

Zadania 3. série zimnej časti, kategória 8–9

Ronam sa pomaly, ale isto, blížil domov. Už vyšiel z lesa a mesto sa mu zdalo neuveriteľne blízko. Rozvidnievalo sa a Ronam sa nevedel dočkať, kedy si bude môcť konečne ľahnúť. Zostávala len tá jedna zvláštna zásielka. Pred týždňom mu prišla domov čierna obálka s červenou pečatou, v ktorej bol nepodpísaný list. V liste bolo len stručne vysvetlené, že odosielateľ má záujem stretnúť sa s Ronamom, no chce zatiaľ svoju identitu držať v utajení.

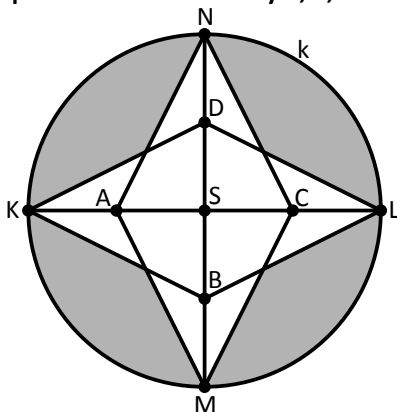
Ronam mal rád dobrodružstvá, a tak si naplánoval svoju cestu tak, aby sa tam dnes mohol zájsť pozrieť. S neznámym sa mal stretnúť v hostinci v izbe číslo 42. Vo svojom zamyslení si ani nevšimol, že už prišiel až k svojmu rodnému mestu. Tuto to poznal, tu bol v bezpečí. Svitalo a ľudia sa začínali prebúdzajú. Na každého tu čakala práca a všetci sa tešili z nového dňa. Ronam prišiel na hlavnú ulicu a pokračoval až na jej koniec, kde stál hostinec. Hostinec bol vysoká, ošarpaná budova s drevenou strechou, v ktorej sa stretávali pocestní, dobrodruhovia, ale aj obyvatelia mesta.



Ronam prišiel až k hostincovi a zarazil sa. Niečo tu bolo nové. Pred hostincovi sa ako obvykle rozvaľoval hostinského pes Guláš, ale bol tu odstavený aj veľký čierny koč s dvoma koňmi. Cez sklá nebolo vidieť dovnútra. Ronama však najviac zaujali kone. Boli svalnaté, čierne a majestátne. Takéto kone nemohli patriť len tak hocikomu. Tieto kone patrili niekomu vplyvnému. Potom si na nich Ronam všimol niečo zvláštne. Oba kone mali na postrojoch pripnutý zlatý znak. Ronama prekvapilo, koľko zlata sa naň použilo.

Úloha S1: Zlatý znak

Znak, na obrázku znázornený sivou farbou, mal tvar kruhu, z ktorého bola vyrezaná hviezda. Aký bol obsah znaku, ak platí, že KL a MN sú dva navzájom kolmé priemery kružnice k so stredom S a polomerom 6 cm a body A, B, C a D sú stredy úsečiek KS, MS, LS a NS ?



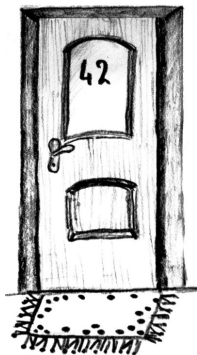
Po chvíli rozmýšľania Ronam vošiel do hostinca. Tajomný zákazník ho už určite čakal. Ronam sa poobzeral okolo seba. Všetko tu vyzeralo ako obvykle. Hostinec bol zaplnený a vládla tam dobrá nálada. Ronam zamieril priamo k hostinskému. Volal sa Mišo, bol veľmi pracovitý a hovorilo sa o ňom, že zvláda prácu aj za troch. Aj preto tu bolo stále plno.

Mišo kývol Ronamovi hlavou na pozdrav a on s úsmevom odpovedal: „Ahoj Mišo, ako sa máš? Čo nového?“ „Asi ani nič, akurát sa zmenilo skóre našich stálych hostí v biliarde. Poznáš náš systém - za každú výhru sa ti bod pripočíta a za každú prehru odpočíta. Jeden deň vedieš a druhý deň si úplne na spodku rebríčka...“ Ronam sa odvrátil od Miša a letným pohľadom prebehol tabuľu s bodmi. Z uvedených hráčov poznal len piatich.



Úloha S2: Biliard

Bodové zisky Ronamových piatich známych boli celé čísla. Sčítaním vždy dvoch z nich (postupne každé s každým) vznikli súčty 0, 1, 5, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 16. **Koľko bodov získal každý z Ronamových piatich známych?**



Keď si Ronam dopozeral výsledky, otočil sa späť k hostinskému a spýtal sa ho: „Mišo, prosím ťa, kde je izba číslo 42?“ Mišo mu vysvetlil cestu a poslal ho hore schodmi.

Ronam teda vyšiel hore a po chvíli hľadania izbu našiel. Zaklopal na dvere. Zaklopal pokojne, no s razanciou, aby dal najavo svoju silu. Z izby sa ozval hrubý mohutný hlas: „Vstúpte!“ Ronam teda otvoril dvere a vošiel.

V izbe bolo šero a jediným zdrojom svetla bola malá sviečka na stole. Za stolom sa črtali obrysy mužskej postavy. „Nieкто by sa s tebou chcel porozprávať,“ oznámila mu postava, „nechce však strácať čas s hlupákmi. Zahrám si preto s tebou hru a ak vyhráš, pustím ťa ďalej.“

Úloha S3: Zamknuté dvere

Pred zamknutými dverami stál štvorcový stolík. V každom rohu bola položená jedna minca prikrýta klobúkom. Všetky štyri mince boli z jednej strany čierne a z druhej biele. Ronam nevedel navzájom rozoznať ani mince, ani klobúky.

Strážca povedal: „Vyber si ľubovoľné dva klobúky, zdvihni ich a môžeš otočiť 0, 1 alebo 2 mince pod nimi. Následne mince opäť prikry klobúkmi. Potom sa otoč a nepozeraj sa na stolík. Ja skontrolujem, či sú všetky mince otočené nahor rovnakou farbou, a keď nie, opäť ich prikryjem klobúkmi a zatočím stolíkom (náhodne o 90, 180, 270 alebo 360 stupňov). Potom sa môžeš otočiť späť a si zase na ťahu. Takto to budeme opakovať, až kým nebudú všetky mince otočené rovnako. Vtedy ťa pustím.“

Porad Ronamovi, ako postupovať, aby sa mu po určitom počte krokov dvere určite otvorili a nemusel sa spoliehať na šťastie a náhodu.

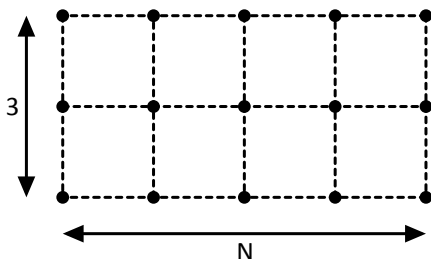
Ronam zvíťazil, strážca mu odomkol dvere a dovolil mu vstúpiť do ďalšej izby. Zákazník sedel v kresle, no bol otočený chrbtom ku dverám tak, že z kresla vytrčala iba plešina. „Ronam, zavri dvere, prosím ťa,“ požiadal tichý hlas. Ronam ich teda zatvoril a tajomný hosť sa otočil v kresle. Bol to nižší starší chlapík, na ktorom bolo vidieť, že už má čo-to zažitá a stihol nazbierať veľa životných skúseností.

„Volám sa Merkúr a som šéfom tajnej organizácie Kráľovská légia,“ predstavil sa mu. „Asi ťa zaujíma, prečo som si ťa pozval. Chcel by som ti ponúknuť miesto v našej organizácii, no najskôr som si ťa chcel vyskúšať. Už dávnejšie som ťa nechal sledovať a dvoma skúškami si už prešiel. Tá elfka, ktorú si stretol v noci, patrí k nám. Takisto aj Kočiš. Sú to naši bývalí členovia, ktorí teraz robia už len nábor nových členov. Potrebovali sme totiž vedieť, či má vôbec zmysel, stretnúť sa s tebou. No ukázalo sa, že áno.“

Kráľovská légia je organizácia, ktorá dozerá na pokojný chod kráľovstva. Staráme sa o to, aby v ňom neboli žiadne problémy. Už sa nám zopárkrát podarilo zabrániť aj veľkým konfliktom. Čaká ťa posledná skúška, poď so mnou.“ Merkúr zaviedol Ronama k ďalšiemu stolíku a začal mu vysvetľovať poslednú úlohu.

Úloha S4: Posledná skúška

Ronam dostal k dispozícii modré a červené guľôčky. Mal ich poukladať na všetky body mriežky $3 \times N$ (napríklad na obrázku je mriežka 3×5) tak, aby žiadne štyri guľôčky rovnakej farby netvorili štvorec ani obdĺžnik so stranami rovnobežnými s mriežkou. **Pre aké najväčšie N sa to Ronamovi mohlo podariť? Prečo?**



Ronam sa týmto hlavolamom chvíľu trápil, no nakoniec prišiel na správnu odpoveď. Oznamil ju Merkúrovi a ten súhlasne prikývol. „Gratulujem!“ potriasol mu rukou a dodal, „stávaš sa 32. agentom Kráľovskej légie!“ Potom vybral z vrečka malú obálku, ktorá bola zapečatená kráľovským prsteňom. „Páni, veď táto obálka pochádza priamo od kráľa,“ pomyslel si Ronam a potom skromne poďakoval. Stále nemohol uveriť tomu, čo sa práve stalo. Nad týmto bude premýšľať ešte dlho. „Na záver je tu jedna vec, ktorá sa týka našich úloh. Máme viacero typov úloh a misií, myslím, že by som ti to mal ešte vysvetliť,“ dodal Merkúr.

Úloha S5: Misie

„Naša légia má zatiaľ 31 agentov a 6 generálov. Generáli zadávajú jednotlivým agentom misie, ktoré môžu byť ľahké, stredné, alebo ťažké. Tento rok máme zatiaľ zaujímavú štatistiku. Každý generál zadal toľko ľahkých misií, koľko zadali ostatní generáli dokopy stredných. A každý generál zadal toľko stredných misií, koľko zadali ostatní dokopy ťažkých.“ „To je veru zaujímavá štatistika,“ pritakal Ronam, „ak dobre rátam, tak to potom mohol mať každý agent pridelený rovnaký počet misií.“ „No namojdušu, Ronam, Ty si nejaký bystrý.“ odvetil Merkúr. **Dokáž aj ty, že počet misií, ktoré doteraz generáli zadali, je deliteľný 31, teda počtom agentov.**

Merkúr Ronamovi podal ešte malý zvitok papiera so slovami, že to je Ronamova prvá misia. Už sa jej nevedel dočkať. Otvoril zvitok a neveril vlastným očiam. Mal pred sebou ďalšie veľké dobrodružstvo. Začínala sa nová kapitola jeho života.

Výborne! Prebojoval si sa tromi sériami zimnej časti Pikomatu. Uži si Vianoce a potom nezabudni prísť na zimné sústredenie Pikomatu! Poštár Ti už čoskoro prinesie prihlášku, máš sa na čo tešiť. Uvidíme sa čoskoro.

Svoje riešenia najneskôr **9. decembra 2013**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného seminára
Pikommat