, áno. A čo ešte? Videl si aj nejaké lietajúce metly alebo čarovné paličky? Nechaj toho starého pána na pokoji.“

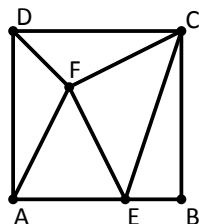
„Ale keď...“ snažil sa Kláru prerušiť Tim, no ona bola rýchlejšia.

„Nevymýšľaj a poďme už,“ ukončila debatu Klára veliteľským tónom staršej sestry, ktorá si myslí, že vie všetko najlepšie. Tim to vzdal a pohlol sa spolu s ňou smerom k rybníku.

Na zrkadlovo rovnej zamrzutej hladine už šantilo niekoľko detí a Tim s Klárou sa medzi ne rýchlo zamiešali. Ako to už býva, práve keď bola naháňačka na ľade v najlepšom, začalo sa stmievať a deti sa postupne vytrácali domov. Kým sa súrodenci prezúvali do topánok, Tim si prezeral stopy, ktoré zanechali na ľade.

Úloha S3: Stopy na ľade

Deti na ľade vyjzdili štvorec ($ABCD$) so stranou dlhou 10 m a vo vnútri štvorca čiary, ktoré ho rozdeľovali na 5 trojuholníkov ako na obrázku. **Ak by ste mohli presúvať bod E po úsečke AB a presúvať bod F vo vnútri štvoruholníka $AECD$, vedeli by ste ich umiestniť tak, aby všetkých päť trojuholníkov (AEF , AFD , BCE , CDF , CFE) malo rovnaký obsah? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?**



Tim s Klárou kráčali späť domov, keď zrazu začuli štrngot rozbíjajúceho sa skla. Obaja inštinktívne otočili hlavy tým smerom. Nebolo pochyb, že zvuk vychádzal z domu pána Olega. O niekoľko sekúnd starý pán krivkajúc vybehol z domu, pričom za sebou ani nezavrel dvere.

Timovi nebolo viac treba! Ani nevedel, čo ho to popadlo, no ako zhypnotizovaný sa rozbehol smerom k domu. Klára za ním čosi kričala, no on nemienil premeškať jedinečnú príležitosť usvedčiť toho zákerného čarodeja. Určite sa mu podarí v jeho dome nájsť nejaký dôkaz...

Klára sa rozbehla za ním. „Tim, čo robíš?“ syčala, „nemysli si, že ti toto vlámanie dovolím!“ Svojmu mladšiemu bratovi však nestačila a Timovi aj tak akoby uši celkom prestali fungovať. Než sa nazdali, stáli obaja v tmavej predsieni. Napriek Kláriným protestom Tim rovno zamieril do najbližšej miestnosti. Zrejme to bola kuchyňa, avšak okrem bežnej kuchynskej výbavy sa na náprotivnej stene vynímala veľká čierna tabuľa.

Úloha S4: Nákrasy na tabuli

Tabuľa v kuchyni pána Olega bola popísaná výpočtami. Pán Oleg však namiesto číslíc používal písmená. Okrem výpočtov bol na tabuli aj náčrt trojuholníka, pri ktorom boli ako dĺžky strán uvedené čísla ABACDE, CAFDG, CHHBAED. **Ak rovnaké písmená značia rovnaké číslice a rôzne písmená značia rôzne číslice, aký obvod mal tento trojuholník?**

Vedľa tabule bol jedálenský stôl, na ktorom sa váľali desiatky zakladačov, štósy papierov a niekoľko hrubých kníh. Vyzerali ako receptáre, akurát názvy nesedeli. Tim si začal listovať v jednej z nich. Jej názov bol „Odvary v tlakovom hrnci – rýchlo a jednoducho!“ Prvú časť knihy tvoril dlhोčizný zoznam surovín, ktorý obsahoval všemožné názvy bylín. Klára a Tim väčšinu názvov ani nepoznali. Klára, ktorá medzičasom úplne zabudla na to, že je v cudzom dome, knihu otvorila niekde uprostred a začala nahlas čítať:

Úloha S5: Recept

„Dĺžku varenia šafranu vypočítame nasledovným spôsobom:

1. Potrebné množstvo šafranu odvážime a poznačíme si jeho hmotnosť v gramoch.
2. Zistíme súčin cifier hmotnosti v gramoch, potom súčin cifier výsledku, potom znova súčin cifier nového výsledku atď.
3. Po nejakom počte krokov z bodu 2 dospejeme k jednocifernému číslu. Šafran varíme toľko hodín, koľko krokov bolo potrebných, ale nie dlhšie.

Napr. 723 g šafranu varíme 2 hodiny, lebo $7 \cdot 2 \cdot 3 = 42$ (prvý krok) a $4 \cdot 2 = 8$ (druhý krok).“ Hmotnosti surovín uvažujeme len v celých gramoch. **Aká je najväčšia párna hmotnosť šafranu (v gramoch), ktorá má navzájom rôzne nenulové cifry a varí sa 1 hodinu? A aká je najmenšia hmotnosť šafranu (v gramoch), ktorá sa varí 3 hodiny?**

Tim s Klárou sa tak pohrúžili do spisov a kníh, že úplne zabudli, kde sú. Do reality ich vrátili až zvuky krokov ozývajúce sa v diaľke. To musí byť pán Oleg! Tim a Klára na seba panicky pozreli. Kroky sa rýchlo približovali. Na vchodové dvere už bolo neskoro a kuchynské okno bolo zamrežované. Čo teraz? Vtom dostali obaja naraz ten istý zúfalý nápad, priskočili k veľkej dubovej skrini a v chvate začali prehadzovať hrnčeky a taniere z jednej poličky na druhú, aby mali kam vliezť. Práve keď buchli vchodové dvere, Tim s Klárou konečne vhupli do skrine, so slabým vrznutím za sebou privreli dvierka a so zatajeným dychom čakali, čo bude.

O niekoľko sekúnd už pán Oleg krivkal kuchyňou, popiskoval si a čosi chystal na šporáku. Klára pozorovala dianie cez kľúčovú dierku. Zrazu sa v kuchyni ozvalo hlasné puknutie a Klára neveriacky zažmurkala. To, čo práve videla, sa predsa nemohlo stať naozaj...

Čo videla Klára v kuchyni? Podarí sa jej a Timovi vyslobodiť sa zo skrine a uniknúť pánovi Olegovi? Pokračuj v riešení ďalších sérií a dozvieš sa. S niektorými z vás sa už čoskoro uvidíme na zimnom sústredeí! Krásne Vianoce a veľa dobrých (nielen) matematických nápadov v novom roku prajú vedúci Pikomatu.

Svoje riešenia najneskôr **10. februára 2014**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5**.

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného seminára
Pikommat