

Zadania 2. série letnej časti, kategória 8–9

Do izby vtrhlo niekoľko hostí, ktorí ešte neodišli z oslavy. Max ich upozorňoval, nech nechajú deti poriadne sa vyspať, že aj zajtra je deň, no nepočúvli ho. Keď sa dozvedeli, že prišli z povrchu, hneď sa s nimi chceli porozprávať. Bolo totiž predpovedané, že do ich podzemného mesta prídu deti z povrchu a pomocou kocky osudu vyzdvihnú mesto z podzemných hlbín. Keď však videli, že deti spia ako zabití a ani ich prudký príchod ich nezбудil, usúdili, že bude lepšie počkať do rána.

Hostia si teda pár hodín pospali, ale okolo piatej sa prebudili a posadili sa pred dvere izby, kde spali deti. Nechceli sa so súrodencami minúť, keby náhodou vstali veľmi skoro. Čas si krátili rôznymi hádankami. Keď sa deti zobudili, počuli za dverami rozhovor.

Úloha S1: Rozhovor

Za dverami sa zhovárali Ajax, Beky, Chico, Dášenska, Elvíra a Fergie. Deti ešte večer zistili, že títo šiesti boli z dvoch rodín, pričom členovia tej prvej hovorili vždy pravdu a členovia tej druhej vždy klamali. Súrodenci počuli toto:

Ajax: „V mojej rodine je Fergie.“

Beky: „V mojej rodine je Chico.“

Dášenska: „V mojej rodine je Chico.“

Fergie: „V mojej rodine je zas Dášenska.“

Beky: „Do mojej rodiny patrí Ajax.“

Ajax: „Elvíra je v mojej rodine.“

Po chvíli ticha prišiel ešte jeden človek, ktorého deti poznali po hlase, keďže sa im večer predstavil. Vedeli, že je z jednej z rodín, ale nepamätali si z ktorej. Tento človek teraz povedal: „Z týchto šiestich sú traja v mojej a traja v druhej rodine.“ Daky sa zamyslel a onedlho prišiel na to, z ktorej rodiny bol ten, čo to povedal. **Prídeš na to aj Ty? Z ktorej rodiny bol siedmy človek, ktorý prišiel?**

Keď vyšli deti z izby, vyrozprávali celý svoj príbeh odznova. Potom im zase hostia na oplátku povedali niečo o ich mestečku. Napríklad to, že kedysi mali veľmi krutého kráľa a ten kade chodil, tade škodil. Až jedného dňa veľmi nahneval starého čarodejníka, ktorý zaklial ich mesto Krejnvil do podzemia. Napriek tomu, že ten krutý kráľ už dávno zomrel, oni sú stále ešte pod zemou a nevedia, ako sa zbaviť kliatby. Potom im povedali o prorocke a o tom, že deti sú ich veľkou nádejou. Deti sľúbili, že urobia, čo bude v ich silách. Toho rozprávania už ale bolo na Seny priveľa, a tak sa začala obzeráť dookola. Zrazu si všimla Elvírin kabát s veľmi zaujímavou záplatou.

Úloha S2: Nešikovný kožušník

„Vieš, Seny, tento kabát je ušitý z veľmi vzácnej kožušiny. Táto kožušina má jednu stranu hnedú a druhú stranu striebornú. Môj kabát je zvonku strieborný. Raz sa mi doňho urobila diera vo tvare *rôznostranného* trojuholníka (teda takého, ktorý nemá žiadne dve strany rovnakej dĺžky). Dala som ho preto opraviť kožušníkovi.

Kožušník sa pomýlil: záplata síce na diery presne pasovala tvarom, no len keď bola hnedou stranou hore. Keď ju kožušník obrátil striebornou stranou hore, už nepasovala. Keďže bola kožušina taká vzácna, nemohol si kožušník dovoliť vyrobiť inú záplatu. Preto zobral vyrobenú záplatu a rozstrihal ju na niekoľko kusov. Tieto kusy potom otočil, pozošival a záplata presne pasovala na diery tak, že strieborná strana bola navrchu.“

Ako mal kožušník rozstrihať záplatu na kusy, aby sa dali pozošívať presne do tvaru, ktorý mala diera, ale aby zároveň boli všetky po zošití striebornou stranou hore? Pozn.: Kožušník nemá čas na nekonečný počet strihaní.

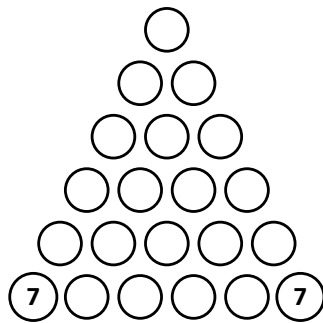
Po rozhovore a výdatných raňajkách sa dohodli, že sa pôjdu von prevetrať a Elvíra im všetko poukazuje. Potom ich zavedie ku kráľovi, keďže oni jediní môžu Krejnvilu podľa proroctva pomôcť. Vyšli na ulicu. Vyzeralo to tam ako za pekného slnečného dňa. Keď sa ale súrodenci lepšie poobzerali, zistili, že svetlo len vyžaruje z obrovskej gule, ktorá bola pripevnená k stropu jaskyne. Krejnvil bol zvláštny. Bolo to prvé podzemné mesto, ktoré Daky a Seny videli. Po chvíli si všimli, že všetky ulice boli vydláždené kachličkami.

Na námestí boli kachličky najzvláštnejšie. Na každej bolo niečo vyryté, ale nenašli by ste tam dve rovnaké. Daky sa spýtal, čo sú to za zaujímavé dlaždice. Elvíra začala nadšene vysvetľovať: „Každý obyvateľ dostane od nášho kráľa k desiatym narodeninám jednu kachličku, na ktorú si v ten deň niečo vyryje. Je to naša tradícia a aj pamiatka na mnohých obyvateľov, ktorí žili v tomto meste. Chcete vidieť tú moju?“ „Jasné! Že sa pýtaš!“ odpovedali deti.

Úloha S3: Elvírina kachlička

Na Elvírinej kachličke bola vyrytá pyramída utvorená z kruhov. V oboch krajných kruhoch v spodnom riadku boli vyryté čísla 7 (ako na obrázku). Vždy, keď bola Elvíra na námestí s niekým, kto ešte nevidel jej kachličku, podala mu kriedu a povedala mu, aby do kruhov v spodnom riadku pyramídy doplnil 4 ľubovoľné prirodzené čísla (môžu sa aj opakovať).

Ostatné kruhy potom musí vyplniť nasledovne: Najskôr sčíta dve susedné čísla v jednom riadku a výsledok vydělí 5. Zvyšok po tomto delení napíše do kruhu ležiaceho o riadok vyššie, priamo nad spomínanou dvojicou čísel. Takto musí vyplniť celú pyramídu. Zatiaľ čo Seny vyplňovala pyramídu, Daky a Elvíra na lavičke diskutovali, aké číslo jej asi vyjde v najvyššom políčku. **Aké čísla mohli vyjsť Seny v najvyššom políčku?**



Po krátkej debatae usúdili, že je najvyšší čas ísť do hradu. „Dúfam, že tam trafím,“ povedala Elvíra. „Prečo by si nemala trafiť, keď tu bývaš celý život? Už si určite bola na hrade,“ povedal Daky so smiechom.

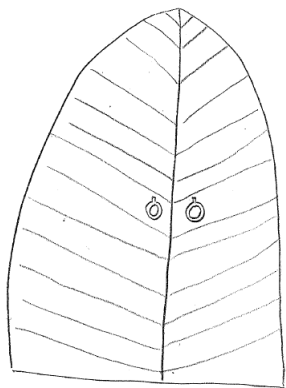
„No, vieš, Daky, ono to nie je až také ľahké. Starý kráľ mal zmysel pre humor a miloval hádanky, preto dal pod mestečkom vybudovať mechanizmy, ktoré každú noc menia usporiadanie ulíc v meste. Takže každý deň vedie na nejaké miesto iná cesta.“

„A keď sa niekto stratí?“ spýtala sa Seny. „Nestratí. Je tu smerovník, ktorý obsahuje všetky ulice i významné miesta v Krejnvile. Tabuľky menia smery podľa toho, ako sú usporiadané ulice, takže stratiť sa nedá, ale aj tak to dá fušku. O chvíľu sme pri ňom.“

Než dorazili k smerovníku, prešli okolo domu, kde bývala Elvíra. „Počkajte chvíľu, skočím domov po desiatu, chcete tiež?“ Súrodenci zdvorilo prikývli a Elvíra zaklopala na dvere najbližšieho domu a povedala „28“. Dvere sa otvorili. „Prečo 28?“ opýtal sa Daky hneď ako sa Elvíra vrátila s tromi jablkami. „Pretože súčet všetkých deliteľov 28 je 56, čo je 28 krát dva. To je heslo od nášho domu.“ Dakyho toto veľmi zaujalo a začal nad týmto rozmyšľať.

Úloha S4: Dakyho čísla

Daky začal rozmyšľať nad číslami a súčtom ich deliteľov a o chvíľu už rozmyšľal nad týmto: **Ktoré čísla majú súčet deliteľov o 4 väčší, ako je ich hodnota? A ktoré čísla majú súčet deliteľov o 15 väčší, ako je ich hodnota? Odpovedz na Dakyho otázky a nezabudni nájsť všetky riešenia.**



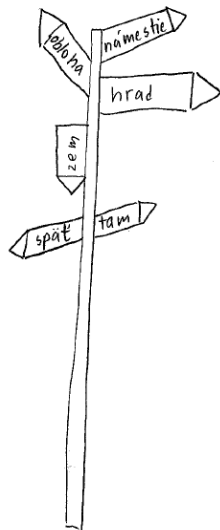
V okamihu, keď Daky vyriešil svoje otázky, dorazili všetci k smerovníku. Zo smerovníka vyčítali, že majú ísť doprava, doľava, ešte dvakrát doprava a potom rovno hore kopcom. Daky povedal: „Vy ste také zvláštne mestečko. Všetko máte buď vtipne vymyslené, alebo sú to hádanky. A tie zložité systémy! Veľmi sa mi to páči.“

„Je to preto, lebo všetci naši králi radi vymyšľali takéto veci. Bežne sa tu stáva, že ide oproti tebe trojuholník a keď ho pozdravíš, začne ti vysvetľovať rôzne matematické pravidlá. Alebo z ničoho nič pred tebou vyrastie múr s nejakou hádankou a pokiaľ ju nevyriešiš, nemôžeš ísť ďalej. Všetko je tu zahádzané,“ vysvetľovala Elvíra. Došli k hradnej bráne. Po zaklopaní sa potvrdili Elvírine slová.

Úloha S5: Sezam, otvor sa

Na bráne sa začali objavovať riadky s krúžkami a krížikmi. V prvom riadku bolo X, v druhom O, v treťom OX, v štvrtom OXO, v piatom OXOXO a v šiestom OXOXOXO. Potom sa na bráne objavilo zlatým písmom napísané: Do každého ďalšieho riadku sa napíše postupnosť z riadku o jeden vyššie. Za ňu sa potom napíše postupnosť z riadku o dva vyššie, napísaná odzadu. Takto napíšeme 1000 riadkov. V niektorých riadkoch bude postupnosť taká istá, ak ju prečítame spredu, ako keď ju prečítame odzadu. **Koľko takých riadkov bude?**

Dali hlavy dokopy. Po chvíli napísali kriedou na bránu výsledok. Ten zmizol. Brána sa so škriptom otvorila a oni vošli do hradu...



Podarí sa súrodencom zachrániť podzemné mesto? Rieš aj ďalšiu sériu a dozvieš sa! Už čoskoro sa uskutoční Kockatý víkend, nezabudni nám poslať prihlášku. Všetky potrebné informácie nájdeš na www.pikommat.sk/kockaty.

Svoje riešenia najneskôr **14. marca 2016**:

- nahraj do **22:00** na www.pikommat.sk vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5**.

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na pikommat@p-mat.sk. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat