

# PIKOMAT

## 16. ročník šk. rok 1998/99

### Zadania 3. série letnej časti

Naposledy sme panáka z križovatky zastihli v škole, ako si pokojne oddychoval na hodine matematiky. Keď už bol taký oddýchnutý, že sa pomaly začínal nudieť, práve zazvonilo a žiaci spokojne odišli na obed. Panák sa k nim prikmotril, a tak si vypočul príbeh, ktorý rozprával neporiadnik Andrej. Spomínal, ako cez prázdniny, keď boli s rodičmi na dovolenke, išli na výlet autobusom. Cestou z výletu sa autobus presne v  $\frac{3}{4}$  cesty pokazil, a tak im späťcesta trvala presne štyrikrát dlhšie ako cesta tam.

#### Príklad 1: (♥ 5, 6)

Koľkokrát bol autobus rýchlejší ako Andrej s rodičmi?

Potom, ako Andrej vyrozprával túto napínavú príhodu, začal sa s chlapcami rozprávať o domácej úlohe z matematiky. Mal tam vynásobiť dve dvojciferné čísla, ale pomýlil sa pri podpisovaní čísel pri "ručnom" násobení (neposunul druhé číslo o jedno miesto doľava), a vyšiel mu chybný výsledok 1404.

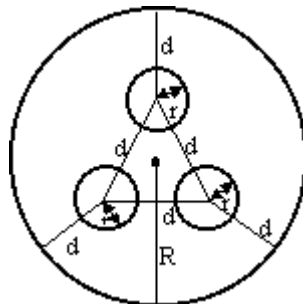
#### Príklad 2: (♥ 5, 6, 7, 8)

Aký mal byť správny výsledok?

Panákov už v škole bolo naozaj otupno, chýbalo mu už slniečko. Rozhodol sa teda vrátiť do parku k fontáne, ktorú už raz obdivoval, ale zabudol, ako vyzerala. Fontána mala tvar kruhu, v ktorom boli tri menšie kruhy, z nich striekala voda.

#### Príklad 3: (♥ 5, 6, 7, 8, 9)

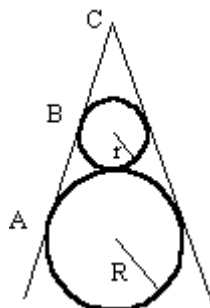
Vyjadrite vzdialenosť  $d$  stredov malých kruhov od okraja fontány len v závislosti od polomerov  $R$  a  $r$ .



Panáak bol smädný, naklonil sa teda nad hladinu a v letnom slnku uvidel na dne fontány malý privesok. Vytiahol ho z vody a obzeral si ho. Boli to dva strieborné krúžky, spojené dvomi pásikmi striebra. Jeden z pásikov sa dotýkal veľkého aj malého kruhu z ľavej strany, druhý z pravej strany, a tam kde sa spájali, bolo malé očko, za ktoré sa privesok vešal na reťiazku.

#### Príklad 4: (♥ 5, 6, 7)

Aká časť úsečky  $AC$  je úsečka  $AB$ , ak vieme, že veľký kruh vážil 100g a malý kruh vážil 25g a polomer veľkého kruhu je 4cm?

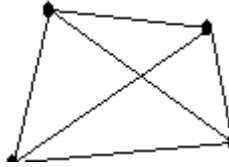


Panáak si pekný privesok zavesil na krk a opäť sa začal prechádzať po parku. V parku sa mu veľmi páčilo, lebo sa tam stále diali zaujímavé veci. Všimol si štyri deti, ktoré držali lano tvaru "pavúka". Každé dieťa sa lana držalo na inom

mieste a panák si všimol, že nech deti stoja akokoľvek, lano vždy vytvára aspoň jeden uhol, ktorý je pravý alebo tupý.

**Príklad 5: ( ♥ 5, 6, 7, 8, 9)**

V rovine sú ľubovoľne dané štyri body. Dokážte, že aspoň jeden z uhlov, ktoré sú týmito bodmi určené, je pravý alebo tupý.



(Poznámka: obrázok je len na to, aby ste videli tvar lana. Lano nemusí vždy vytvárať štvoruholník.)

Panák sa išiel poprechádzať po detskom ihrisku. Pri pieskovisku sedeli dvaja chlapci, Lacko a Paľko. Hrali takúto hru: napísali si na papier za sebou čísla od 10 po 90. Potom Lacko začína. Zotrel ľubovoľné dve čísla a na koniec radu čísiel zapísal ich súčet. Paľko potom zotrel iné dve ľubovoľné čísla a ich súčet tiež zapísal na koniec. Takto sa striedali, až kým im na papieri neostali len dve čísla. Tie potom opäť sčítali, a ak výsledné číslo bolo párne, vyhral Lacko, ak bolo nepárne, vyhral Paľko.

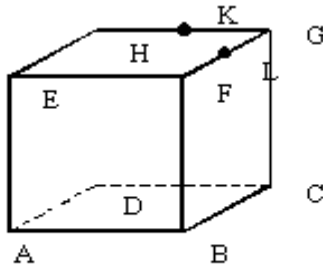
**Príklad 6: ( ♥ 5, 6)**

Musel hru vyhrať vždy Lacko?

Panák si skúsil zahrať hru s chlapcami, raz s Lackom, raz s Paľkom. Keď už sa dosýta pohral, pobral sa opäť ďalej. Vyšiel z parku a povedal si, že pomaličky sa poberie domov. Avšak hneď za rohom uvidel v sochárskom ateliéri sochárskeho učňa, ako sa snaží z kusa žuly tvaru kocky kusisko odtesať. Vedel, že rez má byť rovný, ale poznal iba tri body, ktorými má rezať. Nevedel nájsť rovinu, ktorou rez má ísť.

**Príklad 7: ( ♥ 5, 6, 7, 8, 9)**

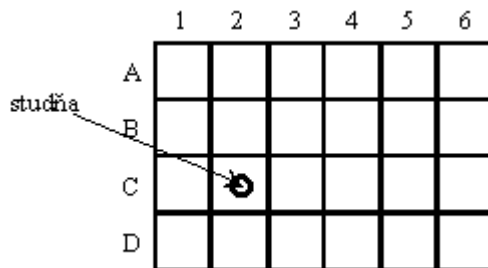
Nájdite rez kocky ABCDEFGH bodmi A, K, a L (Body K,L sú stredmi hrán GH a FG).



Sochársky učeň sa ešte chvíľu trápil, potom však našiel vytúžený rez a kocku otesal. Panákovi sa nová socha celkom páčila, ale aj tak šiel ďalej. Vo výklade obchodu s nehnuteľnosťami uvidel inzerát, v ktorom ponúkali na predaj obdĺžnikový kus zeme. Pozemok bol rozdelený na 4\*6 štvorcov so stranou dĺžkou 10 metrov (pozri obrázok). Na políčku C2 stála studňa. Kupujúci si mohli kúpiť celý pozemok, alebo len ľubovoľnú jeho časť, ale museli kupovať tak, aby ich záhrada mala tvar obdĺžnika alebo štvorca, teda museli si vybrať niekoľko malých štvorcov. (napr. (A1, A2, A3), alebo (A1, A2, B1, B2), atď., mohli si vybrať aj jediný malý štvorček.)

**Príklad 8: ( ♥ 5)**

Koľko rôznych záhrad mal na výber prvý zákazník? Koľko záhrad mal na výber, ak na svojom pozemku chcel mať studňu?

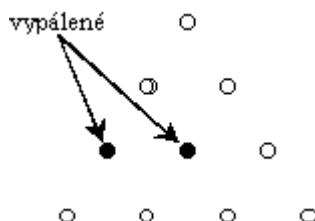


Panák nechcel záhradku, chcel sa vrátiť do svojho semafora. Ale bol príliš zvedavý na to, aby sa nezastavil pri jednej reklame. Bolo to desať žiaroviek usporiadaných do trojuholníka. Žiarovky sa striedavo zasvecovali a zhasínali. Len dve

žiarovky boli stále tmavé, lebo boli vypálené.

**Príklad 9: ( ♥ 5, 6, 7)**

Existuje také rozsvietenie, aby žiaden rovnostranný trojuholník s vrcholmi v žiarovkách nemal všetky tri vrcholy naraz rozsvietené alebo zhasnuté?



Panáček sa už blížil k svojmu semaforu, keď tu zrazu uvidel na zemi kúsok papiera. Zdvihol ho a zistil, že je to kúsok zo zadania jedného nemenovaného korešpondenčného seminára. Na papieri boli takéto tri príklady:

**Príklad 10: ( ♥ 5)**

Máme nejakú postupnosť písmen. Zavedme si takéto pravidlá: Ak sa v postupnosti vyskytnú hneď za sebou písmenká C a B, možno ich zameniť písmenkami B a C (napríklad v postupnosti AHCBMO ich zameníme a dostávame AHBCMO). Podobne DB zameníme na BD, EBD na BE, ABC na CBA a BB tiež na B. Možno týmito pravidlami zameniť postupnosť AEACBDCB na písmeno B?

**Príklad 11: ( ♥ 5, 6, 7, 8, 9)**

Máme 1999 rôznych čísel. Dokážte, že medzi nimi existujú dve čísla, ktorých rozdiel je deliteľný číslom 1998.

**Príklad 12: ( ♥ 5, 6, 7, 8, 9)**

Nájdite čísla  $a$ ,  $b$  tak, aby platilo:  $NSD(a,b) = 3$ ,  $NSN(a,b) = 75 - a$ ,  $a + b = 27$ , kde  $NSD(a,b)$  je najväčší spoločný deliteľ čísel  $a$ ,  $b$ , a  $NSN(a,b)$  je najmenší spoločný násobok čísel  $a$ ,  $b$ .

Panáček sa príkladom potešil, aspoň bude mať čo rátať počas dlhých zimných večerov. Zobral si papier a prišiel k svojmu semaforu. Na križovatke bola ohromná kucapaca. Panáček sa rýchlo vyšplhal do semafora, zvesil cedulku "DOVOLENKA" a pustil sa do svojej práce. Od tých čias je na križovatke opäť všetko v poriadku.

- Koniec -

Riešenia príkladov 3. série nám pošlite najneskôr 26. apríla 1999, (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu

PIKOMAT  
P-MAT, n.o.  
Hrušková 30  
831 06 Bratislava

Pozor: v sobotu 10. apríla je ďalšia pikosobota - stretneme sa ako vždy o 9.30 na Patrónke