

Zadania 2. série zimnej časti, kategória 8–9

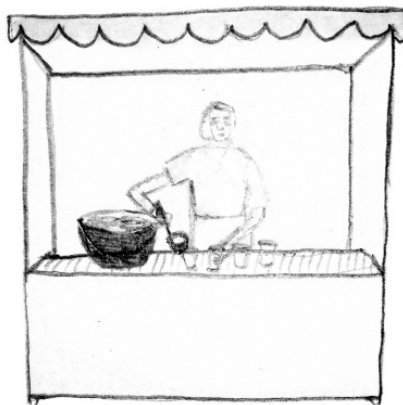
Sinko svietilo, vietor šelestil v korunách stromov, veвериčky šantili v nekonečnej spleti konárov. Polonius kráčal lesom a užíval si nečakanú slobodu. Mal pocit, že ujsť z domu bol najlepši nápad jeho života. Zatiaľ ešte aj presne vedel, kde sa nachádza. O niekoľko hodín by mal byť vo vysnívanej Športe. Ako si tak Polonius užíval prechádzku lesom, zaujalo ho niečo nezvyčajné.

Úloha S1: Kamene

Na zemi ležalo 27 zvláštnych kameňov v tvare kociek, z toho 18 bolo priehľadných a 9 nepriehľadných tmavozelených. Polonius sa z nich rozhodol poskladať veľkú kocku veľkosti $3 \times 3 \times 3$ kamene. Ale aby to nebola nuda, chcel, aby pri pohľade z ktorejkoľvek strany kolmo na stenu kocky ju bolo vidno celú tmavozelenú, teda aby cez kocku nebolo vidieť. **Koľkými rôznymi spôsobmi to mohol Polonius urobiť?** Poznámka: Rôzne otočenú rovnakú kocku $3 \times 3 \times 3$ považujú za rôzne kocky.

Polonius sa pozabával a potom sa radšej pobral ďalej. Vôbec netúžil po pobyte v lese po zotmení, lebo nikto nevedel, čo za divé zvery mohli žiť v týchto končinách. Okrem toho mu začalo byť riadne teplo. No najhoršie zo všetkého bolo, že si zabudol so sebou zobrať vodu.

Zronene kráčal ďalej hore kopcom, keď tu sa zrazu pod jeho nohami otvorila krásna dolinka a na jej dne – dedinka. Poloniov smäd už začínal byť trýznivý, takže bez zaváhania zbehol dolu a podišiel k prvému človeku, ktorého zbadal. Bol to práve predavač horskej horúcej čokolády.



Úloha S2: HHČ

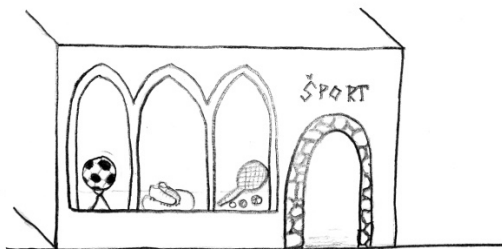
Predavač mal na začiatku 60 pohárov horskej horúcej čokolády. Jej cenu si mohol určiť každý zákazník sám. Keď Polonius dorazil, predavač mu povedal, koľko šišiek v priemere utŕžil doobeda za jeden predaný pohár, a bolo to celé číslo. Potom si poobede niekto kúpil ešte sedem pohárov, za ktoré zaplatil spolu 2505 šišiek. Tým sa priemerná tržba za jeden predaný pohár zvýšila na rovných 130 šišiek. **Koľko pohárov horskej horúcej čokolády ostalo nepredaných?**

Ako tak nad tým Polonius rozmýšľal, prišli k nemu dve malé deti a začali sa ho vypytovať. Na tom asi nie je nič zvláštne, keďže v takomto zapadákovom nemávajú návštevy často. Hneď, ako sa dozvedeli, že prichádza z Matematén, začalo prosíkanie. „Prosím, prosím, povedz nám nejakú hádanku!“ „Ale nie,“ krútil hlavou Polonius. „Ja idem do Športy, ja už nie som matematik.“ „Pekne prosíme, my chceme hlavolam, my chceme úlohu! Prosím...“ nedali sa odbiť deti, a chlapec teda navela privolil.

Úloha S3: Hlavolam

Polonius si vymyslel trojciferné číslo. Filipovi prezradil, že ciferný súčet mysleneho čísla je 8. Nikole prezradil ciferný súčin mysleneho čísla. Nikola správne určila, že čísel s takým ciferným súčinom môže byť 6 a povedala to Filipovi (nepovedala mu však daný ciferný súčin). Ten povedal: „Už viem, aké sú cifry tohto čísla, ale ešte mi to nestačí.“ Polonius obom deťom povedal: „Druhá mocnina poslednej cifry nie je deliteľom mysleneho čísla.“ To už deťom stačilo. **Ktoré to bolo číslo?**

„Sme múdre, že?“ smiali sa deti a s chichotom odbehli preč. Polonius sa preto rozlúčil s malou dedinkou a vydal sa pokračovať vo svojej ceste. Kráčal cez lesy, cez hory, cez doliny... jednoducho dlho. Nakoniec ale stromy zredli, kopce prestali ďalej rásť a práve ako sa slnko klonilo k obzoru, spoza poslednej zákruty vykuklo mesto snov každého správneho športovca, preslávená Športa. Mesto pretínala veľká rieka, v ktorej bolo matne vidieť hlavy náhodných plavcov, domy sa striedali s ihriskami a ulice lemovali nie obchody s rysovacími pomôckami, ale skôr s loptami a takými divnými topánkami, že bežeckými.



Na jednom z ihrísk bolo vidieť veľmi veľa ľudí. To bolo práve to miesto, kam sa Polonius vydal. Ako tam prišiel, zistil, že sa tam práve začínal veľký športový zápas.

Úloha S4: Zápasníci

Na zápas prišlo 2005 ľudí. Na konci otvorenia dostal každý človek, ktorý si podal ruky s najviac 10 ľuďmi, červené tričko. Potom každý, kto si podal ruky iba s ľuďmi, ktorí dostali červené tričko, dostal modré tričko (niektorí ľudia teda mohli dostať aj červené aj modré tričko). Modré tričko však človek mohol dostať len vtedy, ak si aspoň raz podal ruku s niekým s červeným tričkom. **Dokážte, že počet rozdанных modrých tričiek je vždy menší alebo rovný počtu rozdанных červených tričiek.**

Ihrisko na tento šport vyzeralo veľmi zvláštne, bolo tam veľa kanálov vody, ktoré tiekli krížom krážom, pretínali sa a rôzne sa kľukatili. Polonius sa v tom vôbec nevyznal, a tak sa radšej opýtal najbližšie stojaceho Športána. „Toto je náš najnovší šport,“ usmial sa Športán hrdo. „Voláme ho Potocross. Ide o to, že celý tím musí prejsť cez potocrossové ihrisko, nejako sa dostať cez všetky potoky a na konci získať vlajku.“ A naozaj, na konci ihriska boli vlajky, niektoré v tvare trojuholníka, iné štvoruholníka. Polonioví hneď napadla úloha na rozmýšľanie.

Úloha S5: Vlajky

Dá sa rozseknúť každý

a) trojuholník,

b) štvoruholník

na niekoľko častí tak, aby z nich išiel priložením častí k sebe zostaviť obdĺžnik?

Poznámka: Nezabudni sa zamyslieť aj nad nepravidelnými a nekonvexnými štvoruholníkmi.

Ako bolo Poloniovým zvykom, aj teraz si pri riešení úlohy potichu mrmlal popod nos. Najbližšie stojaci Športan to počul, a tak sa ho zvedavo opýtal: „Čo to robíš?“ „Ale len tak rozmýšľam nad jednou matematickou úlohou...“ odvetil neprítomne Polonius.

A bolo to vonku. Správa, že je u nich votrelec z Matematén, sa rozšírila ako lesný požiar. Polonius si zakrátko všimol, že niečo nie je v poriadku, ale to už sa okolo neho formoval nahneváný, dokonca zúrivy zástup. „Votrelec! Špión! Prišiel si nás zničiť?“ Takéto a podobné výkriky sa ozývali zo všetkých strán. Polonius sa zúfalo pokúšal vysvetliť, že nie, ono to tak vôbec nie je, ale nikto ho nepočúval. Dav sa na neho stále viac a viac tlačil. Polonius nakoniec zúfalo vykľučkoval spomedzi ľudí a s niekoľkými škrabancami sa im bežal strátiť v nepriateľských uliciach svojho vysnivaného mesta, Športy.



Podarí sa Polonioví presvedčiť obyvateľov Športy, aby ho prijali medzi seba? Rieš aj ďalšiu sériu a dozvieš sa!

Nenechaj si ujsť šancu stretnúť starých aj nových známych a príď na Kockatý víkend! Všetky potrebné informácie nájdeš na www.pikommat.sk/kockaty. Pozor: na Kockatý víkend sa treba prihlásiť už do 26. októbra 2016!

Svoje riešenia najneskôr **7. novembra 2016**:

- nahraj do **22:00** na www.pikommat.sk vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5**.

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na pikommat@p-mat.sk. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdí si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat