

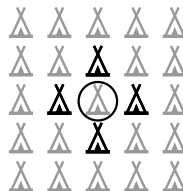
## Zadania 1. série zimnej časti, kategória 8–9

Nakaru sedel na brehu rieky, pozoroval krajinu pod sebou a rozmyšľal. Sedel tam bez jediného pohybu, len jeho tmavé inteligentné oči zamyslene prechádzali pohľadom divokú vodu pod ním. Z diaľky k nemu doliehali zvuky z osláv. Nakaru rukou bezmyšlienkovito prehrabol piesok na zemi, potom sa oprášil a vstal. Nemal chuť oslavovať s ostatnými, ale vedel, že o chvíľu by ho začali zháňať, a tak sa pomaly vydal späť k tábora.

Cestou si znova v myšlienkach prešiel uplynulý týždeň. Skúšky dospelosti, jedno z najdôležitejších období pre každého dospievajúceho Indiána, už boli skoro na konci. Hoci bol Nakaru veľmi skromný, vedel, že skúšky zložil výborne – väčšinu z nich možno aj najlepšie z jeho rovesníkov v kmeni Afusisov. Teraz mu už zostávalo zložiť len poslednú skúšku, a preto skoro celý dnešný deň strávil premýšľaním osamote na vysokom zráze nad divokou riekou, ktorá tiekla blízko ich tábora. Ráno totiž všetci dospievajúci muži z kmeňa Afusisov dostali zadanie ďalšej skúšky a nasledujúci deň ešte pred svitaním mali prísť s riešením.

### Úloha S1: Rozvrhnutie tábora

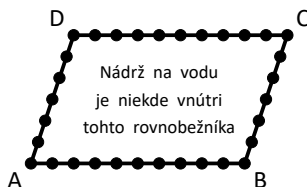
Úlohou bolo navrhnuť vhodné rozmiestnenie tábora. V tábore malo byť 25 vigvamov rozmiestnených do štvorca  $5 \times 5$ . Vigvamy mohli byť buď zo spletených tráv, alebo z bizónej kože, alebo z konskej kože. Vhodné rozmiestnenie je také, že trávové vigvamy sú najviac dva, a žiadne dva vigvamy z rovnakej kože spolu nesmú susediť. Za susedné sa považujú vigvamy v 4 hlavných smeroch ako na obrázku (kde sú vyznačené štyri susedné vigvamy stredného vigvamu). **Koľko rôznych rozmiestnení tábora spĺňa tieto podmienky?**



Nakaruova bystrá myseľ túto úlohu zvládla ľahko, ale to nebolo to, čo ju celý deň zamestnávalo. Nakaru trápilo niečo iné. V poslednej dobe kmeň Afusisov často sužovali zdanlivo bezvýznamné malé útoky. Raz sa im cez noc stratilo malé stádo mustangov, druhýkrát šamanovi zmizli drahé šperky a inokedy zase zistili, že ich tajný chodník cez hory bol objavený a prezradený.

### Úloha S2: Ohrada pre kone

Stádo mustangov bolo vo zvláštnej ohrade. Plot ohrady bol v tvare rovnobežníka  $ABCD$  ako na obrázku. Plot držal na koloch, ktoré boli od seba v rovnakých rozstupoch, pričom na dlhšej strane bolo 11 kolov a na kratšej bolo 7 kolov. V tejto ohrade bola tiež nádrž s vodou pre kone  $N$ , ktorá sa nachádzala niekde na priamke spájajúcej kôl  $D$  s jedným z kolov  $K$  na obvodovej čiare ohrady tak, že obsah trojuholníka  $ADN$  bol štvornásobkom obsahu trojuholníka  $CDK$ . **Ktoré z kolov mohli byť kôl  $K$ ?**



Nakaru sa obával, že aj dnešnú noc sa niečo prihodí. Celý kmeň bol rozptýlený oslavami skúšok dospelosti, a tým sa stával zraniteľným terčom pre Muchachov – zaprisahaných nepriateľov Afusisov. Nakaru sa len horko usmial, keď si spomenul, koľko stôp po sebe pri každom nájazde zanechali. Ako keby im úplne chýbala indiánska trpezlivosť, opatrnosť a nenápadnosť.

Nakaru hlboko opovrhoval takou nedôslednosťou. Stále zamyslený a zachmúrený došiel na kraj tábora, kde ho z myšlienok vytrhol pohľad na malého indiána Gita, ktorý práve hádzal do ohňa kopy lístia. Nakaru mal Gita rád. Bol to malý chlapec, ktorý vždy s niečím experimentoval. Pokiaľ v tábore niečo rachlo, tak ste si mohli byť istí, že to bol jeden z Gitových pokusov. Nakaru bol zvedavý, čo to Gito robí, a tak sa uňho zastavil.

### Úloha S3: Dymové signály

Gito si práve vymyslel vlastný systém dymových signálov. Už ním vie zakódovať slovo „MI“. Vie ním zakódovať aj niektoré ďalšie slová podľa týchto pravidiel:

1. Ak vie zakódovať slovo končiace na *I*, vie zakódovať aj slovo, ktoré je rovnaké s pridaným písmenom *U* na konci. Napríklad *MII* → *MIU*.
2. Ak vie zakódovať slovo v tvare *Mx*, vie zakódovať aj slovo *Mxx* (pričom *x* je ľubovoľné písmeno alebo skupina písmen). Napríklad *MIU* → *MIUIU*.
3. Ak vie zakódovať slovo obsahujúce *III*, vie zakódovať aj slovo, v ktorom nahradí *III* písmenom *U*. Napríklad *MIIIIU* → *MIUUU*.
4. Ak vie zakódovať slovo obsahujúce *UU*, vie zakódovať aj slovo, v ktorom tieto *UU* odstráni. Napríklad *MIIIIUU* → *MIIII*.

**Vie Gito vytvoriť slovo „MU“? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?**

Nakaruovi sa tento systém zdal trochu nepraktický, ale aj tak sa mu páčila Gitova vynaliezavosť. „Škoda, že takých chalanov ako je Gito nie je v našom kmeni viac...“ pomyslel si Nakaru a tvár sa mu opäť zachmúrila. So znechutením pomyslel na Šairovu partiu. Šair, Kchár a Mulisy. Mulisy – prefikovaný, zbabelý a podlizavý; Kchár – hromotík a postrach všetkých slabších indiánov; a Šair – vodca celej partie. Šair, ktorý sa jediný mohol Nakaruovi vyrovnáť schopnosťami, inteligenciou a odvahou, ale kazila to jeho zášť, závisť a zloba.

Keď na to Nakaru myslel, úplne ho prešla chuť ísť medzi ostatných. Rozhodol sa, že na oslavy nakoniec vôbec nepôjde a namiesto toho zájde do Údolia Veľkého Afusisa. Tam ho nikto rušiť nebude, a tak si bude môcť v pokoji rozmyslieť, ako vyriešiť nočné útoky Muchachov.

Kmeň Afusisov získal svoje meno od zvláštneho a vzácneho druhu kaktusov. Dávni predkovia Afusisov kedysi objavili tajomné údolie, kde týchto kaktusov rastie veľa v pravidelných útvaroch, ako keby ich tam niekto bol zasadil. Na samotnom konci údolia rastie mohutný prastarý kaktus druhu Afusis, ktorý kmeň Afusisov uctieva a nazýva Veľký Afusis. Toto miesto je pre každého z kmeňa Afusisov posvätné a väčšina indiánov sa tam bojí vkročiť. To ale samozrejme neplatilo pre Nakaru, ktorý nikdy neveril poverám a hrôzostrašným rečiam o tomto údolí. V blízkosti vchodu do údolia býval starý kúzelník z kmeňa Afusisov, ktorý sa staral o všetky kaktusy v údolí. Nakaru zaujímalo, koľko je dokopy v údolí kaktusov a chcel sa na to opýtať kúzelníka, no najskôr sa opýtal štyroch strážcov vchodu do údolia.

### Úloha S4: Kaktusy v údolí

Strážcovia sa volajú Anpetu, Bnobi, Chaw a Dčobe. Nakaru vie, že práve dvaja z nich určite hovoria pravdu a zvyšní dvaja vždy klamú, ale nevie, ktorí z nich to sú a tiež nevie, či kúzelník hovorí pravdu. Nakaru sa teda strážcov opýtal, či kúzelník hovorí pravdu:

Bnobi: „Áno, kúzelník hovorí pravdu.“

Dčobe: „Chaw hovorí pravdu.“

Anpetu: „Bnobi a Dčobe vždy hovoria opačné veci (práve jeden z nich klame).“

Chaw: „Anpetu klame.“

Nakaru sa ich potom spýtal: „Koľko kaktusov mi kúzelník povie, že má v údolí?“ Odpovedali:

Anpetu: „Číslo, ktoré ti povie, je menšie ako 29.“

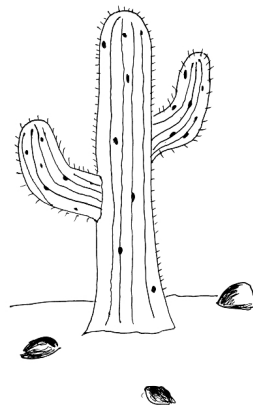
Bnobi: „Číslo, ktoré ti povie, je deliteľné 8.“

Chaw: „Dvojnásobok čísla, ktoré ti povie, zväčšený o 5 je 37.“

Dčobe: „Číslo, ktoré ti povie, je menšie, ako 13.“

**Vie Nakaru určiť, aké číslo mu povie kúzelník? Bude toto číslo pravdivé?**

Nakaru vošiel do tichého údolia. Už sa začínalo stmievať a kaktusy vrhali na zem strašidelné tiene. Ale Nakaru išiel isto a vzpriamene, len jeho dlhé čierne vlasy za ním viali. O chvíľu bol pred poslednou zákrutou. Keď ju však obišiel, zhrozene sa zastavil. Prastarý, posvätný kaktus Veľký Afusis ležal na zemi, očividne rozsekaný nožom na mnoho kusov. Nakaru na chvíľu pohltil šok a hrôza. Kto sa mohol opovážiť takto znesvätiť toto posvätné miesto?! Ale potom sa v ňom prebudili jeho indiánske reflexy. Ten, kto urobil túto strašnú vec, tu ešte mohol byť! Nakaru sa rýchlo rozhladol a naozaj – pri vzdalenej skalnej rokline zbadal postavu. Zamrazilo ho, keď spoznal, kto to je. „Ty?!“ zvolal zhrozene.



Postava pri skale sa strhla, ako keby o Nakaruovi doteraz nevedela. Potom sa ale posmešne zasmiala a povedala výsmešným hlasom: „Ale, ale, to sú nám ale hostia!“ Za Nakaruovým chrbtom mu druhý hlas odpovedal: „No, tak to by sme ho mali správne uvítať...“ Ale než sa Nakaru stihol otočiť, zacítil prudkú bolesť na temene hlavy a omráčený klesol k zemi.

Keď sa Nakaru prebral, zistil, že je pevne spútaný. Hlava mu pulzovala ostrou bolesťou a vo vlasoch cítil zaschnutú krv. Hľadeli na neho tri páry nenávislivých očí Šaira, Kchára a Mulisyho. Keď si všimli, že sa prebral, v očiach sa im zlomyselne zablysko, z čoho Nakaru usúdil, že už sa stihli dohodnúť, čo s ním urobia. A mal pravdu. Silák Kchár ho schmatol za jeho dlhé vlasy a vytasil dýku.

Potom začal Šair hovoriť: „Tentokrát si bol pristihnutý pri čine, zradca!“ Nakaru sa na neho nechápavo pozrel, ale Šair pokračoval: „Krádež mustangov, zmiznutie šperkov nášho šamana a dokonca aj vyzradenie tajného chodníka ti prešlo. Ale teraz si bol pristihnutý a budeš ako zradca za to aj potrestaný!“ V tom okamihu Nakaruovi došlo, čo mu chcú urobiť. Dobré vedel, ako sa trestajú zradcovia, aj keď pravými zradcami tu boli jeho sudcovia.



Teraz s ním len hrali toto divadlo, pretože dobre vedeli, že je úplne bezmocný. Kchár ho znova chytil za vlasy a dýkou ich začal prerezávať. Všetci Afusisovia nosili dlhé vlasy, a preto ich vyhnancom odkikli ako symbol, že už medzi nich nepatria. Zradca sa tiež na hrud' vytetoval sup, symbol vyhnanca, štvanca a zradcu. Nakaru tieto muky strávil mlčky. Viac ako fyzicky ho to týralo psychicky, a preto sa radšej sústredil na jeden matematický príklad, ktorý mu kedysi povedal jeho starý, múdry učiteľ.

### Úloha S5: Príklad učiteľa

**Nájdite najväčšie trojciferné číslo, ktorého ciferný súčet je prvočíslo a ciferný súčin je tretia mocnina prirodzeného čísla. Nájdite aj najväčšie štvorciferné číslo, ktorého ciferný súčet je prvočíslo a ciferný súčin je štvrtá mocnina prirodzeného čísla.** Poznámka: Nulu za prirodzené číslo nepovažujeme.

Takto Nakaru statočne ignoroval poníženie od jeho pokrvných bratov. Keď skončili, priviazali ho ku kmeňu a hodili ho do rieky. V kmeni Afusisov rozhlásili, že Nakaru bol chytený pri strašnom čine ničenia Veľkého Afusisa, ale podarilo sa mu uniknúť k jeho komplicom – kmeňu Muchachov. A tak bol Nakaru oficiálne prehlásený za zradcu a vyhnanca.

*Ako to dopadne s Nakaruom? Podarí sa mu vrátiť do kmeňa Afusisov? Podarí sa mu zbaviť sa viny? Rieš aj ďalšiu sériu Pikomatu a dozvieš sa!*

Svoje riešenia najneskôr **2. októbra 2017**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikomat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

### **ALEBO**

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikomat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

### **Rady Tatka Pikomatka:**

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



**p - mat**

Organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat