

## Zadania 3. série, kategória 5–7

Freda, Demirata a Severin zobudilo ranné slnko. Počasie bolo príjemné a slnečné lúče sa opierali o ich studené tváre. Bol by to veľmi príjemný deň, ako stvorený na prácu v záhrade, ak by samozrejme neprenocovali práve v kroví, neprenasledoval ich Uli a neboli na dôležitej misii.



Postavili sa na nohy a vyliezli na malý kopček, ktorý bol tým jediným, čo ich delilo od vchodu do jaskyne Atéz. Tiahla z nej zima a zatuchnutý vzduch. Vnútro jaskyne pohlcovala úplná tma. „Má niekto baterku?“ spýtala sa Severin. „Tu máš,“ povedal Fred, vytiahol baterku a podal ju Severin. Ako ňou Severin zasvietila do útrob jaskyne, zbadali pred sebou schodisko. Keď si Severinine oči zvykli na svetlo baterky, skočila na prvý schod a ten zahral akýsi tón. Severin už už chcela spraviť ďalší krok, keď ju Fred zastavil.

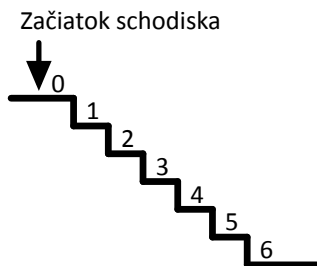
„Počkaj, tieto schody sú mi akési povedomé,“ povedal Fred. „Pamätáš si tú rozprávku o škriatkoch? Určite si ju niekde počula, volá sa O škriatkoch a hrajúcom schodisku.“ Fred bol totiž toho názoru, že ani jedna rozprávka nie je vymyslená. Pravda, všetky sa tradujú, trochu sa prikrášlia, ale sú založené na skutočnosti.

### Úloha M1: Kúzelné schodisko

V rozprávke O škriatkoch a hrajúcom schodisku sa škriatkovia vydali zabiť draka, ktorý im ukradol ich poklad. Drak však mal svoju jaskyňu chránenú pomocou čarovného spievajúceho schodiska. Čarovné schodisko malo presne 6 schodov, ako na obrázku. Každý zo šiestich schodov zahral po šliapnutí naň iný tón. Škriatkovia začínali na nultom schode, ktorý ešte žiadny tón nehral. Schodisko dovolilo prejsť len tomu, kto poznal pravidlá, ako po ňom chodiť:

- Každým krokom môžete zostúpiť len o 1, 2 alebo 3 schody nižšie.
- Nesmiete sa vraci. Každý krok musí byť vždy smerom vpred.
- Za jeden deň sa nesmie zopakovať žiadna melódia, ktorú schodisko už zahralo.

Škriatkovia dobre vedeli, že ak nesplnia pravidlá, tak sa na konci schodiska prepadnú do hlbkej jamy. **Koľko najviac škriatkov sa mohlo dostať do jaskyne v jeden deň?**



„Určite to musia byť rovnaké schody, ako mal drak v tej rozprávke,“ povedal rozhodne Fred a vysvetlil ostatným pravidlá, ako po nich chodiť. Za sprievodu troch melódií teda postupne všetci traja zišli do jaskyne.

„Fuuuuuuuuuj,“ zakríčala Severin, ktorá sa zamotala do pavučiny. Jaskyňa pôsobila tajomne a pravdepodobne v nej dlho nikto nebol. Kráčali po rozpadnutých cestičkách v šere svetla baterky, jeden tesne za druhým. „Chodte niekto napred, nenávidím pavučiny!“ „Daj sem tú baterku,“ Demirat jej ju vytrhol z ruky a ujal sa vedenia. Chodba jaskyne Atéz ich doviedla až do miestnosti, z ktorej vychádzalo viacero chodbičiek. Zhora do tejto miestnosti prenikalo slnečné svetlo.

### Úloha M2: Miestnosť

Miestnosť mala tvar rovnobežníka  $ABCD$ . Slnečné svetlo vytvorilo na podlahe miestnosti trojuholník  $DMN$ , pričom vrchol  $M$  bol v strede strany  $AB$  a vrchol  $N$  bol v strede strany  $BC$ .

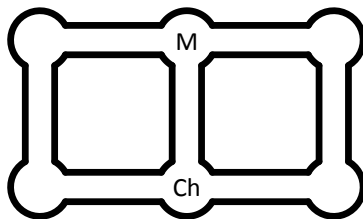
**Aká časť plochy miestnosti bola osvetlená, teda akú časť plochy rovnobežníka  $ABCD$  zaberá trojuholník  $DMN$ ?**

Cez dieru v stope jaskyne prenikali nielen slnečné lúče, ale aj čerstvý vzduch, ktorý Severin tak veľmi chýbal. Nemala rada šero a stojaci vzduch. Nepáčila sa jej táto jaskyňa a naháňala jej strach. „Kadiaľ pôjdeme?“ vyzvedala Severin. „Ako vidíte, sú tu tri cesty. Nemáme veľa času, preto si myslím, že by sme sa mali rozdeliť a každý preskúmať jednu z chodieb. O pol hodinu sa tu znova stretneme,“ vyhlásil Fred.

Severin naprázdno preglgla. Tento nápad sa jej ani náhodou nepozdával. Avšak nestihla ani protestovať a chalani boli už preč. Chvíľu zbierala odvalu, no ani po chvíli jej nemala dosť na to, aby sa sama vybrala do tmavej chodby. Sadla si na zem v miestnosti a čakala, pokým sa chalani vrátia.

### Úloha M3: Naháňačka

Severin si na zemi všimla mravca, ktorého naháňal tmavozelený chrobák. Keďže sa nudila, vyryla im do mäkkého vápenca v podlahe jaskyne kamienkom dráhu ako na obrázku a nechala ich chvíľu sa v nej naháňať. Chrobák i mravec sa navzájom vždy videli cez okraje chodníčkov, no nechcelo sa im z vyrytých chodníčkov vyliezať. Tmavozelený chrobák bol rýchlejší, a tak mravca onedlho dobehol.



Severin sa zamyslela, ako by to dopadlo, ak by mali férovejšie podmienky. Keby mravec začínal v chlieviku v strede hore, chrobák v strede dole (ako na obrázku) a striedali by sa v pohyboch – najprv by sa mravec pohol do niektorého susedného chlievika, potom by sa chrobák pohol do niektorého susedného chlievika a tak ďalej. **Podarilo by sa aj tak chrobákovi dosiahnuť mravca? Ako by sa mal chrobák hýbať, aby sa mu to podarilo? Alebo by mohol mravec utekať donekonečna? Ak áno, prečo a ako?**

„Nič tam nie je,“ dobehol Fred. „Ani ja som nič nenašiel,“ vyhlásil Demirat. „Tak to potom určite našla východ Severin, podme,“ povedal Fred a Severin radšej ani nereagovala a nasledovala ich. V pozadí všetci traja začuli zvuk spievajúceho schodiska a bolo im jasné, že niekto im je v päťách. Adrenalin sa im nahrnul do žíl a ponáhľali sa tmavou chodbou.

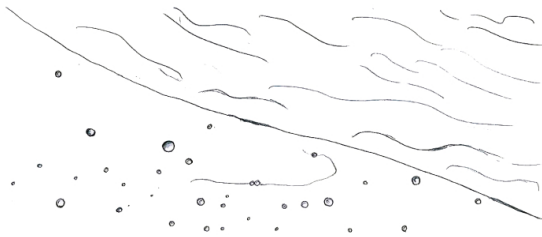
Čím šli ďalej, tým viac hluk zosilnieval. Nebol to však hluk ich prenasledovateľov, bol to hluk, ktorý sa širil spredu. A naozaj! Ich chodba viedla až k podzemnej rieke Norkimo, ktorá pretekala touto jaskyňou.

Severin odľahlo, že jej malé klamstvo nikto nezbadal a natešene zvolala: „To je ono. Teraz musíme ísť po tej rieke, ako nám vravel Fladnag. Už sme skoro v cieľi!“ A ešte, na zastavenie ich prenasledovateľa, zobrala náhrdelník, ktorý mala na krku a rozviazala ho, takže jej v ruke zostala šnúrka s perlami.

#### Úloha M4: Perly

Na šnúrke v Severinej ruke bolo 33 perál. Ak by sme začali od jedného kraja, hmotnosť každej perly bola o 1 gram väčšia ako hmotnosť tej pred ňou. Takto to stúpalo až po prostrednú, najťažšiu perlu. Ak by sme začali od druhého kraja, hmotnosť každej perly bola o 1,5 gramu väčšia ako hmotnosť tej pred ňou, až po prostrednú perlu. Celková hmotnosť perál bola 650 gramov. **Aká bola hmotnosť prostrednej perly?**

Severin vrhla ešte posledný pohľad na perly navlečené na šnúrke a v duchu sa s nimi rozlúčila. Potom šnúrku roztrhla a malé perly sa rozsypali po celej chodbe. „To by ich mohlo aspoň na chvíľu zastaviť,“ povedala a vrhla sa do vody.



Voda bola napočudovanie príjemná. Vôbec nie taká studená, ako by človek od vody tečúcej v jaskyni očakával. Prúd rieky ich vyniesol von z jaskyne až na púšť Amgis. Vyliezli na breh, zvalili sa na piesok a nechali slnko, aby vysušilo ich mokré oblečenie.

#### Úloha M5: Príklady

Počas oddychu Fredovi niečo napadlo, a tak si to začal rátať. Keďže mu ale nikdy nešlo násobiť dvojciferné čísla bez papiera, začal si svoje výpočty vyrývať paličkou do piesku. Vždy násobil dve dvojciferné čísla. Demirata Fredovo počítanie zaujalo a chcel prísť na to, čo Fred počíta. Demirat si teda začal opisovať Fredove príklady.

Demirat však pri opisovaní vždy prehodil v každom čísle obe cifry. Napríklad keď Fred rátal  $47 \times 15$ , Demirat si opísal  $74 \times 51$ . Zaujímavé bolo, že niektoré príklady Demiratovi aj napriek tomu vyšli so správnym výsledkom, ako keby odpísal pôvodné Fredove príklady.

**Ktoré všetky príklady, okrem príkladov typov  $AA \times BB$  (napr.  $11 \times 22$ ) a  $AB \times BA$  (napr.  $12 \times 21$ ), by vyšli Demiratovi rovnako ako Fredovi? Popiš, aký vzťah platí pre cifry čísel v týchto príkladoch.**

Vyslnení, vysušení a pomerne aj oddychnutí mohli ísť ďalej. Púšť Amgis bola však rozľahlá a smer sa im určoval len ťažko. V diaľke bolo vidieť hory na každej strane, ale ktorá z nich bola Nolispe, netušili. „Pozrite sa,“ zvolala Severin. „Pamätáte si, mali by sme prejsť okolo oázy Uat a myslím, že tieto púštne zvieratá majú namierené práve tam.“ „Severin, ty si občas hlavička!“ pochválili ju Fred a Demirat a všetci sa vydali za stádom lám, ktoré kráčalo púšťou.

Fred si prichytil kapsu s knihou múdrosti pevnejšie pod rukou. Cítil, že sú už blízko a že knihu bude musieť hodiť do studne. Rozumel, že by bolo nebezpečné pre všetkých, ak by sa dostala do zlých rúk. Na druhej strane, zničenie všetkých vedomostí bez toho, aby do nej aspoň nahliadol a niečomu sa priučil, mu pripadalo ako márnوترatnosť.

Fredove myšlienky prerušil až pohľad na oázu Uat. Slnko pomaly zachádzalo za obzor, v diaľke bolo možné rozoznať siluetu hory Nolispe. Bolo to najlepšie miesto pre načerpanie síl pred pravdepodobne posledným dňom výpravy.

*Podarí sa dobrodruhom dostať sa až k hore Nolispe skôr, ako ich Ulli chytí? Nájdu Studňu vedomostí? Rieš aj ďalšiu sériu a dozvieš sa! Krásne Vianoce a veľa dobrých (nielen) matematických nápadov v novom roku prajú vedúci Pikomatu.*

Svoje riešenia najneskôr **8. februára 2016**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

#### **ALEBO**

- pošli poštou na **PIKOMAT 5–7, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

#### **Rady Tatka Pikomatka:**

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



**p - mat**

Organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat