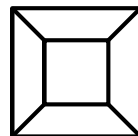


## Zadania 2. série letnej časti, kategória 8–9

Tomas prekvapene zažmurkal. Po dlhých týždňoch vo väzení si odvykol aj od tlmeného svetla neónových lúčov, ktoré nahrádzali svetlo mechanickej hviezdy Fulgus na nižších podlažiach. Keď ho prestali páliť oči, začal sa obzerať. Nachádzali sa na veľmi hlbokom podlaží, ktoré bolo celé zastavané prepojenými továrňami. Vlastne sa okolo Temnoškľabu nachádzalo len zopár ulíc. Pán R. sa obrátil k ostatným a povedal: „Výborne. Sme na slobode. Zvyšok rieše však ešte nie je. Musíme sa dostať do budovy Tribunálu, ktorá sa nachádza nad nami, o mnoho podlaží vyššie. Plán je takýto: Nájdeme elevátor a spojzdníme ho. Vyvezieme sa až hore, do Obytného disku. Tam získame podporu ľudí a spoločne sa všetci prebijeme až k Tribunálu, ktorý bude za svoje zločiny súdený. Teraz však musíme zlikvidovať strážu na uliciach v tomto podlaží. Našťastie viem, ako ich rozostavujú:

### Úloha S1: Stráže

Ulice na tomto podlaží predstavujú dva sústredné štvorce, ktorých zodpovedajúce križovatky – vrcholy – sú prepojené ako na obrázku. Na každej križovatkke stojí 1- až 8-členná hliadka, pričom na žiadnych dvoch križovatkách nie je rovnaký počet strážcov. Tribunál vydal rozkaz, aby sa rozostavili tak, že každú ulicu má strážiť iný počet strážcov. **Je to možné?**



**Nezabudni to aj dokázať.**

A práve vďaka tomu sa dokážeme strážcov nepozorovane zbaviť,“ dokončil Pán R. Jeho plán bol jednoduchý a vďaka tomu fungoval. O pár chvíľ boli strážcovia zviazaní, so šatkami na ústach a Pán R. stál pred dverami elevátora. Otázne však bolo, či sa mu ho vôbec podarí privolať.

### Úloha S2: Elevátor

Aby sa zabránilo masovému úniku väzňov, centrálné riadenie sa rozhodlo, že počet privolaní elevátora každý deň bude obmedzený. Funguje to takto:

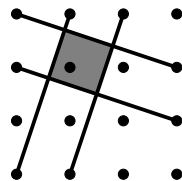
1. Pri elevátore sú dve nádoby: jedna s čiernymi štítkami a jedna s bielymi. Pán R. vyberie z nádob niekoľko čiernych a niekoľko bielych štítkov tak, aby ich bolo dokopy 72.
2. Vybrané štítky rozdelí do 12 skupín po šiestich štítkoch. Každú šesticu potom vloží do jedného z dvanástich vhodných vreciek. Vrecká so štítkami sa odošlú robotickému zriadencovi.
3. Zriadenc má 12 kociek. Pozrie obsahy všetkých vreciek. Potom vždy zoberie jednu kocku a na jej 6 stien nalepí 6 štítkov z jedného vrecka. Toto urobí pre všetkých 12 kociek. Musí však pritom splniť dve podmienky:
  - Z kociek sa musí dať poskladať kváder  $2 \times 2 \times 3$ , ktorého povrch je celý biely.
  - Z kociek sa musí dať poskladať kváder  $2 \times 2 \times 3$ , ktorého povrch je celý čierny.
4. Ak sa to zriadencovi podarí, privolá elevátor.

Ale pozor: zriadenc neakceptuje dve rovnaké rozdelenia štítkov do vreciek, každé ďalšie rozdelenie musí byť jedinečné. Na poradí vreciek nezáleží. **Koľkokrát sa dá elevátor maximálne privolať za jeden deň, teda koľko rôznych sád vreciek spĺňa tieto podmienky?**

„Výborne, na tomto podlaží zostali ešte tri cesty,“ vydýchol si Pán R., kontrolujúc ukazateľ doterajších ciest. „Otázka však je, koľko sa nás do elevátora zmestí. Tieto prístroje umožňujú určitý počet osôb na meter štvorcový, a ja neviem presne, aká je plocha podstavy elevátora.“

### Úloha S3: Kapacita elevátora

Výťahová šachta má prierez tvaru štvorca so stranou 30 metrov. Elevátor je pripravený oceľovými lanami na bežce tak, ako je to na obrázku. Bežce tvoria štvorcovú sieť o strane 10 metrov. Aký je obsah podstavy elevátora (šedej oblasti na obrázku)?



„Bohužiaľ, je nás o dvoch viac, než je kapacita elevátora. Teda ak nechceme spustiť alarm uzatvárajúci podlažie, dvaja z vás budú musieť počkať, až sa vyvezie zvyšok, a až potom pôjdu.“ Tomas sa pozrel na Alexa a ten prikývol. „My dvaja počkáme,“ povedal. „Budeme váš zadný voj. Nestrachujte sa o nás.“

Pán R. na nich vrhol skúmový pohľad, a napokon rýchlo prikývol: „Dobre. Neomeškajte sa. Ak by ste nás z hociakeho dôvodu stratili, pokúste sa nepozorovane dostať do paláca a čakať na nás. Ak sa tam dlho nedostavíme, zlyhali sme a vy pokračujete na vlastnú päsť. Pokojne utečte a zachráňte si život: neočakávam, že uspejete sami dvaja, ak my zlyháme.“

Pri týchto nie príliš povzbudivých slovách sa otvorili dvere elevátora a všetci okrem Tomasa a Alexa nastúpili. Posledný vstúpil Pán R., ktorý im pri dverách ešte stroho stisol ruky na rozlúčku. Ale keď sa zatvárali dvere, všimli si v jeho očiach pobavenie nad ich odhodlaním. Rozhodne ho neplánujú sklamať.

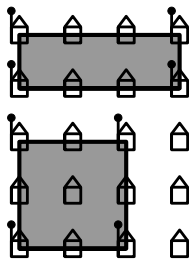


Elevátor hrkotavo vystupoval až na najvyššie, obytné podlažie. Ako stúpali, gravitácia sa oslabovala; keď vystupovali z dverí do spoza mrakov presvitajúcej žiary Fulgusu, bola sotva polovičná. Našli sa na námestí uprostred trhových dní. Kedysi veselej slávnosti teraz dominovali šedé kapucne strážcov zákona, ktorí dohliadali, aby sa pod pultom žiadneho stánku neobjavil zakázaný tovar.

Pán R. ukázal na skupinu ľudí, z ktorých jeden držal kameru. „Pozrite, posledný fungujúci televízny kanál. Všetci, čo nie sú na námestí, sedia doma a snažia sa zachytiť vysielanie. Žiaľ, signálom pokryté oblasti sú čoraz menšie.“

### Úloha S4: Signál

Všetky domy v meste boli postavené v štvorcovej sieti o strane 1 km ako na obrázku. Televízia mala rozmiestnené vysielacie v niektorých domoch tak, že tvorili obdĺžnik so stranami zarovnanými so štvorcovou sieťou (2 príklady sú vyznačené na obrázku). Vysielacie boli vyrobené tak, že televízny signál bol len vnútri obdĺžnika ktorý tvorili. Televízny štáb si všimol, že ak bolo vo vnútri obdĺžnika  $K$  domov a presne na hranici obdĺžnika  $N$  domov, potom vedeli pomocou týchto dvoch údajov vypočítať plochu obdĺžnika v kilometroch štvorcových. Televízny štáb však tento vzorec zabudol. **Pomôž im taký vzorec nájsť – teda nájsť vzorec pre obsah všeobecného obdĺžnika ktorý je zarovnaný so štvorcovou sieťou pre dané  $N$  a  $K$ .**



Kameraman sa snažil zachytiť pohľad na trh tak, aby bolo na obraze čo najmenej do očí bijúcich smutných skutočností. Veľmi sa mu to však nedarilo. Pán R. niečo pošepkal svojim spoločníkom, ako sa v jeho mysli zrodil plán. Väzni sa postupne roztrúsili po námestí. Strážnici nič nespozorovali, asi preto, že vypočúvali svedkov vykradnutia jedného stánku.

### Úloha S5: Vypočúvanie

Strážnici zozbierali 6 svedkov, ktorí postupne opisovali zločinca. Opisovali jeho kapucňu, plášť, nohavice a topánky – štandardné časti uniformy bežného občana.

A: Zlodej mal hnedú kapucňu, biely plášť, červené nohavice a sivé topánky.

B: Bolo to inak, mal červenú kapucňu, modrý plášť, ružové nohavice a biele topánky!

C: Nie, veď mal predsa čiernu kapucňu, fialový plášť, žlté nohavice a modré topánky!

D: Neviem, akej farby mal nohavice, ale stopercentne neboli žlté. Kapucňu mal bielu, rovnako ako plášť a topánky.

E: Zločinec mal zelenú kapucňu, fialový plášť, sivé topánkami a zelené nohavice.

F: Kapucňu mal určite sivú! Ladila mu s modrým plášťom a topánkami. Nohavice ale mal úplne nevkusné – oranžové.

Strážnici zistili, že každý svedok povedal pravdivý výrok o farbe *práve jednej* časti uniformy.

**Čo teda vedia s určitosťou povedať o páchateľovi?**

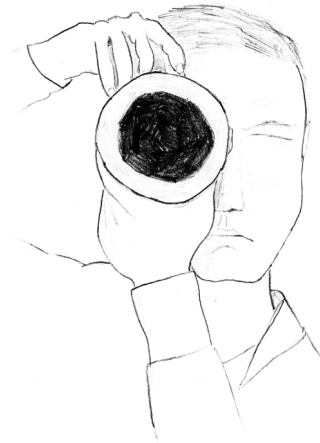
Strážnikom získané informácie očividne nestačili, takže sa polovica z nich vybrala na stanicu skontrolovať záznamy početných kamier. Pán R. medzitým pristúpil ku kameramanovi, a keď videl, že pri každom zo zvyšných strážnych stoja aspoň dvaja bývalí väzni, zapískal. O päť sekúnd sa strážnici váľali omráčení na zemi. Pán R. vedel, že má iba pár chvíľ, kým prídu posily, takže rýchlo skočil pred kameru a začal hovoriť: „Občania Mechanickej ríše! Prídlho ste trpeli pod despotickou vládou Tribunálu. Ale dnes to skončíme. Príďte teraz na Námestie slobody a urobte zadosť jeho menu! Dnešok je Deň zúčtovania!“

Kameraman pochopil a urobil zopár záberov na tvár Pána R., a tiež na zviazaných strážnikov. Zvyšní civili na trhu začali tlieskať. Na Pánu R. bolo vidieť, že mu odľahlo: zrejme sa najviac bál toho, že ľudia nebudú mať chuť zúčastniť sa revolúcie.

O päť minút sa zo všetkých uličiek začali trúsiť ľudia. Správa Pána R. mala zjavne nečakaný účinok. Každý, kto zachytil vysielanie, totiž podal správu aj susedom a priateľom, a čoskoro celé mesto vedelo, čo sa chystá. Prišlo dokonca aj niekoľko strážnikov, ktorí zvliekli uniformy a pridali sa k davu.

Pán R. sa poobzeral, no Tomasa s Alexom nikde nevedel nájsť. Nemôže ich čakať. Vystúpil pred ľud a ukázal na palác. A všetci – ľudia aj roboty – s piskotom a pokrikmi vystupovali po schodoch k veľkej bráne. Budúcnosť bola neistá. Ale, koniec koncov, oni za ňu aspoň bojujú!

Elevátor konečne zastavil. Keď sa však otvorili dvere, namiesto zaľudneného námestia uvideli Tomas s Alexom iba vnútro Centrálnaj bezpečnostnej stanice, ktorú im rýchlo zakryl obrys ozbrojeného muža..



Čo sa stalo vnútri paláca Tribunálu? Podarilo sa Tomasovi s Alexom prebiť sa na slobodu? A čo si pre revolucionárov prichystal Tribunál? Rieš aj druhú sériu a dozvieš sa. V apríli sa uskutoční Kockatý víkend, nezabudni nám poslať prihlášku. Všetky potrebné informácie nájdeš na [www.pikomat.sk/kockaty](http://www.pikomat.sk/kockaty).

Svoje riešenia najneskôr **19. marca 2018**:

- nahraj do **22:00** na [www.pikomat.sk](http://www.pikomat.sk) vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

#### **ALEBO**

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5**.

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na [pikomat@p-mat.sk](mailto:pikomat@p-mat.sk). Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

#### **Rady Tatka Pikomatka:**

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamena objaví jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdí si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



**p - mat**

Organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat