
Príklad M5: 3 čísla opravovala Katka „Kitty“ Korcsoková

Dôležité je uvedomiť si, že Bystrík mal pravdu, len keď to platí pre všetky trojice, pretože si vyberá ľubovoľné 3 čísla. Ak existuje taká trojica pre ktorú to neplatí, už pravdu nemá.

Keďže možných trojíc je nekonečne veľa, nemôžeme vyskúšať, či to pre všetky platí, a teda nemôžeme ani s istotou tvrdiť, že má pravdu (pri metóde skúšaním).

Všimnime si, že všetky prirodzené čísla môžeme rozdeliť do 3 skupín:

- 1.) tie, ktoré po vydelení tromi dávajú zvyšok 0, teda sú deliteľné číslom 3,
- 2.) tie, ktoré po vydelení tromi dávajú zvyšok 1,
- 3.) tie, ktoré po vydelení tromi dávajú zvyšok 2.

Keďže v zadaní sa hovorí o číslach nedeliteľných tromi, prvú skupinu neuvažujeme. Teda čísla, ktoré si Bystrík vybral môžu byť len zo skupín 2.) alebo 3.), čiže po vydelení tromi dávajú zvyšok len 1 alebo 2.

Trojice čísel (ich zvyšky) môžu byť:

1 1 1, teda $1+1+1=3$

1 1 2, teda $1+2=3$

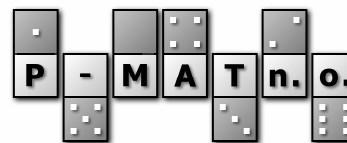
1 2 2, teda $1+2=3$

2 2 2, teda $2+2+2=6$

Vidíme, že vo všetkých prípadoch je súčet dvoch alebo troch zvyškov deliteľný tromi, teda aj súčet samotných čísel je deliteľný tromi.

Teda Bystrík naozaj mal pravdu.

Bodovanie: Ak chýba záver, teda z riešenia nie je jasné či Bystrík mal alebo nemal pravdu, strhávala som 1 bod. Za logické chyby, napr. pochopenie zadania, že súčet dvoch aj troch (namiesto dvoch alebo troch) čísel musí byť deliteľný tromi som strhávala 1 bod. Za úplné (aj so záverom a odpoveďou) riešenie metódou skúšaním som dávala 2 body. Pri náznakoch korektného dôkazu som body pridávala.



organizátor korešpondenčného seminára



podporuje odborný rast organizátorov seminára

Vzorové riešenia 4. série kategórie 5-6

Príklad M1: Vstupný kód opravoval Mišo Kováč

Kód pozostával zo všetkých čísel od 1 po 15, ktoré sa dali vyjadriť ako súčet po sebe idúcich prirodzených čísel. Tento príklad sa dal ľahko vyriešiť, mnohí ste napísali správne riešenie, ale dôležité tu bolo, aký systém ste našli, aby vám neunikli niektoré čísla.

Príklad sa dal riešiť tak, že ku každému číslu od 1 po 15 sa napísal súčet (ak to šlo). Ak to nešlo, tak sa vyskúšali všetky možnosti, ako sa dá zapísať dané číslo súčtom prirodzených čísel. Potom sa ukáže, že žiadny súčet týchto čísel neobsahuje za sebou idúce čísla.

Oveľa ľahšie riešenie bolo také, že ste vypísali všetky možné postupnosti za sebou idúcich prirodzených čísel, ktorých súčet je menší alebo rovný 15. Ale museli to byť naozaj všetky!

Väčšina správnych riešení od riešiteľov s plným počtom bodov to riešila touto cestou. Vypísať sa dali dvoma spôsobmi.

1. Začali ste písať súčty dvoch za sebou idúcich prirodzených čísel od najmenších po najväčšie, ktorých súčet bol menší alebo rovný 15. $1+2=3$, $2+3=5$, $3+4=7$, $4+5=9$, $5+6=11$, $6+7=13$, $7+8=15$. Potom súčty troch: $1+2+3=6$, $2+3+4=9$, $3+4+5=12$, $4+5+6=15$. Súčty štyroch: $1+2+3+4=10$, $2+3+4+5=14$. A piatich: $1+2+3+4+5=15$.
2. Začali ste písať súčty za sebou idúcich prirodzených čísel, z ktorých najmenšie bolo 1: $1+2=3$, $1+2+3=6$, $1+2+3+4=10$, $1+2+3+4+5=15$. Ak najmenšie bolo 2: $2+3=5$, $2+3+4=9$, $2+3+4+5=14$. Najmenšie 3: $3+4=7$, $3+4+5=12$. Najmenšie 4: $4+5=9$, $4+5+6=15$. Najmenšie 5: $5+6=11$. Najmenšie 6: $6+7=13$. Najmenšie 7: $7+8=15$.

Vo vstupnom kóde boli teda čísla 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14 a 15.

Bodovanie: Za správny vstupný kód ste zaručene mohli získať 3 body a za popis k nemu 4 až 5 bodov. Ak bol postup dobrý a objavila sa tam nejaká chybička, mohli ste získať 2 až 4 body, záležalo na tom, či ste mali dobrý postup.

Niektorí ste do kódu zahrnuli aj číslo 1, ktoré sa dalo získať ako 0+1. Nula NIE JE prirodzené číslo! Ale za túto chybu som nestrhával body, lebo sa mohlo stať, že niektorí sa to v škole naučili.

Príklad M2: Čísla za písmená opravoval Peter „5ko“ Dižo

No, táto úloha bola pomerne náročná, a nie všetci ste správne pochopili zadanie. Išlo o to, aby ste zamenili rovnaké písmenká za rovnaké číslice. Teda riešením bolo napríklad:

$$2000 + \text{SEST} + \text{SEDEM} + \text{OSEM} + \text{DESAT} - \text{DVA} = \text{DVESTO}$$

$$2000 + 9093 + 90104 + 8904 + 10963 - 126 = 120938$$

To znamená, že: S = 9, E = 0, T = 3, D = 1, M = 4, A = 6, V = 2.

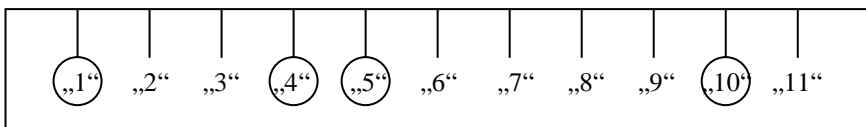
Riešenie bolo samozrejme viac, zlé som opravil, dobré obodoval :-)

A ako na to? Napríklad ste si mohli uvedomiť nejaké súvislosti a potom skúšať. „D“ mohlo byť napríklad na prvý pohľad iba 1 alebo 2 (keď sčítam 2000 a dve päťciferné a dve štvorciferné čísla), ale zase keď „D“ bude malé, „S“ musí byť veľké, aby nám vyšlo až šesťciferné číslo. Ďalej ste mohli skúšať, možností bolo už len málo :-)

Bodovanie: 1 bod za správne pochopenie zadania, 1 bod za postup, no a 3 body za správny výsledok.

Príklad M3: Meranie špagiet opravovala Alexandra „Sašenka“ Podolová

Vašou úlohou bolo na pravítku, ktoré malo 12 cm, vyznačiť štyri body tak, aby sa dali odmerať všetky dĺžky od 1 cm do 12 cm. Takže začneme od najvyšších, lebo to je väčší problém ich tam vtiesnať. Dĺžku 12 cm tam už máme, to je dĺžka celého pravítka. 11 cm dostaneme tak, že vyznačíme „1“ alebo „11“. Ja si teraz napríklad vyberiem „1“. Takto môžem odmerať dĺžky 1 cm, 11 cm a 12 cm. Na dĺžku 10 cm potrebujem vyznačiť „2“, „10“ alebo „11“. Ja si vyberiem napríklad „10“. Takto už vieme odmerať 1 cm, 2 cm, 9 cm, 10 cm, 11 cm a 12 cm. Teraz potrebujeme dĺžku 8 cm. Tú dostaneme, ak vyznačíme „2“, „4“, „8“ alebo „9“. Ak by sme vyznačili „2“ alebo „9“, už by sa nám nepodarilo vyznačiť len jeden bod tak, aby sme mohli odmerať všetky dĺžky. Takže uvažujeme nad „4“ a „8“. Ja som sa rozhodla vybrať si číslo „4“. Teraz potrebujeme dostať dĺžku 7 cm. Tú môžeme dostať vyznačením čísel „3“, „5“, „7“ alebo „8“. Ak vyznačíme „3“ alebo „8“, nepodarí sa nám odmerať všetky dĺžky. Ale pri „5“ a „7“ sa nám to podarí. Našli sme takto dve riešenia. Sú to: „1“, „10“, „4“, „5“ a „1“, „10“, „4“, „7“.



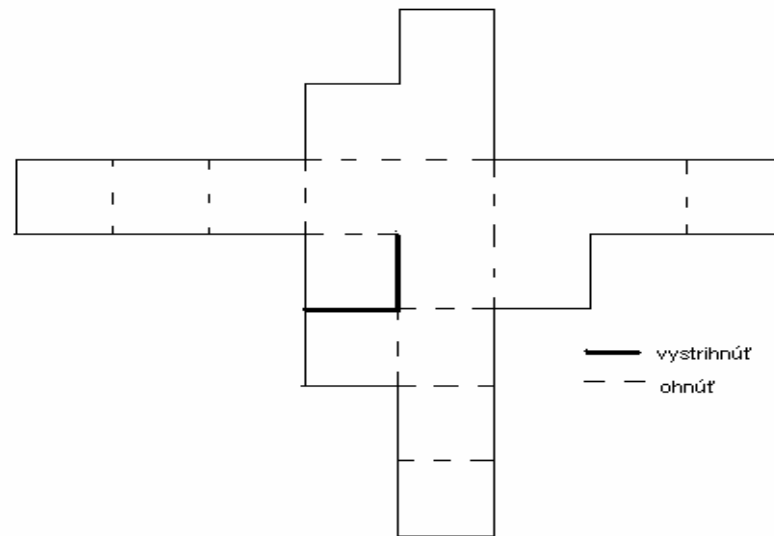
Ostatné riešenia sú „1“, „2“, „3“, „8“ alebo „1“, „2“, „6“, „9“, alebo „1“, „3“, „7“, „11“, alebo „1“, „7“, „9“, „11“, alebo „1“, „7“, „8“, „10“, alebo „2“, „4“, „5“, „11“, alebo

„2“, „5“, „8“, „11“, alebo „2“, „7“, „8“, „11“, alebo „1“, „5“, „9“, „11“, alebo „1“, „3“, „5“, „11“, alebo „3“, „6“, „10“, „11“, alebo „4“, „9“, „10“, „11“. Dokopy ich je 14.

Bodovanie: Ak nebol postup, strhla som 1 bod. Ak ste napísali len „Skúšal/-a som,“ a nenapísali ste, čo ste skúšali, strhla som 0,5 bodu. Ak ste nepochopili zadanie a napísali tam zlý výsledok, strhla som 3-3,5 bodu.

Príklad M4: Kocky opravovala Katka Smolárová

Úlohou bolo nakresliť sieť telesa zo zadania tak, aby bola celistvá, a aby sa žiadne steny neprekrývali a žiadne nechýbali. Nakresliť sieť znamená, že kreslíme iba steny, ktoré sú viditeľné (z ľubovoľného smeru pohľadu). Treba si uvedomiť, že sieť musí obsahovať 18 štvorcíkov. Je to preto, že keď sa na teleso pozrieme zhora, vidíme 3 štvorce. Keď sa naň pozrieme sprava, tak tiež vidíme 3 štvorce. Tak isto vidíme 3 štvorce aj pri pohľade zdola, spredu, zozadu a zľava. To je dokopy $6 \cdot 3 = 18$ štvorcíkov. Teraz už len musíme usporiadať tieto štvorce tak, aby nám vznikla sieť tohto telesa. Riešenie je veľa, na obrázku je jedno z nich.



Bodovanie: Za sieť, z ktorej sa teleso dalo postaviť, boli minimálne 3 body. Za vyznačenie ohybov a rozstrihnutí boli zvyšné 2 body, pričom za jeden zlý ohyb/vystrihnutie som strhávala 0,2 bodu. Za sieť, z ktorej sa teleso nedalo postaviť, boli maximálne 3 body podľa počtu chýbajúcich/prevyšujúcich kociek a podľa správnosti ohýbania.