

Zadania 1. série letnej časti, kategória 8–9

„Pod s nami! Je to predsa brazílsky karneval! Musíš ísť!“ dobiedzala do svojho kamaráta Ritta. „Nepočuješ tie rytmy, ktoré ťa vábia k tancu? No tak, Dario, nenechaj sa prosiť. Tak pôjdeš?“ nedala sa odradiť Ritta. „No dobre, keď inak nedáš. Len dúfam, že nepôjdeme so všetkými tvojimi kamarátkami.“ „Neboj sa, ja sa u nich zastavím na chvíľu ešte pred tým.“

Úloha S1: Kamarátky

„Veď mám len štyri kamarátky – Juliu, Cindiu, Aire a Larissu.“ „No dobre, ale bývajú ďaleko od seba! Dopadne to ako minule, keď si upiekla koláč, išla si ho odniesť Cindii a potom Aire a domov si sa vrátila o dve hodiny. Alebo keď ste boli u Cindie a šli ste od nej na tú povestnú dvaapohodinovú prechádzku okolo Airinho domu, Larissinej vily a naspäť k Cindii.“

Alebo keď si išla ukázať Julii nové šaty a cestou od nej si sa ešte zastavila u Cindie na malinovku, a domov si prišla o hodinu a štvrt. A to ani nehovorím o dni, keď Cindia šla na prechádzku so psom k Larisse, potom k Julii a domov prišla o dve a pol hodiny. A to sa pritom nikdy u seba nezdržíte, len to chodenie toľko trvá! Kedy asi prídeš?“

„No, vieš, včera som si vyrábala kostým na karneval a bola som si od nich požičať pár vecí. Šla som najprv k Aire, potom k Julii a ešte k Larisse a domov som sa vrátila o tri hodiny. Dnes by som im mala tie veci vrátiť, ale chcem vyskúšať novú cestu – možno, že bude kratšia. Takže pôjdem najprv k Julii, potom k Aire a nakoniec k Larisse, vrátim sa domov po veci a stretne sa na námestí pri bránke, to mám len 10 minút z domu, dobre?“

Ak Ritta vyráza z domu teraz, za ako dlho ju má Dario čakať na námestí?

„Súhlasím, ale už choď prosím ťa, nech to stihneš.“ Dario spolu s Rittou vyšiel na ulicu a vybral sa domov – bolo to len pár krokov. Poznali sa už dlho, pretože bývali na tej istej ulici a odmalička sa spolu hrávali. Boli najlepšimi kamarátkami a často, keď ich rodičia neboli doma, sa spolu túlili po uliciach a odhaľovali tajomstvá mesta. Jedno tajomstvo však Dario nedávno objavil sám a nechcel sa s ním zatiaľ nikomu zveriť. Zdalo sa mu, že je na tom tajomstve niečo nebezpečné a preto ho to k nemu ťahalo ešte viac.



Práve keď sa zapozeral do svojich poznámok, ktoré zatiaľ o prípade (tak rád nazýval neodhalené tajomstvá) mal, zazvonil mu telefón. Strhol sa a vyskočil zo stoličky. Nemal rád telefóny. Myslel si, že len zbytočne zaťažujú ľudí a učia ich nové nepotrebné veci. „Čo sa deje, Ritta? Veď sme sa na všetkom dohodli.“ „To áno, ale som teraz u Airy a máme pred sebou jej domácu úlohu z matematiky, ktorú musí ešte dnes vypočítať, aby mohla ísť na karneval. A tak mi napadlo, že keď ty tak rád riešiš problémy, tak možno by si mohol pomôcť aj Aire. Hm?“ spýtala sa prosebným hlasom Ritta. „Čo by som pre kamarátky neurobil... Tak mi prosím ťa nadiktuj, čo treba vyriešiť,“ odvetil Dario rezignovane.

Úloha S2: Airina úloha

„Zadanie znie: Máme dve čísla, x a y . Ak y zaokrúhlime na desiatky a k výsledku pričítame x , dostaneme súčet 98,7. Ak x zaokrúhlime na desiatky a od výsledku odčítame y , dostaneme rozdiel 23,4. **Aké sú hodnoty x a y ?**“

Dario úlohu veľmi rýchlo vyriešil a už len počul, ako obe dievčatá do telefónu kričia: „Ďakujeme Dario, si náš hrdina!“ Pousmial sa nad tým a vrátil sa späť ku svojej práci. To, čo sa mu podarilo odhaliť, vrhalo úplne nové svetlo na celý karneval v Riu. Za všetkými tými maskami, perím, tancom a hudbou sa skrývalo ešte niečo iné. Ale nevedel prísť na to, čo to je. Rozhodne musí získať viac informácií. Musí sa dostať tejto záhade na koreň. Vzrušovala ho predstava odkrytia niečoho tak hlboko skrytého. Veď je to karneval v Riu, ktorý je veľkolepý a teda to, čo sa za ním skrýva, musí byť ešte veľkolepejšie. Povedal si, že sa pôjde už teraz pozrieť na karneval a zistiť viac. Obliekol si najfarebnejšiu košeľu, akú v skrini našiel, aby splynul s davom a vybral sa bočnými uličkami smerom k hlavnému sprievodu.

Zrazu za sebou začul: „Bratranček, kamarát, dlho som ťa nevidel! Čože ty v týchto končinách porábaš?“ Dario sa obzrel a uvidel Tulia, svojho bratranca z druhého kolena, ktorý na neho nadšene mával a blížil sa k nemu. „Tulio, no vieš, vybral som sa na karneval. A čo ty, ako žiješ?“ „Ale dobre, veď vieš, že karneval zbožňujem. Tiež sa naň chystám, len som si chcel zahrať ešte jednu partiu Pianri. Zahráš si so mnou?“ opýtal sa Tulio. „Prečo nie, ale musíš mi pripomenúť pravidlá,“ zasmial sa nad svojou zábudlivosťou Dario.

Úloha S3: Pianri

„Veď pravidlá Pianri nie sú zložité. Máme na štvorcikovom papieri obdĺžnik $m \times n$. Striedame sa v ťahoch. Ťah vyzerá tak, že hráč vyškrtne celý riadok alebo celý stĺpec, v ktorom je aspoň jedno doposiaľ nevyškrtnuté políčko. **Vyhráva ten hráč, ktorý vyškrtne posledné políčko.**“ **Ak chceš Dario vyhrať, mal začínať alebo ísť ako druhý? Závisí toto rozhodnutie od konkrétnych rozmerov hracieho plánika?**

„Ach jaj, bratranček, vždy ma porazíš,“ povzdychol si Tulio, „tak si už karneval a niekedy sa znovu zastav.“ „Aj ty sa maj,“ odvetil Dario a už sa náhlil dole kopcom. Bol rád, že Tulio nechcel ísť s ním, to by nemohol nič vyskúmať. Chcel sa dostať na miesto, kde minule videl tých podozrivých mužov odetých v bielom. Bolo to v jednej zastrčenej uličke, ktorá bola veľmi blízko prístavu a taktiež mala dobrý prístup do centra mesta. Ideálna na nejaké tajomstvo. Popri stene sa priblížil k malému okienku, za ktorým sa mihali biele košeľe. Pred vchodom do domu taktiež sedeli dvaja strážcovia v bielom. Dariovi bilo srdce rýchlo ako nikdy predtým. Oprel sa o stenu a snažil sa načúvať, lebo okno bolo pootvorené.

Úloha S4: Muži v bielom

Zvnútra sa ozval hlas: „Carlo, počul si to? Šéfko zistil, že má v svojej skupine niekoľko klamárov, zvýšil členovia hovoria pravdu. Aby zistil, koľko tých klamárov vlastne v skupine má, opýtal sa nás všetkých otázku: „Koľkí z vás *hovorí pravdu*?“ Všetci sme mu odpovedali, a tie odpovede boli: 8, 3, 12, 16, 17, 12, 3, 1, 13, 3, 15, 22, 41, 7, 12. **Vieš mi povedať, koľko najmenej a koľko najviac členov našej družiny klamalo? A čo musia spĺňať odpovede, aby sa dalo jednoznačne určiť, koľko členov skupiny klamalo?**“

Carlo však len odpovedal, že nevie a ďalej bolo ticho. Dario usúdil, že ak chce nepozorovane zmiznúť, musí to urobiť teraz. Nenápadne sa preplazil popri stene tou istou cestou, akou prišiel a prekročil do veselého davu. Potreboval spracovať nové myšlienky a s nikým sa nerozprávať. Veď na stretnutie s Rittou má ešte čas.

Prechádzal ulicami spolu so sprievodom a rozmýšľal, čo môžu robiť tí muži v bielom. Premýšľal a premýšľal, až mu z toho išla hlava puknúť, a tak sa radšej zapozeral na sprievodné vozy, medzi ktorými sa nachádzal. Každý sa chcel pochváliť a zaujať. Jeden voz však mal na svojom vrchu veľmi zvláštny útvar.



Úloha S5: Zvláštny voz

Na vrchu voza bola kocka $ABCDEFGH$, ktorá mala hranu dlhú 1 m. Ďalšou časťou tohto útvaru bola guľová plocha (teda povrch gule). Guľová plocha a stena $BCFG$ sa pretínali v kružnici vpísanej štvorcovi $BCFG$. Guľová plocha sa taktiež dotýkala stredy protifahelej steny $ADHE$. Aby sa Dario odpútal od myšlienok, začal rozmýšľať nad nasledujúcou otázkou: **Aká je poloha stredy a polomer tejto guľovej plochy?**

Svoju vlastnú úlohu Dario veľmi rýchlo vyriešil a povedal si, že pôjde na dohodnuté miesto čakať Rittu. Mal ešte dosť času, a preto sa vybral pomalým tempom. Tesne pred námestím, kde sa mali stretnúť, sa Dario zhlboka nadýchol a pritlačil k stene, pretože Ritta...

Koho to len Dario uvidel, že sa potreboval schovať? Čo majú za lubom muži v bielom? Rieš aj druhú sériu a dozvieš sa. Krásne Vianoce a veľa dobrých (nielen) matematických nápadov v novom roku prajú vedúci Pikomatu.

Svoje riešenia najneskôr **9. februára 2015**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručené riešenia nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdí si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat