

Zadania 2. série zimnej časti, kategória 8–9

Bolo to pár mesiacov po tom, čo ma zavreli do basy. Sedel som práve vo svojej cele a krmil sa skromným obedom, keď sa dvere otvorili a ozvali sa ťažké kroky. Viem rozpoznávať ľudí podľa kroku a toto nebolo ľahké našľapovanie nášho dozorca. Rozoznal som dvoch ťažkých, mohutných mužov a jednu osobu, ktorej krok sa podobal tikaniu hodín – presný, pravidelný a absolútne neosobný. Predstavil som si pod ním upätého muža v elegantnom bielom saku s jasnou červenou, ale nijak veselou kravatou. Formálny, jednotvárný hlas, ktorý sa vzápätí ozval, mi do tejto predstavy krásne zapadol:

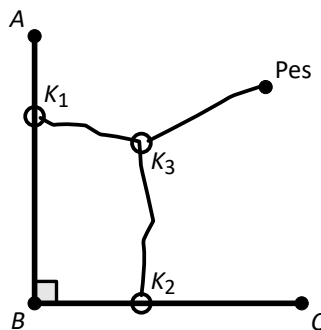
„Pán Joshua Jones, som zamestnancom firmy SkysCorper a prišiel som vám ponúknuť prácu. Počuli sme o incidente, ktorý sa stal na pracovisku konkurenčnej firmy BetterBuild, aj o tom, čo mu predchádzalo a rozhodli sme sa vám dať ponuku.“

„Akú ponuku?“ spýtal som sa nervózne, ako každý človek, ktorému kedy ponúkli niečo zadarmo. „Uzavrieme s vami zamestnaneckú zmluvu, ktorá nás zaviaže zaplatiť vašu kauciu. Budete voľný.“ „A háčik?“ „Žiadny háčik nie je,“ sucho povedal hlas. „Jednoducho budete u nás zamestnaný na dobu pätnástich rokov, ubytovanie a strava hradená, plat desať dolárov mesačne, pričom ak odstúpite od zmluvy, vrátite sa do väzenia. Na vašom mieste by som bral. Zajtra sa vrátíme a podpíšeme zmluvu, dobre?“

Prv, než som stihol zareagovať, všetci traja ľudia vyšli. Nahradil ich dozorca Jeeves, ktorý ma hlučne poslal pozametať dvor. Keď som sa popamäti vybral po chodbe, pripojil sa ku mne môj priateľ Tom a ticho mi podal jednu z dvoch metiel. Vďaka som prijal jeho pomoc a spolu sme sa vybrali zametať dvor. No nebolo to také ľahké, na dvore bol totiž privityaný besný pes.

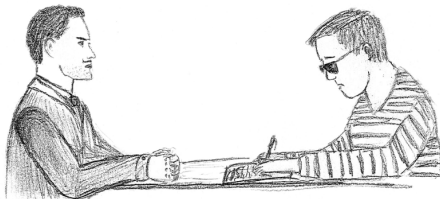
Úloha S1: Pes na dvore

V zemi boli zabodnuté tri kolíky A , B a C zanedbateľného priemeru, ktoré tvorili pravý uhol. Medzi kolíkmi A a B a medzi kolíkmi B a C boli napnuté 10-metrové povrazy, ako na obrázku. Na každom povraze bol voľný krúžok (K_1 a K_2). Tieto dva krúžky boli spojené tretím 10-metrovým povrazom. Na tomto povraze bol opäť voľný krúžok K_3 , ku ktorému bol 5-metrovým povrazom privityaný pes. Pes nevedel prekročiť povrazy napnuté medzi kolíkmi, no krúžky sa mohli voľne pohybovať po povrazoch. **Aký tvar mala plocha, po ktorej sa pes mohol pohybovať? Aký bol obsah tejto plochy?** Poznámka: Povrazy medzi K_1 a K_2 a medzi K_3 a psom nemuseli byť napnuté.



Celý čas som popri monotónnej práci premýšľal, či chcem ujsť z jedného väzenia do druhého... Na druhý deň ráno mi opäť vstúpili do cely tí traja ľudia zo SkysCorper.

Zaskočene som vyhrkol: „Myslel som, že prídete opäť až večer... Ešte som sa úplne nerozhodol...“ „Všetky papiere sú tu,“ povedal sucho hlas. „Vaša jediná možnosť. Podpíšete?“ Hlas ma opustil, myšlienky sa vyplli a brada mi klesla. Kým som si uvedomil, čo robím, prikývol som a načiahol ruku po pero...



Za chvíľu bolo po všetkom a mocné ruky ma viedli po chodbe von z väznice. Počul som, ako na mňa Tom kričí: „Maj sa, Joshua, a drž sa!“ Vtedy som si uvedomil, že som sa s ním nerozlúčil, no kým som stihol zakričať niečo viac ako „Tom...!“, zabočili sme za roh a opustili nenávidenú budovu väzenia.

„Hoci ste indisponovaný, ste inteligentný. Budete mojim poradcom. Som manažér Peter G. Host a vy mi teraz pomôžete s otázkou platu našich stavbárov.“

Úloha S2: Zvýšenie platu

„Skupine robotníkov platím ročne N dolárov. Prirodzené číslo N má D rôznych deliteľov. Napríklad pre $N = 10$, D je 4, pretože 10 má štyroch rôznych deliteľov: 1, 2, 5 a 10. **Pre ktoré všetky prirodzené čísla N platí, že ich dvojnásobok má $2 \times D$ rôznych deliteľov? Pre ktoré všetky prirodzené čísla N platí, že ich trojnásobok má $3 \times D$ rôznych deliteľov?**“

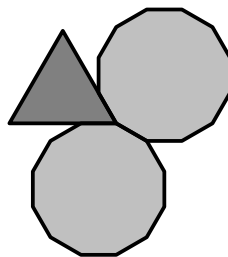
Peter nečakal na odpoveď, vtisol mi do ruky chladné pero a posadil ma za hrbu papierov. Sám si sadol za stôl na druhej strane kancelárie a pustil sa do vlastnej práce. Keď som sa ozval, že práca je hotová, povedal: „Ďalej. Chceme postaviť niekoľko obchodných domov...“

Úloha S3: Obchody

„Neďaleko stavíme obchodné domy. Jeden už máme postavený a je v tvare rovnostranného trojuholníka. Teraz by sme chceli postaviť ešte dva ďalšie obchodné domy, ktoré musia spĺňať tieto podmienky:

1. Obidva nové obchodné domy musia mať tvar *pravidelného* mnohouholníka.
2. Všetky tri obchodné domy musia mať spoločný jeden vrchol.
3. Každá dvojica obchodných domov musí mať jednu spoločnú stenu.

Napríklad na obrázku je jedna taká možná trojica obchodných domov. No my by sme chceli, aby jeden z dvoch nových obchodných domov mal čo najväčší počet stien.“ **Koľko najviac stien, pri splnení všetkých troch podmienok, mohol mať jeden z nových obchodných domov?**

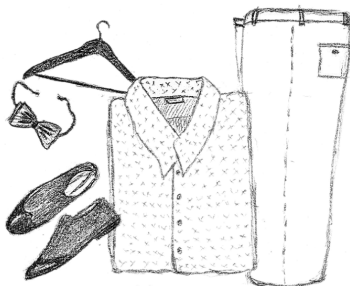


Keď som úlohu konečne vyriešil, starožitné hodiny v rohu odbili osem. Pán Host ma odprevadil k dverám, kde mi zriadenec vtisol do ruky obschnutý obložený chlieb a odprevadil ma do mojej izby na ubytovni úradníkov. Sediac na posteli s uchom pritisnutým k stene som počúval hukot a dupot rozliehajúci sa budovou, zatiaľ čo ma spánok obchádzal širokým oblúkom a prvýkrát od čias, keď som vystúpil z vlaku v meste New York, som plakal.

Práca pokračovala, a ja som si postupne zvykol na neslobodný úradnícky život. Každé ráno som o ôsmej sedel za svojím stolom v kancelárii pána Hosta, dostal som šálku slabej kávy, pero a štós čistých papierov. Host mi zadával úlohy a s polhodinovou prestávkou na zväčša studený obed som tam sedel až do ôsmej večer, keď už som mal všetky papiere popísané číslami, hodnotami a náčrtkami. Moje roztrasené slepecké písmo sa za mesiac zlepšilo na

nepoznanie a povedali mi, že sa pomaly nedá rozoznať od písma normálnych ľudí. Môj plat – aj keď to bolo skôr vreckové – som si vždy vopchal do matracu, pričom som z neho vždy zobral jediný dolár a kúpil som si zaň v meste nejaké teplé jedlo, ktoré na rozdiel od úradnej kantíny nechutilo ako starý papier. Keď sa mi v matraci nahromadilo štyridsaťpäť dolárov, raz ráno mi pán Host namiesto pravidelnej dávky manažérskych problémov povedal:

„Pán Jones, o piatej poobede ma budete sprevádzať na recepciu v hoteli Hamilton. Stretneme sa tam s predstavenstvom mestskej rady a taktiež s hŕstkou biznismenov, ktorí hľadajú investičné príležitosti a my im ich môžeme poskytnúť. Budete tam mojou hlavou na čísla a snažte sa reprezentovať SkysCorper tak, aby ste nám pred nimi neurobili hanbu. Teraz sa prezlečte do tohto saka,“ podal mi zloženú hrbku šiat, z ktorej som vybral hebkú košeľu, sako a motýlika.



„A podajte mi tú hnusnú palicu, prichystali sme pre vás krajšiu, ebenovú,“ zdvihol moju slepeckú paličku opretú o môj stôl a nedbalo ju vyhodil z okna, kým som mu meravý hrôzou stihol vysvetliť, že je to jediné, čo mám so sebou z domova. Otrasený a nervózný som sa prezliekol a vybral sa s ním do taxíku, ktorý nás prevážal po meste, zatiaľ čo Host nakupoval rozličné drobnosti na recepciu. Medzitým sa ma snažil poučiť o zasadacom poriadku.

Úloha S4: Zasadací poriadok

„Za obdĺžnikovým stolom bude sedieť 10 ľudí, päť z každej strany. Budú tam manažér Adam so svojím poradcom Alexom a manažér Bert so svojím poradcom Bobom. Je nutné, aby Adam sedel oproti Alexovi a Bert oproti Bobovi. Takisto aj my dvaja musíme sedieť oproti sebe. Zvyšní hostia môžu sedieť akokoľvek. **Koľkými rôznymi spôsobmi sa môžeme za stolom usadiť?**“

Taxík naveľa-naveľa zastal pred hotelom Hamilton a my sme sa pobrali na recepciu. Usadili ma na stoličku a pri stole sa rozhostilo ticho. Pricupital čašník a opýtal sa, ktoré z jedál si objednáme. Po chvíli sme mali všetci vybrať. Potom sa čašník opýtal, ktoré mušty by sme si chceli spoločne objednať.

Úloha S5: Mušty

Na jedálnom lístku bolo pod sebou napísaných desať rôznych typov mušty, ktorých ceny za fľašu boli prirodzené čísla. Pán Host objednal niekoľko fliaš rôznych muštov podľa týchto pravidiel:

- Objednané mušty boli na jedálnom lístku napísané bezprostredne pod sebou.
- Z každého objednaného typu mušty objednal práve jednu fľašu.
- Objednané mušty vybral tak, že výsledná cena bola deliteľná desiatimi.

Mohol teda napríklad objednať jednu fľašu 1., 2. a 3. typu mušty alebo napríklad jednu fľašu 5., 6., 7. a 8. typu mušty. **Podarilo by sa mu vždy objednať mušty podľa týchto pravidiel, nech by ceny muštov boli ľubovoľné prirodzené čísla?**

Čašník nám po chvíli priniesol jedlo. S tým sa prerušilo ticho a rozprúdil sa čulý rozhovor. Peter Host sa ma podchvíľou pypytoval na čísla zo SkysCorperu a nahlas nimi ohuroval biznismenov, manažérov aj mestskú radu. Atmosféra sa tak uvoľnila, že som dokonca na chvíľu zabudol na šedivú realitu, ktorá ma zrejme bude očakávať zajtra, keď zrazu jeden biznismen vykrikol: „Moje hodinky! Zmizli mi moje zlaté hodinky od Uhorskej kráľovnej!“ Všetci stíchli a ja som vytušil, že sa pozerajú na mňa. Jedna stolička sa odsunula a výhražný hlas na mňa spustil: „Počúvaj, ty podliak, okamžite mi vrátiš moje hodinky, inak...“

Čo sa stane s Joshuom? Vyrieši sa nedorozumenie okolo hodínok? A podarí sa mu napokon získať zrak? Rieš aj ďalšiu sériu Pikomatu a dozvieš sa!

Svoje riešenia najneskôr **5. novembra 2018**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5**.

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat