

Zadania 1. série letnej časti, kategória 8–9

„Pod', Seny, pohni sa! Už sme skoro tam.“ „Stále nechápem, načo ma sem ťaháš, Daky.“ „Niečo som našiel a chcem ti to ukázať.“ Seny a Daky boli súrodenci, ktorí žili na okraji dedinky Aris. Ráno bol Daky zbierať konténie, ovocie podobné jahodám. Našiel pri tom veľmi zaujímavý plochý kameň. Snažil sa ním pohnúť, no nešlo to. Pretože kameň nebol až taký veľký, Dakymu bolo jasné, že niečo nie je v poriadku.

Úloha S1: Kúzelný kameň

Vrch kameňa mal tvar rovnostranného trojuholníka s dĺžkou strany 30 cm. Bolo v ňom 10 dierok, pričom dierky sa nenachádzali priamo na stranách trojuholníka. Dakyho zaujímalo, či by sa dali dierky usporiadať tak, aby boli každé dve od seba vzdialené viac ako 10 cm. **Dokáž, že sa to nedá – že na kameni bude vždy aspoň jedna dvojica dierok, vzdialených od seba nanajvýš 10 cm.**

„A sme tu. Pozri!“ Seny sa zahľadela na kameň a začala si ho pozorne obzerať. Seny sa kameň veľmi páčil a hneď ho samozrejme chcela zdvihnúť. Kameň bol však ako prilepený a nech sa snažila, ako sa snažila, nedokázala ním ani len pohnúť. „Daky, pod' mi prosím pomôcť,“ zvolala a o chvíľu už kameň ťahali spoločne. Ten sa ale nie a nie pohnúť, a tak sa po chvíli Seny a Daky bezradne posadili na zem vedľa kameňa a nahlas oddychovali – to ťahanie ich vyčerpal. Keď sa Seny trochu vydýchala, postavila sa a na kameň a vyskočila. Len čo sa jej päty dotkli kameňa, kameň sa rozlomil na dve časti a tie odskočili na obe strany. Seny a Daky ale sklamane zistili, že pod kameňom bol len ďalší menší kameň pevne zasadený do zeme. Niečo na ňom bolo vyryté.

Úloha S2: Hádanka

Na kameni bol vyrytý tento nápis:

6152	● ○
4182	○ ○
5314	○ ○
5789	●

Súrodenci si nápis prečítali a Daky si hneď spomenul: „Však to poznám, to je logická hádanka. Musíš uhádnuť štvorciferné číslo. Skúšaš sa pýtať na rôzne čísla a dostávaš odpovede s nasledovnými znakmi, pričom na poradí znakov nezáleží:

1. Znak ○ predstavuje uhádnutú číslicu v danom pokuse, ktorá sa síce nachádza v čísle, ale na inom mieste.

2. Znak ● predstavuje uhádnutú číslicu v danom pokuse, ktorá je aj na *správnom* mieste.

Teda keď číslo uhádneme, dostaneme ako odpoveď ●●●●.

Keby si napríklad mala uhádnuť číslo 1234 a spýtala by si sa na 1245, odpoveď by bola ●●○.“ Súrodenci sa potom zamysleli a po chvíli zakódované číslo zistili. **Ktoré štvorciferné číslo bolo zakódované na kameni, ak vieme, že všetky jeho cifry boli rôzne?**

Len čo Seny nadšene vykrikla riešenie, nápis z kameňa zmizol. Seny sa nad tým ani nestihla pozastaviť, pretože v tej chvíli sa pod nimi prepadla zem a oni padali a padali a padali.

Tesne predtým, ako spadli na zem, zostali visieť vo vzduchu, ako na lanách, asi desať centimetrov od zeme. Potom dopadli. „Si v poriadku, Daky?“ „Ja áno, čo ty?“ „Tiež. Kde to sme?“ „V peknej kaši! Mali sme ten kameň nechať tak. Ale čo už. Porozhliadnime sa tu trochu, možno nájdeme spôsob, ako sa vrátiť späť hore.“

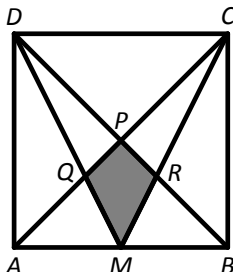


Súrodenci sa rozhládli a zistili, že sa nachádzajú v jaskyni. Keďže z nej viedla len jediná chodba, vybrali sa ňou. Bola úzka a tajomná, no jej steny trochu žiarili, takže obaja súrodenci ako-tak videli na cestu. Po chvíľke kráčania Daky skríkol: „Aha!“ Ukazoval pritom na veľmi zaujímavý obrazec na stene. Podišli k nemu bližšie a zistili, že je to asi mapa tohto podzemia. Podľa mapy sa tam niekde nachádzal hrad a okolo neho sa vinulo niekoľko ciest.

Úloha S3: Mapa

Mapa bola tvaru štvorca $ABCD$. Štvorec bol rozdelený dvoma uhlopriečkami a ich priesečníkom bol bod P . V strede strany AB bol bod M . Z bodu M viedli cesty do bodov C a D .

Priesečník ciest AC a DM bol pomenovaný Q a priesečník ciest BD a MC bol bod R . **Urči, aký je pomer plochy hradu $PQMR$ (vyfarbená časť) ku ploche celého územia $ABCD$.**



Súrodenci sa rozhodli, že pôjdu k hradu. Tam skúsia zistiť, či by im vedel niekto pomôcť dostať sa domov. Seny sa bála a hnevala sa na seba za svoju zvedavosť. Nedala to však na sebe poznať a statočne kráčala dlhými chodbami.



Po pár hodinách chodenia už boli veľmi unavení. Aj Daky začal mať obavy, pretože chodba bola stále rovnako pustá. Na jednej strane bol rád, že nikoho, alebo skôr nič, nestretli, keďže nevedeli, čo všetko tu môže žiť. Na druhej strane sa ale bál, lebo nevedel, či vôbec niekedy chodba skončí.

Zrazu Seny zvýskla a od radosti vyobjímala Dakyho, ktorý spočiatku nechápal, čo sa deje. Keď ale uvidel vpredu slabučké svetielko, pochopil. „Ešte sa neteš, Seny! Nevieme, čo tam môže byť,“ povedal, no už aj on bol o trochu veselší. Svetlo bolo stále jasnejšie.

O chvíľu už bolo jasné, že tunel končí a oni sa konečne dostanú von z jaskyne. Keď sa súrodenci konečne dostali ku koncu tunela, ocitli sa na malom námestí – neboli však vonku z jaskyne. Nachádzali sa len vo veľkej jaskyni a bola v nej tma, takže nemohli rozoznať, čo všetko tam bolo.

V domoch navôkol sa však svietilo a jedno z osvetlených okien muselo byť iste tým svetielkom, ktoré videli predtým. Po chvíli si všimli nápis „Nocľah u Maxa“, nuž sa tam vybrali, lebo nevedeli, kam inam ísť. Vošli dnu. Zrejme tam začínala nejaká oslava, pretože hostia, čo už tam boli, si práve podávali ruky.

Úloha S4: Oslava

Na oslave sa stretlo 26 ľudí: pán Prvý, pán Druhý, pán Tretí, ..., pán Dvadsiatypiaty a pán Dvadsiatyšiesty. Na začiatku oslavy si podávali ruky. Pán Prvý si podal ruku s jedným človekom, pán Druhý s dvoma, pán Tretí s tromi a tak ďalej, až po pána Dvadsiatehopiatego, ktorý si podal ruku s dvadsiatimi piatimi ľuďmi. **S koľkými ľuďmi si podal ruku pán Dvadsiatyšiesty?**

Súrodenci si povedali, že by nemali vyrušovať na oslave, keďže tam nikoho nepoznajú. Preto začali hľadať pána Maxa, aby sa ho mohli spýtať, či by tu mohli prenocovať. Našli ho veľmi ľahko.

Max vyzeral ako milý starý pán a deti mu vyrozprávali celý svoj príbeh. Max počúval, niekedy sa niečo opýtal. Obzvlášť sa zaujímal o to, ako to vyzereá hore na povrchu. Potom povedal: „Dobre. Predpokladám, že mi nemáte čím zaplatiť. Keďže ste mi toho ale povedali veľa zaujímavého o svete na povrchu, dovoľím vám tu zostať, ako dlho budete potrebovať. Ale potreboval by som ešte poradiť. Súhlasíte?“ „Súhlasíme.“ „Tak dávajte pozor. Mám problém s vnukom Servácom.“

Úloha S5: Alergia

„Môj vnuk, Servác, je asi alergický na niektoré číslice a neviem, čo s tým mám robiť,“ povedal Max. Súrodenci si teda nechali Serváca zavolať. Keď Servác dorazil, Seny mu povedala, nech na papier napíše všetky čísla od 1 do 3456. Keď bol Servác hotový, Seny a Daky si hneď všimli, že Servác napísal všetky čísla okrem tých, ktoré obsahovali číslicu 3 alebo číslicu 6.

Dakymu a Seny bolo jasné, že Servác si len vymýšľa, a tak sa s ním po krátkom dôvernom rozhovore takto dohodli: Ak súčet všetkých čísel, ktoré Servác napísal, bude deliteľný šiestimi, Servác s touto „alergiou“ prestane. Servác súhlasil, pretože si myslel, že súčet čísel neobsahujúcich 3 ani 6 predsa nemôže byť deliteľný číslom 6. **Podarilo sa Dakymu a Seny vyliečiť Serváca?**

Keď Daky a Seny skončili so Servácom, Max ich zaviedol do izby, všetko im poukazoval a konečne im zaželel dobrú noc a odišiel. Súrodenci sa zvalili na posteľ a o pár minút už spali ako zarezaní. Neuplynulo veľa času, keď sa zrazu prudko rozleteli dvere a do izby vtrhli...

Kto to vtrhol do izby, kde spali Daky a Seny? Podarí sa súrodencom dostať sa z podzemia? Rieš aj druhú sériu a dozvieš sa. Krásne Vianoce a veľa dobrých (nielen) matematických nápadov v novom roku prajú vedúci Pikomatu.

Svoje riešenia najneskôr **8. februára 2016**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat