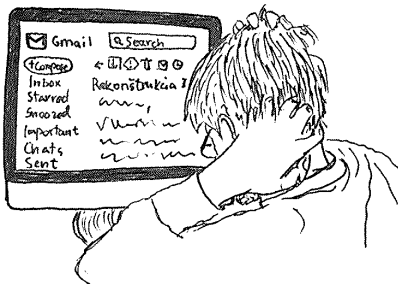


## Zadania 2. série letnej časti, kategória 8–9

Keď z Trénera opadol smútok z vykradnutia trezora, postavil sa k svojim problémom ako chlap a po pár dňoch zamieril do svojej kancelárie. Tam ho čakalo všetko po starom, ale predsa sa našla jedna zmena, v počítači mal jeden nový mail. Pri pohľade na odosielateľa mu prešiel mráz po chrbte. V predmete stálo – rekonštrukcia štadiónu. „Úplne som zabudol! Ako to teraz odvolám?“ vzdychol si.



Keďže začínal tréning, odsunul svoje problémy bokom a odišiel na ľad za hráčmi. Tí si ihneď

všimli, že niečo nie je v poriadku. Tréner predsa nikdy nemešká. „Tréner, čo sa stalo?“ s obavami sa opýtal Anton. „Ach, ani nechci vedieť. Nemáme peniaze ani na chod klubu, nie to ešte na rekonštrukciu štadiónu. Práve mi od nich prišiel mail. Úplne som zabudol, že som ich o to žiadal. Ale ja to nejako vyriešim. Poďme trénovať,“ odpovedal Tréner. Na druhý deň prišla stavebná firma aj s návrhom ľadu v tvare trojuholníka. Všetko prebiehalo v poriadku, len pri kreslení čiar na ľade vznikol malý problém.

### Úloha S1: Čiary

Pri trojuholníku  $ABC$  si robotníci označili priamku rovnobežnú s  $BC$  prechádzajúcu cez bod  $A$  ako priamku  $p$ . Na priamke  $p$  zvolili bod  $K$  tak, že  $|AK| = |BK|$ . Ďalej na priamke  $p$  vyznačili bod  $L$  tak, že  $|AL| = |CL|$ . Tréner chcel, aby priamky  $BK$  a  $CL$  boli rovnobežné.

### Aký uhol mali zvierat' priamky $AB$ a $AC$ ?

Rekonštrukcia prebehla úspešne a posledným krokom bola platba. Trezor bol však stále prázdny. Tréner s asistentom mnohé hodiny debatovali a snažili sa vyriešiť tento problém. Nakoniec prišiel asistent s nápadom: „Mohli by sme usporiadať verejnú zbierku. Keďže sú občania René pri Handlovej nadšení úspechmi našich hokejistov, verím, že budú ochotní prispieť klubu v ťažších časoch.“ „Môžeme to skúsiť, inú možnosť aj tak nemáme,“ prikývol Tréner. Hneď na druhý deň vytvorili účet a informovali obyvateľov o zbierke.

Trénera potešilo, koľko štedrých ľudí obývalo René pri Handlovej. Vyzbieralo sa dosť peňazí na dokončenie rekonštrukcie, a aj niečo navyše, takže si Tréner viac nemusel lámať hlavu s ich nedostatkom. Zahrialo ho pri srdci, že si priaznivci HK René dali tú námahu a došli až k štadiónu prispieť svojou troškou do kasičky. Po úspešnej zbierke prišiel Tréner domov a pochválil sa úspešnou akciou manželke.

Keď jej to celé dorozprával, navrhla mu, aby si zahrli hru, ktorú ju naučila kolegyňa v práci:

## Úloha S2: Zapálená

„Máme kôpku so 42 zápalkami. Hru hrajú dvaja hráči. Hráč, ktorý je na ťahu, zoberie buď jednu alebo dve zápalky. Hráč, ktorý zoberie poslednú zápalku, prehrá.“

a) **Ktorý hráč vie hrať tak, že vždy vyhrá? Ako má hrať?**

b) Existuje aj varianta hry s dvoma kôpkami po 42 zápalkách. V tomto prípade si hráč v každom ťahu môže vybrať, z ktorej kôpky zoberie jednu alebo dve zápalky. Ten, kto zoberie poslednú zápalku z poslednej kôpky, prehrá. **Ktorý hráč vie v tomto prípade hrať tak, že vždy vyhrá? Ako má hrať?**

Tréner už-už mal vyhrať, no zrazu mu zazvonil telefón. Volalo mu neznáme číslo. „Prosím?“ nesmel sa ozval. „Dobry deň, tu polícia. Voláme vám ohľadom vykradnutia vašej kancelárie. Boli by ste ochotný prísť na stanicu podať výpoveď? Najlepšie by bolo, čo najskôr.“ „Samozrejme. Dalo by sa mi prísť zajtra ráno, je to v poriadku?“ opýtal sa Tréner. „Áno, môžete, s kolegom tam budeme od ôsmej.“ „Dobre, budem tam, ďakujem. Pekný večer, dopočutia.“ „Dopočutia.“

Na druhý deň ráno Tréner zamieril na policajnú stanicu. Zacúval na voľné parkovacie miesto a mierne nervóznym vkročil dnu. Policajti ho už čakali na vrátnici a odviekli ho do kancelárie. Začal sa výsluch. Položili pred neho formulár s veľa otázkami, zavreli ho do miestnosti a povedali mu, nech na všetky odpovie. Otázok bolo veľa, Trénerovi to išlo veľmi pomaly a najhoršie bolo, že ho neustále rozptyľovala matematická úloha, ktorú mali policajti vyvesenú na nástenke pod nápisom „Úloha na január“. Úloha znela takto:

## Úloha S3: Na nástenke

Rovinný útvar sa nazýva konvexným, keď pre každé dva body, ktoré obsahuje, obsahuje aj úsečku, ktorá ich spája. Nájdi a nakresli:

1. Dva nekonvexné útvary, ktorých prienik je konvexný.
2. Dva konvexné útvary, ktorých prienik je nekonvexný.
3. Tri útvary také, že prienik každých dvoch z nich je nekonvexný, ale prienik všetkých troch je konvexný.
4. Tri útvary také, že prienik každých dvoch z nich je konvexný, ale prienik všetkých troch je nekonvexný.

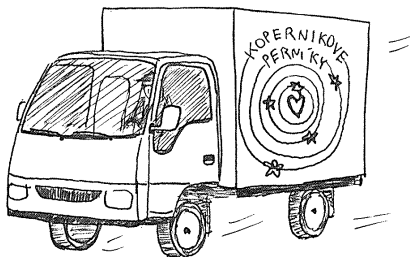
**Nájdi a nakresli všetky dané útvary alebo dokáž, že sa nakresliť nedajú.** Poznámka: Vo všetkých prípadoch musia mať všetky prieniky nenulový obsah.



Príklady konvexných útvarov



Príklady nekonvexných útvarov



Keď Tréner úlohu na nástenke vyriešil, oveľa ľahšie sa mu pracovalo na otázkach od policajtov a rýchlo bol hotový. „Ďakujeme, budeme vás informovať o priebehu vyšetrovania,“ povedal mu policajt, keď odovzdal vyplnený formulár a zamieril k dverám. Tréner zamieril na štadión, kde ho už čakal asistent, ktorý si lámal hlavu nad tým, ako dopraviť čo najlacnejšie perníky, ktoré chcel predávať na najbližšom zápase.

## Úloha S4: Doprava

Asistent objednal 1500 perníkov, no objednal ich v meste vzdialenom 500 km. Odtiaľ mu ich majú doviesť v dodávke, ktorá uvezie naraz len 500 perníkov. Navyše mal šofér podmienku, že cestou *po* každom prejdenom kilometri zje jeden perník. Šoférovi nesmú nikdy popri ceste dôjsť perníky, ináč by zastal a nikam ďalej by už nešiel. **Koľko najviac celých perníkov mohol šofér doviesť asistentovi?** Poznámka: Šofér si môže nechávať perníky odložené popri ceste. Taktiež nezabudni, že aj keď sa šofér vracia po perníky, stále musí zjesť jeden perník po každom prejdenom kilometri. Po odvezení perníkov do cieľa sa šofér už nevracia, ale ostáva v celi.

Asistentovi sa to podarilo čoskoro vyriešiť a začal venovať pozornosť Trénerovi. Rozprávali sa spolu o dobrých výkonoch ich tímu, o postupe v tabuľke a tiež o možnosti dostať sa do play-off. Obaja boli spokojní. Asistentovi potom zazvonil telefón a podobne ako Trénera si ho predvolali na políciu, aby vypovedal. Do vyšetrovania to však neprinieslo nové svetlo.

Antonova výkonnosť od krádeže poklesla a aj s Trénerom sa stretával menej. Tréner to najprv neriešil, ale keď už začal vynechávať tréningy, rozhodol sa s ním porozprávať. Anton predsa nebol typ hráča, ktorý by sa flákal. Po pár dňoch ho odchytil po tréningu: „Môžeš na chvíľku, prosím?“ Anton zaváhal, ale napokon sa s vyrovnanou tvárou obrátil k Trénerovi. „Áno, samozrejme Tréner.“ „Tak na mňa počkaj v šatni.“ O pár minút Tréner prišiel do šatne a Antona našiel stáť pred svojou otvorenou skrinkou. Na dvere skrinky jeden z jej predošlých majiteľov vryl tabuľku s číslami. Asi to boli výsledky zápasov, no Anton rozmyšľal nad niečím iným.



## Úloha S5: Tabuľka

V tabuľke  $8 \times 8$  boli napísané čísla 1, 2, 3, ..., 64, každé práve raz. Boli napísané tak, že:

- v každom riadku sa napísané čísla zvyšovali zľava doprava,
- v každom stĺpci sa napísané čísla zvyšovali zhora dole.

**Dokáž, že súčet ôsmich čísel zapísaných v tabuľke na uhlopriečke zľava hore → doprava dole, bol aspoň 204. Dokáž tiež, že súčet ôsmich čísel zapísaných v tabuľke na uhlopriečke zľava dole → doprava hore, bol aspoň 120.**

Keď Tréner vošiel, Anton zabuchol skrinku a dal sa s ním do reči. Rozprávali sa približne hodinu a Anton mu vysvetlil, že sa v poslednom čase necítil dobre a bol pod tlakom, takže sa potreboval trochu uvoľniť. Tréner ho upozornil, že ak chce hrať v jeho tíme, na tréningy musí chodiť. Anton sľúbil, že sa to už nebude opakovať a bude sa viac snažiť. „Ale ak máš nejaké problémy Anton, môžeme sa o tom porozprávať,“ povedal a odišiel.

Čas plynul a René pri Handlovej sa vďaka dobrým výkonom dostalo do play-off Pholcus ligy spolu so siedmimi ostatnými tímami. Posledný zápas základnej časti bol pamätný. Vypredaný štadión, ľudia fandili a tleskali celý čas a Anton strelil svoj prvý hetrik v sezóne. Už veľmi dlho sa o to pokúšal a konečne sa mu to podarilo. Pre hokejový tím z malého mestečka to tento rok vyzeralo naozaj dobre, podarilo sa im prekonať aj krádež a nedostatok financií.

Lenže prišla jeseň a s ňou i typická chrípková epidémia. Tento rok zaútočila v plnej sile a zrazu Tréner ležal doma v posteli s teplotou a bolesťou hlavy, podobne ako tri štvrtiny jeho tímu. Len dva dni pred začiatkom vyradovacej časti súťaže. Zazvonil mu telefón. „Dobrý deň Tréner, chcel som vám len povedať, že už je chorá aj celá moja rodina a ja sa tiež necítim najlepšie. Zajtra neprídem do práce,“ smutne povedal asistent. „To asi nikto...“ odpovedal mu Tréner sklamane.

*Podarí sa Trénerovi zostaviť mužstvo do vyradovacej časti súťaže? Vyrieši sa nakoniec záhada vykradnutého trezora? Rieš aj ďalšiu sériu Pikomatu a dozvieš sa!*

Svoje riešenia najneskôr **18. marca 2019**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikomat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

### **ALEBO**

- pošli poštou na **PIKOMAT 8–9, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikomat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

### **Rady Tatka Pikomatka:**

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



**p - mat**

Organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat