

## Zadania 3. série zimnej časti, kategória 8–9



Veľký Tomabi sa otočil vo svojom mohutnom kresle a zadíval sa na Ennu. Vyvalil oči a tichým hlasom povedal: „Chceš vedieť svoje poslanie? Je výnimočné a zmení dejiny tohto miesta. Všetci v tomto meste sú už unavení zo samoty. Prišli sem s túžbou pomáhať, no nevedomili si, že dlho neuvidia svojich blízkych a že sa im po rokoch izolácie v oblakoch bude tak veľmi cnieť za domovom na zemi. A teraz nevedia, čo robiť... Riešenie však existuje. Enna, toto je tvojím poslaním. Musíš ukázať tunajším obyvateľom, že navrátiť mesto z oblakov späť na zem môžu len vtedy, keď si to všetci budú naraz želať z celého srdca.“ „Ale ako to mám spraviť? To je príliš nekonkrétne, neviem, čo mám robiť,“ povzdychla si Enna.

Veľký Tomabi však už zadriemal vo svojom kresle a hlava mu padala na hrudník. „Zaquis, čo mám robiť? Čo tým Veľký Tomabi myslel?“ „Prepáč, Enna, ja to neviem. Nikdy som u Veľkého Tomabiho predtým nebol. Počkať, kde je Anride?“ zmätene sa spýtal Zaquis. Obaja začali hľadať po dome. Za chvíľu Anride našli – bola pri stole z kuchyne, ktorý mal dosku úplne nakrivo a Anride sa na tom veľmi dobre zabávala. „Čo to robíš?“ zasyčal na ňu brat, „nechaj ten stôl tak.“ „Ale Zaquis, tebe sa to nezdá vtipné? Ten stolár musel byť veľmi nešikovný. A pozri, tuto v zásuvke je nejaký list.“

### Úloha S1: Nešikovný stolár

„Vážený Veľký Tomabi, veľmi ma mrzí, v akom stave Vám dodávam stôl, ktorý ste si objednali. Obdĺžnikovú dosku s rozmermi 100 × 160 cm sa mi poradilo vyrobiť bezchybne. Avšak keď som vyrábala nohy stola, prišla moja vnučka a začala sa pohrávať s mojím náradím. Sprvu som si to nevšimol, a tak som vyrobil tri nohy stola dlhé 100 cm, 96 cm a 97 cm. Štvrtú nohu som potom prikázal vyrobiť svojmu učňovi. Je to šikovný chlapec a ako vidíte, stôl síce nie je vodorovný, ale zato sa aspoň nekýve. Teraz idem s vnučkou na výlet, a tak posielam stôl zatiaľ takto. Hneď, ako to bude možné, Vám ho prídem opraviť.“ Nohy stola sú umiestnené v štyroch rohoch obdĺžnikovej dosky. **Akú dĺžku mohla mať štvrtá noha stola?**

„No, zjavne je stolár ešte na výlete,“ skonštatovala Enna s úsmevom, „stôl je stále nakrivo. Ale k veci, povedzte mi, vy dvaja, ako Tomabi predpovedá alebo odhaduje niekoho poslanie?“ „Povráva sa, že máva vízie, ktoré občas nakreslí. A keďže tvoje poslanie je také výnimočné, možno ak sa poobzeráme, nájdeme tu nejakú kresbu.“ A tak si každý vzal na starosť jednu izbu a hľadali. Po chvíli pribehla naradostená Anride, držiac v ruke zdrap papiera. „Pozrite sa, tu je nejaký nákras!“ Všetci sa nahli nad papier, ale videli na ňom len dva body a nejaké čiary. „Ja asi viem, čo sa s tým má robiť,“ povedal Zaquis:

## Úloha S2: Útržok

„Na papieri je vyznačené ťažisko. Vidíte, tu, v bode  $T$ . Ťažiskom prechádzajú tri priamky  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Na priamke  $a$  leží bod  $A$ . Zvyšné dva body  $B$  a  $C$ , ktoré pôvodne tvorili taký trojuholník s bodom  $A$ , že  $T$  bolo jeho ťažisko, boli na časti papiera, ktorú niekto odtrhol. Takže by sme mohli nakresliť ten pôvodný obrázok, ak by sme ho vedeli skonštruovať len na základe bodov  $A$ ,  $T$  a troch priamok, na ktorých ležia ťažnice trojuholníka. Vieš, ako na to, Enna?“

**Enne sa to podarilo, dokážeš to aj ty? Popíš svoju konštrukciu.**

*Poznámka:* Ťažisko delí ťažnice v pomere 1:2 tak, že dlhšia časť ťažnice je pri vrchole, kratšia pri strane.

Po chvíľke na nový papier nakreslili pôvodný obrázok a začali si ho podávať okolo stola. Anride si medzitým sadla na stoličku, takže bola nižšie ako ostatní a zrazu si všimla, že aj na druhej strane papiera, ktorý si podávali, je niečo nakreslené. Vytrhla teda papier z rúk Enne, otočila ho a víťazoslávne položila na stôl. Na druhej strane bola krásna kresba. Chvíľu sa na ňu všetci pozerali, a potom Anride povedala: „Veď to je hlavné námestie s fontánou. A pozrite, tam stoja nejakí ľudia a počúvajú niekoho, kto stojí na fontáne! To si ty, Enna!“

„Čo budeme teraz robiť?“ zúfalo zašepkala Enna. „Ale, nebuď smutná,“ chlácholila ju Anride, „stačí, ak všetkým obyvateľom niečo povieš a pôjdeme na zem.“ „To znie krásne, Anride, ale také jednoduché to nebude,“ podotkol Zaquis, „Enna musí totižto presvedčiť všetkých ľudí, že zostúpiť na zem je to, čo musíme urobiť.“ „Ale to ja predsa nedokážem,“ povedala smutne Enna, „mám obrovskú trému pred publikom, nieto, aby som ich ešte o niečom presviedčala.“ „No tak, nezúfaj, veď my ti s tým pomôžeme. Dohodnime sa takto: Enna, ty sa choď von prechádzať a rozmysli si, čo povieš na zhromaždení. Ja s Anride zariadime, aby tam všetci večer boli, dobre? Stretneme sa o šiestej pri fontáne,“ zavelil Zaquis a hneď hnal všetkých von z domu.

Keď sa Enna stratila za rohom, Anride sa otočila na brata: „Ako chceš dosiahnuť, aby prišli všetci? Veď to je takmer nemožné!“ „Neboj sa, sestrička, mám plán. Dobre vieme, že všetci v našom meste sú zvedaví a sú tu práve preto, že nemajú radi nevyriešené otázky. Takže môj plán je, že rozvešiame po meste plagáty, na ktorých bude táto úloha:

## Úloha S3: Plagát

V číselnom výraze  $1+2+3-4-5-6+7+8+9-10-11-12+\dots+595+596+597-598-599-600$ ), v ktorom chýba ľavá zátvorka, sú postupne vypísané všetky prirodzené čísla od 1 do 600. Pred nimi sa pravidelne opakujú tri znamienka *plus* a tri znamienka *minus*. **Kde musíme do výrazu doplniť ľavú zátvorku tak, aby vyšiel výsledok 378?**

Pod úlohou ešte bude napísané, že ak sa chcú dozvedieť správnu odpoveď, tak nech prídu večer na námestie. Som si na sto percent istý, že prídu. Čo na to povieš?“ „To je geniálny nápad, braček. Určite to zaberie,“ tešila sa Anride. A tak sa súrodenci pustili do výroby plagátov. Urobili ich veľmi pútavé a boli presvedčení, že to zaberie. Na každú ulicu chceli umiestniť jeden plagát tak, aby si ho všetci hneď všimli.

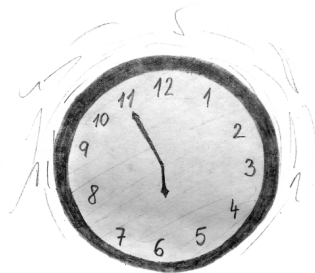
Medzitým sa Enna prechádzala ulicami hore-dole a rozmyšľala, či sa vôbec dokáže postaviť pred toľkých ľudí. Trému mávala odmalička a ak mohla, verejným vystúpeniam sa vyhýbala. Toto však bolo iné. Cítila, že je to jej poslanie a musí ho splniť. Inak by si to neodpustila. Ale ako má presvedčiť ľudí, ktorí žijú v oblakoch, že sa majú vrátiť späť na zem? Možno sa tu niektorým páči a možno niektorí už ani nevedia, že sa nachádzajú v oblakoch. Nebola si istá sama sebou, ale v kútiku mysle jej čosi hovorilo, že ak je toto jej poslanie, tak to zvládne.

Keď súrodenci rozvešali všetky plagáty, spokojne si išli sadnúť pod lipu do ich záhrady. Vedeli, že do večera ešte majú dosť času a môžu si chvíľu oddýchnuť. Ale Anride nikdy nevedela len tak oddychovať, vždy sa chcela hneď nejako hrať. „Zaquis, pod' si so mnou zahrať hru,“ prosila Anride, „stavím sa, že si ju ešte nehral!“

#### Úloha S4: Pod lipou

Keď Zaquis súhlasil, Anride začala vysvetľovať pravidlá. Zahrali si piškvorky  $3 \times 3$ , avšak oproti normálnym piškvorkám tam bolo jedno pravidlo iné – na začiatku *každého* ťahu si môže hráč vybrať, či zakreslí X alebo O. Vyhráva ten hráč, ktorý *ako prvý* vo svojom ťahu dokreslí symbol X alebo O tak, že vytvorí riadok, stĺpec či uhlopriečku z rovnakých symbolov. **Ak Anride začína, ktorý zo súrodencov vie hrať tak, aby vždy vyhral? Ako?**

Keď dohrali, pozreli sa na hodinky a vystrašili sa. Už bolo o päť minút šesť. Utekali na námestie. Dobešli k fontáne a zhľadli sa. Na námestí nebol nikto okrem smutnej Enny. Sadli si teda k nej a čakali. A čakali. Bolo šesť hodín päť minút a stále nikto neprichádzal. Enna to už chcela vzdať a odísť naspäť domov za mamou, keď zrazu začuli kroky. Z uličiek sa vynorili prví ľudia a námestie sa čo nevidieť zaplnilo. Prišla dokonca aj Ennina mama. Avšak keď tam ľudia uvideli stáť Ennu, nálada sa zmenila. Hádzali po nej ne dôverčivými pohľadmi a nevedeli, čo si majú myslieť.



Nakoniec z davu vystúpila starenka, ktorú už Enna stretla a spýtala sa: „O čo tu ide? My sme sem prišli zo zvedavosti a čakáme serióznu odpoveď. Ty nám nemáš čo nové povedať. Alebo sa mýlim?“ Enna sa zhlboka nadýchla a predstúpila pred dav: „Viem, že som tu nová a nemáte žiaden dôvod mi veriť, ale viem vám seriózne odpovedať aj na vašu otázku a viem vám aj dokázať, že som hodná vašej dôvery.“

Ennu však nikto nepočúval. Všetci nespokojne reptali a dožadovali sa vysvetlenia, prečo ich Enna zvolala. Enna bola zúfalá. Tu začula v hlave Tomabiho hlas: „Ak si nevieš rady, vyskúšaj to trikom.“ Enna si v tej chvíli spomenula na matematické kúzlo, ktoré raz videla.

#### Úloha S5: Kúzlo

Enna sa vystrela a zakričala na dav: „Vy mi neveríte, že som hodná vašej úcty? Tak sledujte! Vyberte si spomedzi seba 12 dobrovoľníkov, ktorí majú *aspoň meter a menej ako dva metre*, ale každý nech má inú výšku v centimetroch.“ Dav sa začal hmýriť a vyberať ľudí. „A ja vám hovorím, že medzi nimi určite nájdem takých dvoch, že rozdiel ich výšok (v cm) bude dvojciferné číslo s rovnakými ciframi.“ „No to chcem vidieť,“ zahundral Zaquis. No Anride mu s pokojom odvetila: „To pôjde, určite sa jej to podarí.“ **Mala Anride pravdu? Prečo si boli dievčatá také isté?**

Trik vyšiel. Nakoniec sa v dave našli dvaja ľudia, ktorých rozdiel výšok bol taký, ako predpovedala Enna. Ľudia začali byť zvedaví a postupne sa utíšili a napäto čakali, čo im také mladé múdre dievča povie. Enna sa nadýchla a začala hovoriť. Sústredila sa na tvár svojej mamy a povedala obyvateľom všetko, čo mala na srdci. Bol to úžasný prejav a ľudia zatvárali oči a želali si, aby sa mesto vrátilo na zem, k ostatným. Aby už nemuseli bývať v meste v oblakoch, ďaleko od kamarátov, rodín a lások.

Keď Enna skončila, hmľa a oblaky sa začali postupne vytrácať, zem pod ich nohami sa začala triasť a cítili ako pomaly začínajú klesať. Enna prišla k mame a chytila ju za ruku. Nikdy si nemyslela, že zvládne takýto prejav, ale dnes sa to vďaka nej podarilo. Tak sa na seba usmiali a klesali spolu so všetkými obyvateľmi dole na zem. Späť domov.

Výborne! Tri série zimnej časti Pikomatu sú za Tebou. Už si Vianoce a potom nezabudni prísť na **zimné sústredenie Pikomatu!** Poštár Ti už čoskoro prinesie prihlášku, máš sa na čo tešiť. Uvidíme sa čoskoro.

Svoje riešenia najneskôr **8. decembra 2014:**

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

#### **ALEBO**

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručené riešenia nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

#### **Rady Tatka Pikomatka:**

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



**p - mat**

Organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat