

Zadania 1. série zimnej časti, kategória 8–9

Vchodové dvere sa otvorili a do miestnosti vošiel rýznym krokom statný muž. Traja chlapci sediaci na zemi nadšene zdvihli hlavy. Okamžite začali vymenúvať všetky veci, čo sa im za ten čas, čo otec nebol doma, podarilo porátať a vyriešiť. Demetros sa iba pousmial. Boli presne ako on za jeho mladosti!

Úloha S1: Hádanka

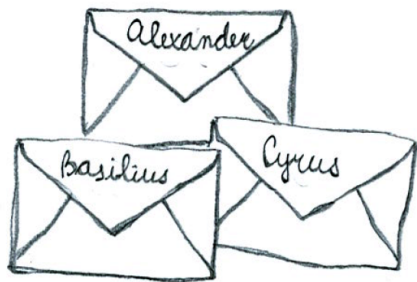
Demetros sa rozhodol preskúšať svojich troch najstarších synov Alexandra, Basilia a Cyrusa. Podal im tri obálky so slovami: „V každej z nich je jedno prirodzené číslo väčšie ako nula a ich celkový súčet je 14.“ Všetci traja otvorili svoje obálky (bez toho, aby číslo vnútri ukázali svojim bratom) a potom postupne povedali:

Alexander: „Viem, že Basilius a Cyrus majú rôzne čísla.“

Basilius: „Ja už som aj predtým vedel, že všetky tri naše čísla sú rôzne.“

Cyrus: „Ja už teraz viem, aké máme všetci čísla.“

Ako to mohol Cyrus zistiť? Aké tri čísla mali bratia?



„No dobre, vidím, že ste fakt šikovní, deti moje. Teraz si bežte niečo počítať,“ usmial sa na nich Demetros vrúcne. Svoju pozornosť potom upriamil na chlapca nervózne stojaceho v kúte miestnosti. „A čo ty, Polonius, ako sa darí tebe?“

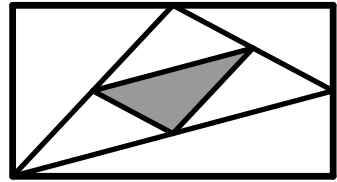
Polonius sa mierne zahniezdil a vzhliadol na otca. „No, pomerne dobre, otče...“ „Pomerne dobre? Ako to? Moje deti by mali byť najlepšie z celých Matematén!“ „Ale mňa to nebaví, otče!“ zvolal Polonius nahnevane. „Všetci moji bratia sú matematici. Ja chcem byť radšej športovec!“

Demetros na neho chvíľu neveriacky hľadel. „Takže športovec, čo? A kto si myslíš, že si, takto rozhodovať o svojom živote? Pridať sa k tým, k tým... pokrytcom! Toľké roky som pracoval na poste najväčšieho mudrca Matematén a nenechám si teraz pokaziť meno len preto, že si to môj syn zmyslel!“ „Ale otče...“ „Nie! Zabudni na šport! To je moje posledné slovo!“ skríkol Demetros, plamene mu šľahali z očí a s hrozivým výrazom vyšiel z miestnosti.

Polonius nešťastne vyšiel do záhrady. Ich záhrada bola naozaj zvláštna, jeho otec dokonca hovorieval, že najkrajšia v celých Matematénach.

Úloha S2: Záhrada

Záhrada mala tvar veľkého obdĺžnika s rozlohou 160 m^2 . Záhrada bola rozdelená chodníkmi na sedem záhonov. Každý chodník mal začiatok a koniec buď v rohu záhrady, v strede strany záhrady alebo v strede iného chodníka tak, ako na obrázku. **Aký bol obsah stredného (šedého) záhonu?**



Polonius už dávno poznal odpoveď, a tak sa radšej vydal von na ulicu. Jeho zamyslené kroky ho dovedli rovno do dielne múdreho štvorciar, teda výrobcu magických štvorcov. Bol to jediný človek, ktorý ho aspoň trochu chápal v tomto primúdrom meste.

„Ach, dobre, že ideš, Polonius!“ privítal ho štvorciar, „potrebujem práve pomôcť s touto zvláštnou objednávkou.“

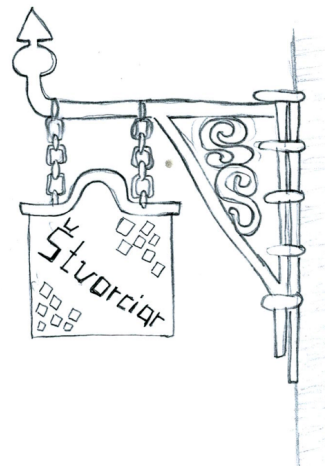
Úloha S3: Štvorciarov problém

„Pred chvíľou sa ma bol spýtať jeden Spýtagorejec, či by som mu vedel vyrobiť štvorcovú dosku, na ktorej by bolo napísané jediné štvorciferné číslo $ABCD$. Číslo $ABCD$ však musí byť čo najväčšie a ešte k tomu deliteľné bezo zvyšku číslami BCD , CD aj D .“ **Aké číslo mal štvorciar napísať na dosku?**

Polonius sa na okamih zamyslel a o chvíľu poznal odpoveď. „Máš pravdu, synak,“ usmial sa štvorciar. „No dobre. Čo ťa sem privádza?“ „Vieš, kde leží Športa? Ako sa tam dá dostať?“ „Športa?“ spýtal sa štvorciar udivene. „Beriem to tak, že tvoj rozhovor s otcom neprebehol až tak dobre...“ V chlapcových očiach zahorel varovný plameň, takže muž radšej zmĺkol. Namiesto toho sa otočil a vytiahol odniekaľ zvinutý pergamen.

„Toto je mapa. Mala by ťa doviestť tam, kam chceš ísť. Ale nechápem, prečo by si chcel ísť do nenávideného mesta všetkých Matematénčanov...“ pokrútil hlavou a otočil sa naspäť k svojej práci. Polonius na znak vďaky len prikývol a vybehol z domu. Musím ísť domov a pripraviť sa na cestu, hovoril si pre seba.

Ako tak kráčal ulicou, na námestí zbadal dievča nesúce veľa hlinených tabuliek s ciframi.



Úloha S4: Tabuľky

Dievča nieslo niekoľko hlinených tabuliek a na každej bola napísaná práve jedna cifra (číslíca 0–9). Ako tak dievča kráčalo, zrazu sa potklo na nerovnostiach v dlaždiciach a všetky tabuľky s ciframi sa jej rozsypali. Keď sa Polonius pozrel na rozsypané tabuľky, zbadal, že sa náhodou rozhodili po zemi tak, že boli pekne v rade a tvorili tak niekoľkociferné číslo, nazvime ho A . Polonius si ho zapamätal. Ako dievča dvíhalo tabuľky, znovu sa jej všetky rozsypali pekne do radu a vytvorili tak na zemi niekoľkociferné číslo, nazvime ho B . Polonius si zapamätal aj toto. Potom si z čísel A a B vybral to menšie a odpočítal ho od toho väčšieho a dostal číslo C . **Je číslo C vždy násobkom čísla 9? Nezabudni svoju odpoveď zdôvodniť.**

Polonius, ako správny gentleman, pomohol dievčaťu tabuľky pozbierať a ponáhlal sa ďalej domov. Keď tam prišiel, ešte vo dverách sa naňho zavesil jeho najmladší brat.

„Pozri, braček, pozri, čo som vymyslel!“ volal nadšene a hrdo držal v ruke svoj najnovší vynález, ďalekoprenosný rozprávatel. „Pomocou neho sa dá rozprávať aj s niekým, kto je veľmi ďaleko.“

Úloha S5: Rozprávatel

Ďalekoprenosný rozprávatel vyzeral podobne ako dnešné telefóny. Klávesnica rozprávatela vyzerala ako tá na vrchnom obrázku. Z rozprávatela sa však dalo volať len na rozprávatelové čísla. Rozprávatelové číslo muselo spĺňať tieto vlastnosti:

- Muselo mať 9 cifier.
- Všetky cifry museli byť rôzne.
- Muselo byť deliteľné tromi aj piatimi.
- Prvé štyri cifry museli byť zoradené podľa veľkosti od najmenej po najväčšiu.
- Tlačidlá použité na vytočenie prvých štyroch cifier museli ležať vo vrcholoch štvorca na rozprávatelovej klávesnici. Príklad tlačidiel ležiacich vo vrcholoch štvorca (1, 2, 4 a 5) je na spodnom obrázku.
- Tlačidlá použité na vytočenie posledných štyroch cifier museli takisto ležať vo vrcholoch štvorca.

1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	

1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	

Kofko rôznych čísel vyhovovalo týmto vlastnostiam?

„To je super, krpec,“ postrapatil ho Polonius na hlave a jemne sa vymanil z jeho zovretia. V duchu si hovoril, že čo je to za blbosť, rozprávať sa s niekým, kto je veľmi ďaleko. Veď na to máme poslov!

Vošiel do svojej izby a do cestovnej kapsy nastrkal všetky veci potrebné na cestu. „Uvidíme, ako ti teraz pomôže tá tvoja matematika, otče...“ zasmial sa a vyklzol do vonkajšieho večerného šera.



Čo má Polonius za lubom? Kam sa to večer vypravil a prečo? Dozvie sa o jeho úmysloch aj Demetros? Rieš aj ďalšiu sériu Pikomatu a dozvieš sa!

Svoje riešenia najneskôr **3. októbra 2016**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5**.

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat