

## Zadania 3. série letnej časti, kategória 8–9

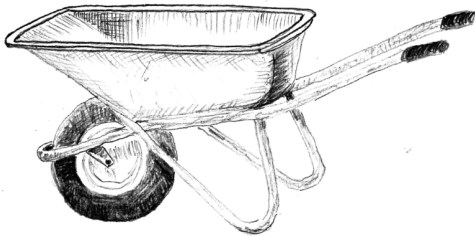
James sa zatváril spokojne. Konečne si potvrdil to, čo mu bolo celú dobu jasné – hľadaná chobotnica je v zoo. S pocitom vlastnej dokonalosti sa obzrel za papagájom, ale, na jeho sklamanie, Toby nevyzeral ani trochu prekvapene. S ukazovákou priloženým na ústa zasignalizoval Tobymu, aby bol potichu a nenápadne spolu vyšli von z pavilónu morských tvorov. Vonku naňho ale papagáj hneď rozhnevane vyhrkol: „Čo to robíš? Musíme Alicu a Petrrra ešte sledovať!“ „Čo, ty si to ešte nevyriešil?“ spýtal sa James trochu provokatívne. „Mne už je skoro všetko jasné. Už len musím zistiť pár detailov a je to!“ „Snáď si nemyslíš, že tú chobotnicu ukradli Alica s Petrrrom?“ zakrákal vyľakane Toby. James sa naňho prekvapene pozrel – väčšinou prípad vyriešili v podobnom čase a s rovnakým záverom. Teraz to ale vyzeralo, že papagáj vôbec nezdieľa jeho presvedčenie, že zlodějmi chobotnice sú Peter s Alicou. „Myslíš si, že to azda bol niekto iný?“ spýtal sa. Papagáj neisto pokrčil ramenami. „Noo, ehm, mám tak trrošku svoju teórrriu, ale musím si ju ešte overriť.“ „Tak dobre, rozdelíme sa a každý pôjdeme preskúmať svoju teóriu. Stretne sa doma na večeri,“ rozhodol sa James a zložil Tobyho zo svojho ramena. Toby mierne kývol hlavou a odletel späť smerom k pavilónu morských tvorov.

James sa zamyslene otočil smerom k východu zo zoo. V hlave sa mu už jasne formuloval priebeh krádeže chobotnice. V myšlienkach si to prešiel znovu od začiatku. Je jasné, že Alica a Peter už spolu nejakú dobu chodia. James ale predpokladal, že Alicin otec Vincent o tomto vzťahu nevie. Ako by aj mohol? James si tiež uvedomil, že sa pán Panvička snažil zhodiť vinu na svojho konkurenta, pána Šimlu. Všetko to bola skoro prvá vec, ktorú mu pri návšteve jeho reštaurácie povedal. Zrejme nemá rád ani pána Šimlu, ani jeho syna Petra. Ale Alicu musí ten rozpor medzi ich otcami dosť mrziť. Z toho James odvodil, že odvoz chobotnice do zoo zariadili Alica a Peter. Alica totiž tiež pozná kód od mreže na vrchu akvária v ich reštaurácii, takže aj to sedí. Asi si pochabo mysleli, že zmiznutie chobotnice ich otcov uzmiere. To bol ale naozaj zlý nápad, pomyslel si James smutne. Ako to teraz môžem dať do poriadku bez toho, aby som mladý pár prezradil?

Zatiaľčo sa James zaoberal týmito myšlienkami, Toby vletel do pavilónu morských tvorov. Opatrne preletel nad Alicou a Petrom, ktorí ešte stále pozorovali chobotnicu v akváriu, a zamieril k zadnej stene akvária, kde práve pracovali dvaja zamestnanci zoo.

### Úloha S1: Zamestnanci zoo

Dvaja zamestnanci zoo, Viktor a Filip, pracujú ako kŕmiči tvorov v morskom pavilóne. Ich úlohou je rozvážať vedrá s krmivom k jednotlivým akváriám. Pretože vedrá s krmivom sú ťažké, používajú na ich rozvoz dva fúriky: zelený a modrý. Zelený fúrik je väčší a uvezie viacej vedier ako modrý fúrik. Naložiť a vyložiť oba fúriky trvá rovnako dlho. Prvý deň používal Viktor zelený fúrik a Filip používal modrý. Na konci dňa zistili, že obaja navozili rovnaký počet vedier. Druhý deň používal zelený fúrik Filip a na konci dňa zistili, že tentoraz navozil Filip dvakrát viac vedier ako Viktor. **Ktorý deň navozili spolu viac vedier ak sa ich rýchlosť práce nezmenila pri výmene fúrikov?**



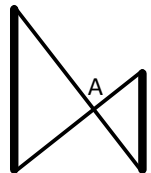
Teraz Viktor a Filip sedeli na lavičke blízko akvária s chobotnicou a olovantovali. „Už si počul o tejto novej chobotnici?“ zahuhňal Viktor s plnými ústami. „Hej, vraj ju riaditeľ kúpil za strašné prachy,“ odpovedal mu Filip a papagáj nastražil uši. „No, to ale nie je všetko,“ pokračoval Viktor pošepky, „vraj ju priviezol dosť neskoro v noci a celé to bolo nejaké divné.“ Filip prikývol. „Hej, to je pravda.

Mal som vtedy nočnú, takže som to videl. Priviezli ju v takej dodávke s logom chobotnice.“ Toby už viac počuť nepotreboval, rýchlo sa poobzeral z výklenku, na ktorom sedel, a uvidel Petra a Alicu, ako vychádzajú dverami von z pavilónu. Rýchlo sa rozletel za nimi.

Peter a Alica, nepozorovane sledovaní papagájom, vyšli z pavilónu a zamierili k cestičke, ktorá viedla hlbšie do areálu zoo. Zastavili sa až pri prázdnej lavičke, na ktorú sa posadili. Toby opatrne pristál na vetve stromu hneď za lavičkou a rozhladol sa okolo seba. Priamo pred nimi bol vonkajší výbeh opíc. Ako v každom výbehu pre opice tam boli všelijaké preliezačky. Tobyho ale obzvlášť zaujala jedna z nich.

### Úloha S2: Preliezačka

Preliezačka pozostávala z dvoch stien a dvoch napnutých lán. Jedna stena bola päť metrov vysoká, druhá tri metre vysoká. Prvé lano spájalo vrch prvej a spodok druhej steny, druhé lano spájalo spodok prvej a vrch druhej steny (viď obrázok). V istom bode  $A$  sa tieto lano krížili. **Ako vysoko bol bod  $A$  nad zemou?** Poznámka: Riešenie pomocou meraní dĺžok nebude ohodnotené plným počtom bodov – riešenie by predovšetkým malo obsahovať zdôvodnenie.



Tobyho z úvah vyrušil až rozhovor medzi Petrom a Alicou. „Takže ty si myslíš, že to urobil tvoj otec?“ prekvapene sa otočila na Petra Alica. „A ja som si myslela, že to urobil môj otec...“ „Čože? Prečo by to robil?“ bol teraz zase prekvapený Peter. „Hmm, to neviem,“ povedala Alica a odmlčala sa. „Ale tvoj otec, pán Šimla, je čestný človek, nie? On by niečo také nespravil,“ pokračovala. Peter sa zamračil. „No, to neviem. Už teraz plánuje, ako by z toho vyťažil čo najväčší zisk. Vieš, že na Vianoce bude robiť chobotnicové hody? Môj otec by na ukradnutie chobotnice mal motív – zničil by tým svoju konkurenciu. Ale aký motív by mal tvoj otec? Veď by si skazil zisk a povest' svojej reštaurácie...“ „Ale vieš predsa, že sa vinu snažil zhodiť na tvojho otca? Myslím, že obe reštaurácie prišli o svoju dobrú povest'. A naviac, všetky tie hádky už pred rokmi začal môj otec,“ odvetila Alica.

Toby vycítil, že už sa nedozvie nič nové, a tak sa rozhodol odletieť pátrať späť do mesta. „Hmm, takže máme štyrroch podozrivých – Alicu, Alicinho otca Vincenta, Petrrra a Petrrrovho otca Eugena,“ rozmýšľal cestou nahlas papagáj. „Ale Alica ani Peterrr to neurrobili, to jasne dokázal ich rrozhovorr. Takže už nám zostávajú len dvaja podozriví. Ale ktorrrý z nich to môže byť? Mohol by som to nejako jednoducho zistiť?“ pýtal sa sám seba papagáj. Kým rozmýšľal, doletel bližšie k mestu, ale pretože ho dlhý let unavil, pristál na chvíľu na najbližšom billboarde. Zvedavo ohol krk, aby sa pozrel, čo je na ňom napísané. Nápis na billboarde ho pobavil.

### Úloha S3: Billboard

Na billboarde stálo: Dokážeš hravo vyriešiť tento príklad? **Pre ktoré všetky  $n$  deliteľné tromi platí, že sa prirodzené čísla od 1 po  $n$  (vrátane) dajú rozdeliť do troch rovnako veľkých skupín s rovnakým súčtom?** Pokiaľ áno, príď pracovať do našej poisťovne!

Papagáj chvíľu nad príkladom uvažoval, ale potom sa zarazil a so zakrákaním „Heurrréka!“ rozohrdil krídlami a odletel smerom k červenému zapadajúcemu slnku.

„CRRR, CRRR, “ zazvonil telefón v poisťovni. Úradník Jožko ho neochotne zdvihol k uchu. „Prosím?“ spýtal sa unavene – ten deň už asi päťdesiaty raz. „Dobrrrý deň! Tu James Grrreen, súkrrromný detektív. Chcel by som vám len oznámiť, že jeden váš klient sa vás snaží podviesť. Má u vás poistenú chobotnicu, o ktorrej vám urrrčite tvrrrdil, že mu ju niekto ukrrrradol, ale prrritom ju sám prrrredal do zoo. Volá sa Vincent Panvička!“ a s týmto výrokom volajúci zavesil. Ešte o niekoľko hodín neskôr vrtalo úradníkovi Jožkovi hlavou: „To som nevedel, že ten slávny detektív James Green ráčkujel!“

James konečne dorazil na námestie s dvoma akváriovými reštauráciami. Jeho autobus, ktorým šiel zo zoo, totiž uviazol v nekonečnej zápche. James by bol býval dávno vystúpil a prišiel na námestie peši, keby vedľa neho nesedel taký zaujímavý spolucestujúci.

#### Úloha S4: Zberateľ

Jamesov spolucestujúci bol zberateľ prvočísel v tvare  $8k + 5$ , kde  $k$  je nezáporné celé číslo. Nech ale robil, čo robil, nikdy ich nevedel nájsť príliš veľa za sebou. **Pre koľko najviac po sebe idúcich čísel  $k$  je  $8k + 5$  prvočíslo? Prečo ich nemôže byť viac?**

Jamesa to tak zaujalo, že mu ani nevadilo, že autobus na námestie dorazil až po dvoch hodinách. Teraz sa rýchlym krokom vydal k „Veselému chápadlu“, keď tu náhle... „HUÍHUÍHUÍ“ a pred reštauráciou U veselého chápadla zabrzdlilo policajné auto, z ktorého vyskočila skupina policajtov, ktorí hneď vbehli do reštaurácie. Na Jamesovo veľké prekvapenie z nej po chvíli vyviedli jej majiteľa – pána Panvičku. Naložili ho do auta a už by boli odišli, keď tu si jeden z policajtov všimol Jamesa a zavolał naňho: „Gratulujeme, pán Green! Zase raz ste v rekordnom čase vyriešili ohromnú záhadu.“ Potom všetci odišli. Za sebou nechali len prach a Jamesa, ktorý sa za odchádzajúcim autom ešte dlho pozeral s otvorenými ústami.

V ten istý večer neskôr sa konala v reštaurácii U veselého chápadla malá oslava. Keď totiž prišla Alica večer domov, našla na stole malý lístok so slovami: Odovzdávam ti svoju reštauráciu. Verím, že ju budeš viesť lepšie ako ja. Prosím, odpusť mi. Vincent Panvička. Aj keď z toho bola Alica smutná, vedela, že jej otec nebol veľmi dobrý človek. Jediné, čo jej robilo radosť, bolo zasnúbenie s Petrom – a to sa teraz oslavovalo. Zrazu niektorý z otcových, teda, teraz vlastne už jej kuchárov, zvolal: „Na Alicino a Petrovo zdravie!“



#### Úloha S5: Prípitok

Po tomto zvolaní si všetci navzájom začali štrngať pohármi. Naraz si môžu štrngnúť len dvojice alebo trojice. Pri jednom trojštrngnutí trojice ABC (všetci tri naraz priložia poháre k sebe a spravia jeden štrng) to berieme tak, že si štrngli A s B, B s C aj C s A, ale do počtu štrngnutí sa zarátať len 1 štrngnutie. **Na koľko najmenej štrngnutí si vedia štrngnúť siedmi ľudia? Na koľko najmenej štrngnutí si vedia štrngnúť šiesti ľudia? Ako si majú štrngnúť?**

V ten istý večer, ale na inom mieste, spolu dvaja zvláštni kamaráti konečne dohrávali jednu rozohratú partiu šachu. James sa usmial, tentokrát naozaj vyhral papagáj.

*Výborne! Prebojoval/a si sa tromi náročnými sériami letnej časti Pikomatu. Už si letné prázdniny. Na najúspešnejších z Vás čaká **letné sústredenie!** Za vedúcich môžeme prezradiť iba to, že sa máš na čo tešiť. Uvidíme sa čoskoro.*

Svoje riešenia najneskôr **24. apríla 2017:**

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

#### **ALEBO**

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

#### **Rady Tatka Pikomatka:**

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamena objaví jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



**p - mat**

Organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat