

## Zadania 3. série, kategória 5–7

Všade okolo bola tma. Nič nevideli, nič nepočuli, vôbec netušili, čo sa práve stalo. Určite vošli do ďalšieho článku na svojej dobrodružnej ceste National Geographicom.

Súrodenci Evička a Kristián, teraz už aj s novým kamarátom Tomom, systematicky postupovali rôznymi témami časopisu, dúfajúc, že sa bezpečne dostanú až na koniec. Ponáhľali sa, lebo niekde za ich päťami sa zakrádal tajomný muž v čiernom, zvaný Vyhadzovač. „Evička? Tom?“ „Kristián, kde si?“ Hmatali prázdnotou za svojimi hlasmi, až sa im podarilo pochytať za ruky. Nevedeli čo ďalej. Diskutovali, či je lepšie zostať na mieste alebo skúsiť pokračovať poslepiačky.

V tom začuli škripanie. Pred nimi sa objavili svietiace bodky. Postupne pokryli celý priestor nad ich hlavami. „To je nádhera!“ „Dokonale jasná nočná obloha!“ Spontánne sa zložili na zem. Uchvátení krásou a tajomnosťou hviezd mlčky ležali. Tom prstom spájal žiarivé body do súhvezdí. Kristiánovi sa to páčilo a sám hľadal nové zaujímavé obrázky.

V Evičke sa však nezaprela duša výskumníčky: „Čo keď tie tri pospájame medzi sebou, a potom pridáme ďalšie dve, tie prepojíme a ďalšie...?“ Evička si vytiahla papier a začala si hviezdy kresliť.

### Úloha M1: Súhvezdie

Evička si nakreslila desať hviezd: päť nakreslila bielou farbou a päť žltou farbou. Evička chcela pospájaním niektorých hviezd čiarami nakresliť také súhvezdie, že:

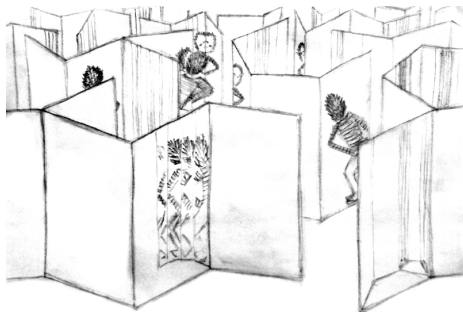
- každá biela hviezda bude spojená čiarou s párnym počtom hviezd ľubovoľnej farby,
- každá žltá hviezda bude spojená čiarou s nepárnym počtom hviezd ľubovoľnej farby.

**Mohlo sa podariť Evičke také súhvezdie nakresliť? Ak áno, nakresli ako, ak nie, vysvetli prečo. A čo ak by hviezd bolo osem: štyri biele a štyri žlté?**

Keď sa deti dohodli, ako to je s tým spájaním s párnym a nepárnym počtom, opäť začuli škripanie. Objavil sa pásik svetla a v ňom ľudská postava. „Kto je tu? Haló!“ zavolal muž z dverí. Vyskočili na rovné nohy a šli tomu mužovi vysvetliť, ako sa dostali do jeho planetária. „To vlastne nie je moje planetárium. Musím vám predstaviť majstra. Vyzeráte ako zvedavé deti, budete sa mu páčiť.“

Vyšli spolu do prudkého svetla útulnej knižnice. Pri veľkom stole stál nad pokreslenými výkresmi starší muž. „Deti, toto je majster Leonardo.“ „Leonardo da Vinci, teší ma. Vy ste nádejní vedci?“ keď opatrne prikývli, pokračoval, „s mojím spolupracovníkom Antoniom ste sa už zjavne zoznámili.“ „Našiel som ich pod hviezdami,“ zasmial sa Antonio. „Tak poďme! Na čo čakáme?“ Leonardo zavelil cez maličké dvere. Objavili sa v úzkej chodbičke. Všetci piati sa ledva natlačili. „Antonio, pouč ich prosím.“ „Nechodte príliš rýchlo, keď sa vám zatočí hlava, chvíľu zostaňte stáť. A hlavne! Poriadne si to užite!“ „Ale čo?“ vyslovil Kristián, no neskoro. Dvere sa otvorili, chlapec zrazu stál sám, ale uprostred čoho vlastne?

Nebol ani sám, lebo okolo neho stálo ďalších šesť Kristiánov. Tí sa odrážali zase v ďalších a ďalších zrkadlách. Poriadne sa poobzeral a vykročil, kam sa mu zdalo najlepšie. Za rohom ho opäť čakali zrkadlové steny.



Zasmial sa a veselo sa rozbehol tým najzázračnejším bludiskom, aké si ani nevedel predstaviť. Na jednom námestíčku zazrel Evičku ako zahýba doľava, no keď išiel za ňou, nikde ju nemohol zazrieť. Po chvíli sa však objavila z úplne opačného smeru, ako ju čakal. „Mám dvere!“ začuli neďaleko Tomov hlas. Všetci traja spolu prekročili prah dverí.

Opäť stáli v úzkej chodbičke. Leonardo a Antonio ich tam už čakali so širokými úsmevmi. „Naša malá zábavka. Teraz si dáme druhé kolo!“ Každý dostal jednu obálku. Pustili ich späť do bludiska. Teraz v ňom však pribudli farebné krabičky. Tom sa vybral za najbližšou a keď nazrel dnu, našiel číslo 8. Napadlo mu, že by asi mal otvoriť svoju obálku. A mal pravdu. Jeho zadanie vyzeralo takto:

### Úloha M2: Hľadanie

Tom mal hľadať špeciálne palindrómy. Palindróm je číslo, ktoré sa číta spredu rovnako ako zozadu, napríklad číslo 30503 je palindróm. Tom mal nájsť všetky päťciferné palindrómy, ktoré sú deliteľné číslom 12 a nachádzajú sa v nich cifry 2 a 4 *bezprostredne vedľa seba*.

**Pomôž Tomovi a nájdí všetky takéto päťciferné palindrómy.**

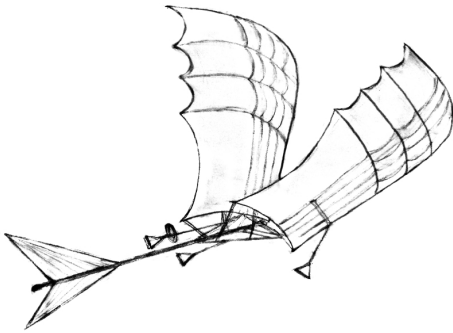
Poriadne sa zamyslel, ktoré čísla vyhovujú jeho inštrukciám. Teraz ich už len musí poskladať z číier vo farebných krabičkách. Rýchlo prechádzal pomedzi zrkadlové steny a otváral farebné krabičky. Táto úloha nebola jednoduchá. Hlavne vo chvíľach, keď sa spoza rohu objavil niektorý zo súrodencov. Vtedy sa obaja rozbehli a len-len, že sa nepobili o obsah krabičky.

Ešte mu chýbalo zopár číier, no začul Evičku: „Už mám všetky!“ „Skvelá hra!“ pochválil Tom majstra Leonarda a Antonia. „To som rád. Teraz sa vrátim k svojej práci... Antonio, ukážeš im, prosím, laboratórium?“

Deti sa s Leonardom rozlúčili a veľmi mu poďakovali. Antonio ich vyviedol do veľkej siene plnej prístrojov. Uchvátené pozorovali všetky tie kolieska a páčky. Najväčšie poklady však čakali na hornom poschodí. Viedlo naň strmé červené schodisko. „Nebolia vás nohy, keď tadeto chodíte?“ fučal Kristián. „Ani neviete ako,“ zasmial sa, „no z modrého schodiska ma bolia ešte viac.“

### Úloha M3: Schodiská

V laboratóriu bolo červené a modré schodisko. Celková výška oboch schodísk bola rovnaká, no modré schodisko malo o päť schodov viac ako červené. Antonio v ten deň vyšiel šesťkrát na horné poschodie a šesťkrát zase zišiel na dolné poschodie. Ktoré schodisko si vybral na každú cestu však zabudol. Pamätal si však, že takto šľapol na rovnako veľa červených aj modrých schodov, pričom dokopy *vystúpil* 12 výškových metrov. **Aký vysoký bol jeden červený schod?**

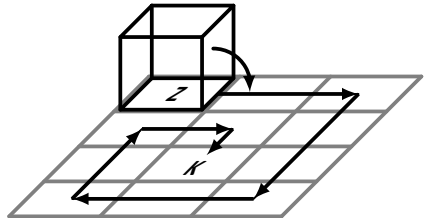


Po zamyslení sa o výškach a počtoch schodov si deti užili prehliadku neuveriteľných lietajúcich strojov. Niektoré pripomínali drakov či lietadlá, iné zase vtáčie krídla. Keď sa Tom s Evičkou tretíkrát spúšťali na obrovskom drevenom šarkanovi, Kristián sa spýtal Antonia: „Nie je Leonardo da Vinci aj maliar?“ „Ten najlepší! Chceš si pozrieť jeho diela?“

Nechali Evičku s Tomom zabávať sa a sami prešli do maliarskeho ateliéru. Smrdel olejovými farbami a riedidlom. Stoly a stojany boli zahádzané paletami, skicármi a kyticami štetcov. Steny zapíňali rôzne veľké plátna. Kristián si ich prezeral v nemom úžase. Po anatomicky veľmi presných postavách ho v rohu ateliéru veľmi prekvapilo jedno plátno položené na stole. Ukazovalo zvláštnu štvorcovú sieť s rôznymi počtami bodiek v jednotlivých políčkach. Akoby sa cez neho prekotúľala hracia kocka.

#### Úloha M4: Kotúľavá kocka

Bežná hracia kocka – teda taká, že súčet počtu bodiek na stenách oproti sebe je vždy sedem – sa kotúľala tak, ako je nakreslené na obrázku a cestou otláčala svoje bodky na plátno. Keď zastala na poslednom políčku (na obrázku označené *K*), bolo na plátne vidieť otláčených celkom 32 bodiek. Keď Kristián zdvihol kocku z plátna, videl, že na plátne bolo otláčených celkom 36 bodiek. **Koľko bodiek muselo byť otláčených na začiatočnom políčku (na obrázku označené *Z*)? Jedna stena kocky sa plátna nedotkla ani raz, koľko bodková stena to bola?**



„Ááááá!“ Kristiána z premýšľania vytrhol krik. Znel naliehavo. Spolu s Antoniom sa rozbehli späť do laboratória. Vo vchode sa zrazili s Tomom. Tváril sa vydesene: „Bol tu! Uniesol ju!“ „Čo sa stalo? Kde sú ostatní?“ pýtal sa Antonio.

Tom sa musel poriadne nadýchnuť, aby zvládol rozprávať: „Počuli sme hluk. Vošiel Vyhadzovač. Vyzeral strašidelne! Nemali sme kam utiecť. Chytil Evičku za ruku. Veľmi sa snažila vyvliecť, tak jej strekol niečo do tváre. Hneď akoby zaspala. Preložil si ju cez plece. Šiel preč, o mňa sa vôbec nezaujímal.“ „Mal si ho zastaviť!“ zverkol Kristián. „Bežal som za ním, ale zabuchol mi tamtie dvere pred nosom. Nevieť ich otvoriť!“ „To sú majstrove špeciálne únikové dvere. Kto ich chce otvoriť, musí zadať správny kód. Vidíte, tu hore je pomôcka.“

#### Úloha M5: Kód

Nad dverami videli vyrytý príklad:  $ABC + ADEFF + GFHFI = ABFJHF$ . **Ako bolo treba zameniť písmenká za cifry (rovnaké za rovnaké, rôzne za rôzne) tak, aby zadaný príklad platil? Nezabudni nájsť všetky riešenia.**

Chlapcom sa vylúštiť kód nedarilo, boli rozrušení Evičkiným zmiznutím. S Antoniovou pomocou to však zvládli a dvere sa otvorili. Zafúkal cez ne silný vietor. Nevideli nič len belobu. „Tu začína nový článok. Ďakujeme Antonio, pozdravte majstra. My musíme zachrániť moju sestru.“ A chlapci hrdinsky vykročili do neznáma.

*Podarí sa Tomovi a Kristiánovi zachrániť Evičku? Podarí sa im predsa len dostať sa von z časopisu? Rieš aj ďalšiu sériu Pikomatu a dozvieš sa! Krásne Vianoce a veľa dobrých (nielen) matematických nápadov v novom roku prajú vedúci Pikomatu.*

Svoje riešenia najneskôr **11. februára 2019**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

#### **ALEBO**

- pošli poštou na **PIKOMAT 5–7, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

#### **Rady Tatka Pikomatka:**

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamena objaví jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



**p - mat**

Organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat