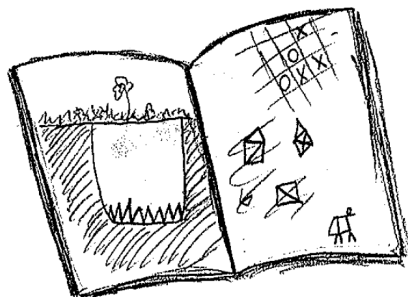


Zadania 3. série letnej časti, kategória 8–9

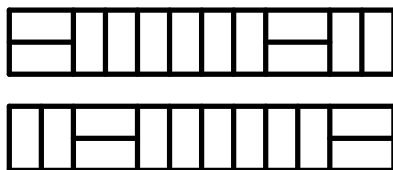
Súrodenci s Elvírou sa ocitli na krásnom nádvorí. Po bokoch brány stáli stráže, ktoré sa ich spýtali, kam idú. Skôr, než mohli Seny a Daky niečo povedať, Elvíra spustila: „Ideme za kráľom. Viete, dnes sme boli len tak na prechádzke v meste. Zhovárali sme sa o všetkých tých mechanizmoch a hádankách, ktoré sú po celom Krejnvile. Vymysleli sme niečo, čo by sa mohlo nášmu pánovi kráľovi páčiť a chceli by sme mu o tom povedať.“ „No, tak v tom prípade choďte.“ „Ďakujeme.“



Keď zašli za roh, Seny sa spýtala: „Prečo si im nepovedala pravdu?“ „Pretože by o prorocktve a o tom, že ste z horného sveta, malo vedieť čo najmenej ľudí, aby sa nič nestalo.“ „Perfektná výhovorka,“ uznal Daky. Zrazu sa Seny o niečo potkla. Keď to zdvihla, zistili, že je to akýsi zošit s náčrtmi. Elvíra vyhrkla: „Ja viem, čo to je!“

Úloha S1: Dlaždice

„Asi pred rokom dal náš kráľ prestavať jedno poschodie hradu. Nechal tam postaviť chodbu, ktorá bola 2 metre široká a 12 metrov dlhá. Chodbu dal pokryť obdĺžnikovými dlaždicami rozmerov 2 m × 1 m.“ Súrodenci sa pozreli na náčrty v zošite a zistili, že kráľ si skúšal rôzne návrhy rozloženia dlaždíc na chodbe. Dva také rôzne návrhy sú na obrázku. Seny sa zamyslela: **Koľko je všetkých rôznych rozložení dlaždíc na chodbe?**



„Asi to kráľ stratil, mali by sme mu to ísť zaniešať skôr, než sa to dostane do nesprávnych rúk,“ povedala Elvíra a pokračovali v ceste. Keď kráčali po chodbách hradu, ich ľahké kroky bolo počuť, akoby dupali. Na fakiach zavesených na stenách sa vždy oheň rozhorel sám, keď tadiaľ prechádzali. Seny a Dakymu sa zdalo, že blúdia už celú večnosť, no Elvíra vyzerala, že vie, kam ide. Z jednej z mnohých miestností počuli rozhovor. Elvíra usúdila, že to má asi princezná hodinu matematiky.

Úloha S2: Pre princeznú

Deti počuli, ako učiteľka vravela: „Dížky strán tohto *pravidelného* štvorbokého hranola sú v centimetroch vyjadrené prirodzenými číslami. Aký povrch môže mať tento hranol, ak vieš, že jeho objem je...“ TRESK! Toto dôležité číslo deti prepočuli, lebo na konci chodby spadlo zo steny brnenie. Už len počuli, ako princezná hovorí výsledok 918 cm^2 . Učiteľka jej na to odpovedala: „Správne, ale táto úloha má spolu štyri riešenia.“ **Nájdí zvyšné tri riešenia tejto úlohy.** Poznámka: Podstava pravidelného n -bokého hranola je pravidelný n -uholník.

Posledným schodiskom prešli mlčky, lebo každý rozmýšľal nad úlohou. Zastali až pred ťažkými drevenými dverami a zaklopali. Ozvalo sa: „Ďalej.“ Vošli. Deti si kráľa predstavovali trochu staršieho. Ale vyzeral byť veľmi milý a deti mu hneď dôverovali. Najprv mu podali zošit. Kráľ sa ich opýtal, ako k nemu prišli, pretože ho hľadal. Spýtal sa ich aj na ten úžasný mechanizmus, o ktorom mu podľa stráží prišli povedať. Keďže deti žiadny mechanizmus vymyslený nemali, teraz už museli s pravdou von.

Keď Elvíra celý príbeh dorozprávala, kráľ sa dlho zamyslel a potom povedal: „No dobre. Na toto Krejnvil čakal už celé storočia. Pred 300 rokmi sa môj pra-pra-pra-pra-prastarý otec, vtedajší kráľ Krejnvilu, veľmi snažil našu krajinu vyniesť späť na povrch, no bezúspešne. Tesne pred jeho smrťou istá veštica predpovedala, že uplynie ešte mnoho rokov, kým jeden z jeho potomkov nájde Kocku osudu, ktorú dve deti z povrchu môžu použiť na vnesenie Krejnvilu späť hore. Mne sa Kocku osudu podarilo pred niekoľkými rokmi nájsť a do doby vášho príchodu som ju bezpečne ukryl.“ Kráľ sa na chvíľu odmlčal, pretože do komnaty vstúpil sluha a na podnose doniesol deťom koláč.

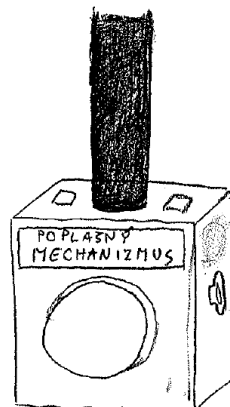
Úloha S3: Koláč

Koláč bol tvaru ostrouhlého trojuholníka. Kráľ deťom povedal: „Môžete ho zjesť celý, ale iba ak ho rozdelíte presne na tri lichobežníkové časti.“ **Dá sa to? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?**

Zatiaľ čo Daky túžobne hľadel na koláč, Seny sa kráľa váhavo opýtala, kam Kocku osudu skryl. Ak sú deťmi z proroctva, tak-či-tak ju budú potrebovať. „Kocka je pod 876. dlaždicou na siedmom poschodí. Tam ju určite nikto hľadať nebude.“ Len čo kráľ dopovedal, spoza masívnych dvier kráľovskej komnaty sa ozval dupot. Všetci sa obzreli a Seny vykrikla: „Pán kráľ, niekto zrejme počul náš rozhovor.“

Všetci štyria sa hneď rozbehli na siedme poschodie. Kráľ bežal rovno k dlaždici. Zdvihol ju, ale skrýša už zívala prázdnotou. Kráľ bol nahnevaný i zaskočený zároveň. Tu Elvíra povedala: „Pane, sú len traja ľudia, ktorí sa nechcú vrátiť naspäť na povrch. Akim, Hugo a Horác, obchodníci s tovarom z povrchu. Jedine oni to mohli urobiť, oni stratia obchod, ak sa vrátíme na povrch!“ „Spýtajme sa stráží, či ich nevideli.“ Stráže im potvrdili, že títo naozaj vošli, ale že ešte nevyšli. Kráľ dal strážam rozkaz nikoho nepúšťať von a išiel do hradu, do nejakej miestnosti. Deťom kázal čakať vonku. Po chvíli sa vrátil s úsmevom a so slovami: „Aktivoval som poplašný mechanizmus. Podťe rýchlo na nádvorie, o chvíľu sa to spustí.“

Po pár minútach začali z hradu vybiehať ľudia. Seny to už nevydržala. Musela sa kráľa spýtať na to poplašné zariadenie. Ten jej odpovedal: „V celom hrade okrem nádvorie sa začne šíriť odporný pisklavý zvuk, ktorý nikto nevydrží počúvať,



ani keby akokoľvek chcel. O chvíľu tu budeme všetci. Elvíra, ty mi potom ukážeš tých troch.“ „Aha! Tam sú!“ Kráľ prikázal obchodníkom vyvrátiť vrecká. Všetkým trom z vreciek vypadli podobné kocky. Iba jeden z nich však ukradol pravú kocku. Tú plánovali zničiť a zvyšné dve falošné kocky chceli predať na čiernom trhu ako skutočnú Kocku osudu.

Úloha S4: Vyšetrovanie

Podozriví boli Akim, Hugo a Horác, avšak kradol iba jeden z nich. Kráľ vedel, že každý z nich hovorí buď vždy pravdu, alebo vždy klame. Kráľovi pri výsluchu povedali toto:

Akim: „Kradol Horác.“

Hugo: „Ja som nekradol.“

Horác: „Aspoň dvaja z nás klamú.“

Keď sa kráľ dozvedel tieto informácie, nebol schopný určiť zlodēja. Preto sa ešte spýtal: „Ktorý z vás to skutočne bol?“ Horác mu odpovedal jedno z mien Horác, Akim alebo Hugo.

Teraz už kráľ dokázal určiť zlodēja. **Kto kradol?**

Kráľ okamžite prikázal dotyčnému vrátiť správnu kocku a zničiť duplikáty. Malo to však háčik. Keď Akim, Hugo a Horác vytiahli kocky z vreciek, pomiešali sa. To kráľa ešte viac nahnevalo a tak ich dal zavrieť do hladomorne.

Kráľ si pozorne obzrel všetky tri kocky a potom jednu z nich zobral a povedal, že tá je určite falošná. Zostávali však stále ešte dve kocky. Elvíra, Seny a kráľ rozmýšľali, čo teraz robiť. Daky si zatiaľ pozorne kocky obzeral. Po chvíli sa kráľa spýtal, či si presne pamätá, ako bola ofarbená pravá kocka.

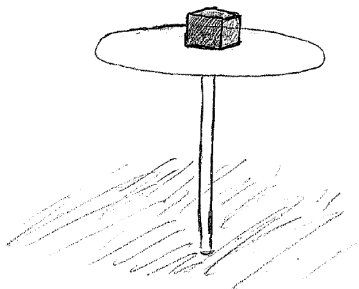
Úloha S5: Ktorá kocka?

Pred kráľom ležali dve kocky. Obe mali práve tri steny modré a zvyšné steny červené. Každá z kociek však mala nafarbenú inú kombináciu stien, takže kocky vyzerali inak. Kráľ deťom povedal: „Bohužiaľ, nepamätám si, ako vyzerala Kocka osudu. Pamätám si ale, ako na to prísť.“ Potom prikázal súrodencom: „Daky, vezmi si prvú kocku a Seny, ty si vezmi druhú. Predstavte si, že obe kocky rozrežete na $7 \times 7 \times 7$ kocôčok. Takže Daky by mal 343 kocôčok a Seny tiež. Potom spočítaj, Daky, koľko tvojich kocôčok by malo aspoň jednu stenu modrú. Seny nech spraví to isté. Kocka, ktorá má kocôčok s aspoň jednou modrou stenou viac, je Kocka osudu!“ **Aký bol rozdiel medzi počtom kocôčok s aspoň jednou modrou stenou z Kocky osudu a počtom kocôčok s aspoň jednou modrou stenou z falošnej kocky? Aký by tento rozdiel bol, keby by kocky boli rozrezané na $n \times n \times n$ kocôčok?** Poznámka: obe kocky sú zvnútra biele.

Kráľ napokon vybral jednu z kociek a položil ju na podstavec uprostred nádvorja. Potom prikázal Seny a Dakymu chytiť sa za ruky a kocky sa dotknúť. Akonáhle sa za pochytili za ruky, všetko sa začalo triasť. Všetci popadali na zem. Spodok jaskyne začal stúpať a strop sa rýchlo približoval, no v poslednej chvíli sa otvoril a vpustil do jaskyne slnečné svetlo. Krejnvil pokračoval v stúpaní, až sa dostal na úroveň zemského povrchu. Okolo Krejnvilu sa rozprestierali smrekové lesy, ktoré Seny a Daky dôverne poznali.

Krejnvil sa teda opäť stal pozemským mestečkom.

Traduje sa, že oslavy v Krejnvile trvali tri dni a tri noci, no Seny a Daky však tak dlho neostali. So všetkými sa rozlúčili a pobrali sa domov. Predtým im však sľúbili, že ich budú chodiť navštevovať, veď teraz to už majú na skok.



Výborne! Prebojoval/a si sa tromi sériami letnej časti Pikomatu. Už si letné prázdniny. Na najúspešnejších z Vás čaká **letné sústredenie!** Za vedúcich môžeme prezradiť iba to, že sa máš na čo tešiť. Uvidíme sa čoskoro.

Svoje riešenia najneskôr **18. apríla 2016:**

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat