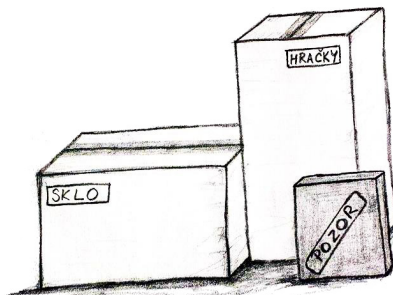


## Zadania 1. série zimnej časti, kategória 8–9

„Už ma to nebaví, mami! Stále sa len sťahujeme! Prečo si myslíš, že to tentokrát bude iné?“ rozkričala sa Enna na mamu. Už sa sťahovali štvrtýkrát za posledných päť rokov. Momentálne vybalili poslednú škatuľu v meste Nuages. Všetko v tomto meste bolo biele, modré alebo sivé. Akoby obyvatelia iné farby ani nepoznali. A aby toho nebolo málo, všade bola hmla. Jemná, riedka a lenivo sa prevalujúca hmla. Enna nebola z nového domova nadšená. Ani nevedela, či to môže nazývať domovom. Na predchádzajúcom mieste, volalo sa Pays, sa jej páčilo. Mala pocit, že tam zapadla. Našla si kamarátky, škola ju bavila a bola dokonca vo volejbalovom tíme, s ktorým sa chystali ísť na celoštátnu súťaž. Teraz sa o tom, ako to na súťaži prebiehalo, dozvedela len od bývalých spoluhráčok.



### Úloha S1: Volejbalová súťaž

Tímy boli rozdelené do skupín, v každej skupine boli presne 4 tímy. Súťaž mala dve fázy. V *skupinovej fáze* hrali v rámci skupiny každý s každým práve raz. Potom dva najlepšie tímy z každej skupiny postúpili do vyradovacej fázy.

*Vyradovacia fáza* mala niekoľko kôl. Pokiaľ v prvom kole vyradovacej fázy nebol tímov *vhodný počet*, teda 2, 4, 8, 16, 32, atď., tak niektoré tímy postúpili do druhého kola bez odohrania zápasu – dostali tzv. „divokú kartu“. Tímy, ktoré nedostali divokú kartu sa rozdelili do dvojíc a zahrali si o postup do druhého kola. Divoké karty sa udelili toľkým tímom, aby do druhého kola postúpil najväčší možný *vhodný počet* tímov. Keby napríklad v prvom kole bolo 10 tímov, tak 6 tímov dostane divokú kartu a 2+2 tímy odohrajú zápasy. Do druhého kola vyradovacej fázy tak postúpi 8 tímov.

V ďalších kolách vyradovacej fázy sa tímy už len rozdelia do dvojíc, zahrajú si a do ďalšieho kola ich vždy postúpi práve polovica. Jedinú výnimku tvorí kolo, v ktorom sú v súťaži už len štyri tímy. Vtedy dva porazené tímy hneď nevypadávajú, ale zahrajú si spolu ešte o tretie miesto.

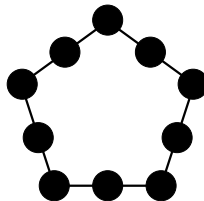
**Enna vedela, že v prvej fáze súťaže boli aspoň dve skupiny. Ďalej vedela, že jej tím určite nemohol odohrať práve 6 zápasov. Koľko tímov mohlo byť v súťaži?**

„Enna, vyhod' ešte prosím tá tie smeti, čo sú pri dverách! Ďakujem,“ ozval sa mamin hlas z kuchyne. Enna s povzdychom vstala a pomaly sa vliekla von. Keď však vyšla pred dom zistila, že aj napriek hmle bol príjemný deň a tak sa rozhodla prejsť. „Dúfam, že tu majú aspoň niečo zaujímavé,“ zamrmlala si popod nos. V meste ešte nebola, a tak sa vybrala rovno za nosom. Po chvíli došla na námestie, uprostred ktorého sa týčila nádherná

fontána. Zostala stáť s otvorenými ústami. Fontána siahala do výšky päť metrov a jej súsošie zobrazovalo všetkých archanjelov. Pôdorys mal tvar päťuholníka a na každej strane stáli tri sochy, ktoré zobrazovali ľudské radosti. Ennu však zarazilo, že fontána bola vypnutá, pod sochami boli malé kruhové doštičky a na kamennom stolíku vedľa fontány ležalo desať závaží.

### Úloha S2: Fontána

„Je to prvá úloha, ktorú dávame všetkým deťom v našom meste,“ ozvala sa za Ennou okoloidúca starenka, „na tieto kruhové doštičky pod sochami máš položiť závažia s hmotnosťami od 1 do 10 g (z každej hmotnosti je len jedno závažie). Závažia ale musíš položiť tak, aby súčet hmotností na každej strane päťuholníka bol rovnaký. Keď sa ti to podarí, fontána sa zapne na toľko minút, koľko je súčet hmotností na každej strane päťuholníka.“ **Na akú najdlhšiu dobu mohla Enna fontánu zapnúť a ako to mala spraviť?**



Enna najprv nechcela odpovedať, ale po chvíli zamyslenia prišla na správne riešenie. Dokonca sa cítila sama so sebou spokojná. Keďže našla túto fontánu, začala si myslieť, že tu možno bude viac zaujímavostí. Rozhliadla sa po starenke a našla ju už na druhom konci námestia. Ako je možné, že sa tam tak rýchlo dostala? Pobežla a milo sa spýtala: „Počkajte, starenka, som tu nová a ešte o tomto meste nič neviem. Avšak tá fontána sa mi veľmi páčila. Čo by som si tu ešte mohla obzrieť?“ „Jaj, dieťa moje, ja už som stará a veľa vecí sa tu pomenilo. Ale môžem ti povedať, ako toto mesto vzniklo. Mám ti to rozpovedať?“ „Ak budete taká láskavá.“

„Kedysi dávno, keď ešte našej ríše panoval kráľ Vincen, tu žiadne mesto nestálo. Kráľ mal dvoch synov, a nevedel sa rozhodnúť, ktorý by mal byť jeho nástupcom. Na smrteľnej posteli si ich zavolať a takto im riekol: ‘Ako viete, hranice našej ríše sú dlhé, a jasne dané.’ Luskol prstami a pribehol jeho sekretár s mapou a položil ju pred kráľa, ktorý na nej ukázal prstom:

### Úloha S3: Kráľovo želanie

‘Tu stoja veže Aunaes, Blunes, Colly a Dirone (A, B, C, D). Hranice tvoria ich spojnice,’ povedal, ukazujúc na mape štvoruholník ABCD. ‘Chcel by som, aby ste si po mojej smrti rozdelili pôdu spravodlivo – každému rovnakú plochu. Postavte preto ešte jednu vežu vo vnútri kráľovstva – na moju pamiatku ju pomenujte Vincen (V) – a rozdeľte si tak kráľovstvo na dve štvoruholníkové časti ABCV a AVCD s rovnakým obsahom.’ ‘Ale veď to sa nemusí dať spraviť vždy,’ prerušil kráľa starší zo synov. ‘Bystrý si, syn môj. Našťastie moje kráľovstvo má vhodný tvar,’ dokončil kráľ.

A tak synovia onedlho postavili vežu Vincen a okolo nej potom aj mesto. Chvíľu sa ale nevedeli dohodnúť, kam presne vežu umiestnia – do úvahy totiž prichádzalo viac miest,“ dokončila starenka.

Enna sa zamyslela, prečo je to celé také zamotané. Rozmýšľala nad štvorcem ABCD – pre ten sa to určite nedá, pretože bod V by musel ležať na uhlopriečke AC, no ale potom by kráľovstvá nemali tvar štvoruholníkov, ale trojuholníkov. Zamyšľali sa aj Ty:

**Ktoré štvoruholníky ABCD sa dajú a ktoré sa nedajú rozdeliť na dve štvoruholníkové časti podľa kráľovho želania? A ako nájdeme vyhovujúce miesta pre vežu v štvoruholníkoch, ktoré sa dajú rozdeliť?** Pozor, u niektorých štvoruholníkov záleží na tom, ktorý vrchol si označíš ako A.

Po chvíli zamysleného ticha sa starenka ozvala: „To je ale všetko, čo ti viem povedať. No a pokiaľ hľadáš niečo zaujímavé, tak ja o ničom neviem. Na to sa spýtaj mladých. Ak pôjdeš

hore touto ulicou, tak nejakých určite stretnes.“ Enna sa pozrela smerom, ktorým starenka ukazovala a keď sa otočila späť, aby sa jej poďakovala, bola starenka preč.

Na ulici nebolo ani živej duše. Všade bola len tá dotieravá hmla. Zrazu sa Enna ocitla na detskom ihrisku. Obďaleč počula nejaké hlasy. Pomaly sa k nim blížila. „Ja ti neverím!“ „Ja mám mať toho viac!“ „Čušte obaja! Nie sme tu sami,“ zasyčal tretí neznámy. Enna skamenela na mieste. Nevedela, či má vziať nohy na plecيا, alebo sa hodiť na zem, aby ju zahalila hmla. Avšak hmlu na chvíľu odviaľ vietor a ona uvidela troch mladíkov, ktorí pod rukami niečo skrývali. „Kto si? A čo si počula?“ ozval sa najvyšší z nich. Enna nevydala ani hláska. „Ešte raz sa ťa pýtam: Kto si a čo si počula?“ „Som Enna a nič som nepočula,“ zašepkala. „Neverím jej! Berte ju!“ zavelil opäť ten najvyšší a zvyšní dvaja hneď priskočili k Enne a schytili ju za ruky. „Chalani, nebláznite! Veď určite sa to dá vyriešiť aj inak. Ja nikomu nič nepoviem, sľubujem,“ sľubovala Enna vzpínajúc sa dvom mocným mladíkom, „alebo... pochopila som, že sa hádate, tak možno by som vám mohla pomôcť rozlúčiť váš problém. Čo vy na to?“ „A ako by si to chcela urobiť, krásavica?“ opýtal sa s posmechom ten napravo. „Ľudia tvrdia, že mi to myslí, tak hádam by som vám vedela poradiť.“ „No tak to som zvedavý. Náš problém je takýto:

„Ja, inak volám sa Zaquis, som so svojimi spoločníkmi, Narom a Tarom získal nejaké drahé kamene. Našli sme totižto potopený starý trezor. Každý sme po vylovení trezora zobrali drahokamy z jednej časti a trielili sme sem.

#### Úloha S4: Problém

Tu sme zistili, že Taro má 15 opálov, Naro má 9 rubínov a ja mám 7 diamantov. Tak sme išli za klenotníkom, ktorý nám povedal, že ak každý dá ostatným dvom po jednom zo svojich kameňov (napríklad Taro dá jeden opál Narovi a jeden opál Zaquisovi), každý bude mať korisť v hodnote 97 560 Frankov. Za túto radu sme mu museli zamiesť dlážku v dielni.

Potom si Taro zmyslel, že sa mu jeho diamant nepáči, a že ho chce v meste predáť. No nevie jeho cenu a nám už sa nechce chodiť za klenotníkom, pretože by sme si to zasa museli odpracovať. **Koľko teda stojí jeden diamant?** Všetky kamene jedného typu sú rovnako drahé. No čo, zachrániš sa odpoveďou, kráska?“

Všetci traja na ňu vyvalili oči, keď im povedala takmer okamžite správnu odpoveď aj s odôvodnením. Ihneď sa prestali hádať a poslúchli ju. Taro a Naro ihneď zutekali a Enna ostala so Zaquisom sama. Chystala sa odísť preč, keď sa ozval: „Čo si tu vlastne chcela nájsť?“ Enna sa pomaly otočila a odpovedala: „Jedna starenka mi na námestí povedala, že ak chcem v tomto meste nájsť niečo zaujímavé, mám sa spýtať mladých a potom som narazila na vás. No nebudem ťa obťažovať,“ dodala a chystala sa na odchod. Zaquis ju chytil za zápästie a otočil naspäť. „Rád ti to tu ukážem,“ povedal a pousmial sa. „Pozri, tu je číslo môjho domu.“ Enna si vzala papierik a pozrela sa naň. Čísla sa však začali meniť.

#### Úloha S5: Číslo domu

Číslo na papieriku bolo štvorciferné. Najprv sa číslo zaokrúhlilo na desiatky, potom na stovky a nakoniec na tisícky, pričom vždy sa zaokrúhľovalo pôvodné číslo. Všetky tri výsledky sa na papieriku sčítali dokopy s pôvodným číslom (teda sčítali sa 4 čísla). Výsledok, ktorý sa objavil, bol 5443. Enna si však nevedela spomenúť, aké číslo videla na začiatku. **Aké číslo bolo pôvodne na papieriku?**



„Aj ty si to videl? Tie čísla sa menili a hýbali! Čo sa to tu deje? Vysvetlíš mi, čo je toto za miesto?“ obrátila sa Enna zdesene na Zaquisa. „Ty to nevieš? Veď si sa sem dostala... To vedia len tí, čo sem patria. Toto mesto sa predsa nachádza na...“

V akom meste sa to len Enna ocitla? Ako to, že sa jej čísla na papieriku zmenili sami od seba? Rieš aj ďalej a dozvieš sa. A pokiaľ chceš stretnúť starých aj nových známych, príd' na Kockatý víkend. Všetky potrebné informácie nájdeš na [www.pikommat.sk/kockaty](http://www.pikommat.sk/kockaty). Pozor: na Kockatý víkend sa treba prihlásiť už do 30. septembra 2014!

Svoje riešenia najneskôr **29. septembra 2014**:

- nahraj do **22:00** na [www.pikommat.sk](http://www.pikommat.sk) vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

**ALEBO**

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na [pikommat@p-mat.sk](mailto:pikommat@p-mat.sk). Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

### Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



**p - mat**

Organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat