

# PIKOMAT, 15. ročník šk. rok 1997/98

## Zadania 1. série letnej časti

Všetko sa to začalo tým, že jedného dňa prišiel na svet pavúček. Mal chlpaté bruško, osem krásnych očiek a dlhé štíhle nôžky, ktorými tak prepletal, že si ich vždy úplne poplietol. Preto mu rodičia dali meno Popleťnôžka. Býval v krabici s pentominovými skladačkami. Bol to celkom maličký pavúček, aj s nožičkami meral iba... Ale čo, veď na to môžete prísť aj sami. Meral presne toľko milimetrov, koľko rôznych kusov pentominovej skladačky mal vo svojom domčeku. Takže:

### 1. príklad

Každý kusok pentominovej skladačky je zložený z piatich rovnakých štvorčekov, ktoré sa dotýkajú celými hranami. Koľko rôznych pentominových kusov mal pavúček v krabici, ak bol hrdý na to, že má všetky, ktoré existujú? Aj ich nakreslite. (otočené alebo preklopené kusy nie sú rôzne)

Ale hoci bol náš pavúček maličký, chcel si utkať vlastnú sieť, v ktorej by sa mohol hojdať. A keby len jednu sieť! Popleťnôžka sa chcel hojdať na viacerých miestach, preto sa rozhodol utkať hneď tri siete. Siete sa rozhodol tkať tak, že si vybral šesť rôznych záchytných bodov, ktoré tvorili vrcholy pravidelného šesťuholníka. Tie potom spájal jemnulinkými pavúčimi vláčkami, pričom dával pozor, aby z jedného bodu do druhého nevedli naraz dve rôzne vlákna, pretože by sa zlepili a boli by príliš tvrdé – tlačili by ho pri oddychovaní. A navyše, aby siete neboli rovnaké, vymyslel ich tak, že nespojí navzájom všetky body. Určil si, že v prvej sieti budú z prvého bodu vychádzať dve vlákna, z druhého tri vlákna, z tretieho a štvrtého po dve vlákna, z piateho až štyri vlákna a z posledného len jediné vláčienko. V druhej sieti bodom priradil čísla 2, 3, 2, 2, 4, 4 a v tretej čísla 2, 3, 2, 2, 4, 7.

A tak teda tkal, pretkával, ale siete nie a nie utkať. Po troch dňoch bezvýslednej námahy zaliezol tíško do kúta a bol smutný.

### 2. príklad

Skúste nakresliť Popleťnôžkove siete! A ak to nejde, napíšte prečo.

Po vašej pomoci sa Popleťnôžka rozveselil, pretože sa niečomu priučil a bol už múdrejší. Mohol si už tkať siete aké sa mu zapáčili, a tak si poplietol mnoho sietí a vo voľných chvíľach sa v nich hojdal. A keď sa mu zunovalo hojdanie, chodil na prechádzky do okolia. Pri jednej takejto prechádzke našiel zlatý peniaz  $\odot$ . Bol ligotavý a páčil sa mu aj preto, lebo mal farbu ako slniečko. Popleťnôžka si ho navliekol na tenké vlákno a zavesil si ho okolo krku. (Nenechajte sa spliesť, bol to celkom maličký peniaz, taký, aký sa používa medzi pavúčkami a iným hmyzom.) Ako sa tak prechádzal, letela okolo neho mucha Bz a povedala mu:

“Pavúček Popleťnôžka, ak chceš, dám ti za tvoj zlatý peniaz tri mince:

- ① toto je minca, za ktorú si môžeš kúpiť ozdoby u lienky Anulienky
- ② toto je minca, za ktorú si môžeš kúpiť ozdoby u čmeliaka Bumbáca
- ③ a za túto mincu môžeš ozdoby kupovať u mravčeka Cvička.

Z tých ozdôb si potom môžeš urobiť krásny náhrdelník.”

Popleťnôžka chvíľu porozmýšľal a povedal:

“Dobre, Bz, vymením s tebou môj peniaz za tvoje mince. Urobím si najkrásnejší náhrdelník na svete.”

A tak vymenili svoje mince a Popleťnôžka si ich zavesil na vlákno v poradí -①-②-③-. Potom si to rozmyslel a chcel ich prehodiť do iného poradia, ale bál sa, že by ich mohol postrácať, a tak ich nechal tak, ako boli. Rozbehol sa teda ozlomnohy k Anulienke kúpiť si ozdoby.

Keď prišiel k Anulienke, zažil veľké prekvapenie. Anulienka totiž nechcela len svoju mincu, ale za svoju a Bumbácovu (v tomto poradí) ponúkla Popleťnôžkovi srdiečko ♥, mincu ① a mincu ④, s ktorou mohol ísť k ušiakovi Dum-dum. Avšak zobrať ich mohol tiež len v tomto poradí a ako už vieme, Popleťnôžka sa ich bál poprehadzovať, aby ich nepostrácal. Keby náhodou nechcel tieto mince, ponúkla mu Anulienka hviezdičku ☆, mincu ① a mincu bystrušky Elky ⑤, zasa len v tomto poradí. Teda za -①-②- môže dostať -♥-①-④- alebo -☆-①-⑤-. A potom mu ešte prezradila, že robí zbierku na letný chrobáci ples a že ak Popleťnôžka chce, že môže niekedy prispieť mincami -①-②- (spolu). Popleťnôžka sa začudoval tejto divnej obchodníčke a šiel sa pozrieť k Bumbácovi. Tam zažil ďalšie prekvapenie. Bumbác s ním totižto obchodovať nechcel, teda vlastne ani nemohol, pretože žiadne ozdoby vo svojom obchode nemal. Ale zato mu ponúkol, že mu poprehadzuje nejaké mince s ozdobami a to takto:

za -♥-②- dostane ②-♥-

za -☆-②- dostane ②-☆-

alebo za -⑤-♥- dostane ♥-⑤-

za -⑤-☆- dostane ☆-⑤-

(Opačne nie!!!)

Popleťnôžka sa Bumbáčovi poďakoval za ochotu a pokračoval v ceste k Cvičkovi. Ten mu za -④-③- ponúkol -②-♥-③- a za mince -⑤-③- mu ponúkol -②-☆-③-. Potom ho Cvičko poprosil, či by ich mravenisku nemohol darovať mincu ③, aby si mohli kúpiť nové činky. Popleťnôžka mu ju však zatiaľ dať nemohol, lebo by si u neho už asi nič nekúpil. Tak išiel radšej k čmeliakovi Dum-dum. Čmeliak mu ponúkol, že mu vymení poradie -④-☆- za -☆-④- alebo -④-♥- za -♥-④-.

Popleťnôžka sa Dum-Dumovi poďakoval a odišiel si oddýchnuť do jednej zo svojich sietí. Hojdá sa pavúčik vo svojej sieti a pri tom si takto myslí:

“Aká škoda, že som taký popletený a neviem si sám poprehadzovať poradie mincí a ozdôb a bojím sa zložiť nejakú ozdobu, aby som ju nestratil. A ja by som tak veľmi chcel takýto náhrdelník:

-♥-♥-☆-♥-♥-☆-♥-♥-☆-♥-♥-☆-

Len ešte neviem, ako na to. Ale ak sa mi to podarí, darujem mince aj na ples, aj na nové mravčie činky!”

### 3. príklad

Poradte Popleťnôžkovi, ako má získať takýto náhrdelník. Nájdite všetky druhy náhrdelníkov (zložených len z ozdôb ♥ a ☆), ktoré môže pavúčik získať.

Popleťnôžka dlho nerozmyšľal a čo nevidieť už nakupoval, vymieňal, ... A ešte v ten deň sa mohol pochváliť novučičkým náhrdelníkom. Chodil s ním po lúke a na všetkých sa usmieval. Prišiel až k jazeru, kde uvidel nad hladinou lietať niekoľko vážok. Ale keď sa lepšie prizrel tomu, ako lietajú, musel začať obdivovať ich presnosť. Každá vážka lietala akoby po hranách iného pravouhlého trojuholníka. Ale na každom z tých trojuholníkov bolo najzaujímavejšie to, že všetky jeho strany boli celé čísla, ktorých súčet bol 990.

### 4. príklad

Nájdite všetky pravouhlé trojuholníky, ktoré majú celočíselné strany so súčtom 990.

Popleťnôžka sa ešte chvíľu divil vážkam a potom sa vybral ďalej. Ako sa tak prechádzal po lúke, stretol dážďovku Žofku. Dážďovka sa kamsi veľmi ponáhľala.

“Kam tak bežiš, Žofka?” opýtal sa Popleťnôžka.

“Nebežím, nemám predsa nožičky! Ja sa plazím. A vôbec ponáhľam sa, nemám čas sa s tebou rozprávať. Pod' so mnou a uvidíš!”

A tak sa Popleťnôžka vybral za dážďovkou. A veru, Žofka uháňala poriadne. Malý pavúčik si mohol nožičky úplne zauzliť, ako sa za ňou ponáhľal. Keď dobehli (teda dobehol Popleťnôžka, Žofka sa doplazila) na čistinku pri potoku, náš hrdina bol už úplne udýchaný. Ale, povedal si, stálo to za to. Na čistinke bol veľký zjazd dážďoviek. Bolo ich tam vyše dvetisíc. Plazili sa sem a tam a snažili sa poskladať do akýchsi zvláštnych útvarov. Na veľkom lopúchcovom liste trónila najstaršia dážďovka. Táto dážďovka bola veľmi múdra a vzdelaná. Sedela si na svojom tróne a na ostatné dážďovky sa láskavo usmievala. Keď ju Popleťnôžka uvidel, hneď vedel, kde to vlasne je. Dobehol za Žofkou do Veľkej dážďovčej školy. Stará dážďovka pravidelne zvolávala všetky dážďovky z celého lesa a dávala im matematické úlohy. Ostatné dážďovky prichádzali a tieto úlohy riešili. Aj teraz sa snažili rozlúštiť takúto hádanku:

Máme čísla 12, 19, 199 a 1998. Pre ktoré  $n$  z tejto množiny čísel je možné zostrojiť  $n$ -uholník, ktorého všetky susedné strany sú na seba kolmé?

Popleťnôžka videl, ako sa dážďovky plazia a skladajú do  $n$ -uholníkov. Hneď pochopil dve veci:  $n$ -uholník musí ležať v rovine (veď dážďovky sa nedokážu postaviť ani na hlavu, ani na špičku chvostíka) a hranica  $n$ -uholníka musí byť uzavretá, nepretínajúca sa čiara.

### 5. príklad

Aj vy vyriešte úlohu starej dážďovky a nezabudnite svoje tvrdenia pre každé číslo odôvodniť.

Popleťnôžka sa dážďovkám chvíľu prizeral, trochu medzi nimi pobehal, kde-tu im poradil a úloha bola vyriešená. Stará dážďovka sa mu prihovorila:

“Vidím, že si múdry, pavúčik. Preto ti chcem dať jednu radu: nájdí Učiteľa pavúkov a daj sa k nemu do učenia.”

“A kde ho nájdem?” opýtal sa Popleťnôžka.

“Na to musíš prísť sám. Ale keď ho nájdeš, určite ho spoznáš...”

A tak sa Popleťnôžka rozlúčil s dážďovkami a pomaly sa vybral domov. Celú noc nemohol spať, rozmyšľal o slovách starej dážďovky. Napokon sa rozhodol. Ráno vstal, upratol svoje pentomino, zobral si malý batôžtek, dal si na krk náhrdelník a rozlúčil sa so svojimi rodičmi. Potom spokojne vykročil pravou nohou zo svojej krabice a vybral sa hľadať Učiteľa pavúkov...

*-pokračovanie-*

Riešenia príkladov 1. série nám pošlite najneskôr v pondelok, 2. marca 1998 (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu

PIKOMAT

P-MAT, n. o.

Hrušková 30

831 06 Bratislava

Riešenia poslané po tomto termíne nebudú opravené.

Spolu s riešeniami nám pošlite i vyplnenú [prihlášku](#).