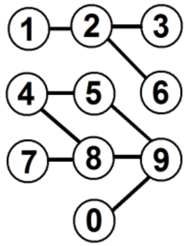
z prvého poschodia na druhé, tretie, štvrté, piate. No ďalší výťah, ktorý by šiel z prvého na šieste, by musel stáť už aj na jednom z tých predošlých poschodí, a teda by sme mali dva výťahy medzi týmto a prvým poschodím, takže už by sme nezvládli obslúžiť všetky dvojice poschodí (keď mám k dispozícii 15 kombinácií a potrebujem obslúžiť 15, tak každú musím práve raz). Takže napriek tomu, že teoreticky nám to vyšlo, prakticky sa to nedá.

Bodovanie: Bolo treba ukázať, že budova môže mať sedem poschodí – napríklad nakreslením takej tabuľky. Za to bolo 3,5 boda. A bolo treba aj ukázať, že 8 alebo viac už nemôže mať – za to bolo zvyšného 1,5 boda. Samozrejme, konečné hodnotenie záviselo od toho, ako ste svoj postup opísali. V prípade, že ste neprišli na riešenie 7 poschodí, mohli ste dostať najviac tri body. Samozrejme, výsledok 6 poschodí a prízemie som považoval taktiež za správny, ako som už naznačil na začiatku.

Komentár k riešeniam: Veľa z vás sa najskôr snažilo rozmiestniť zastávky výťahov v nižších budovách, a keď mali ešte voľný výťah, tak pridali poschodie. Takto ste sa ale dostali väčšinou len k 6 poschodiam, pretože staré zastávky ste nechali tak, ako boli, len ste pridali ďalšie výťahy. Keď máme 5 poschodí, teda 10 trás, potrebujeme 4 výťahy, no niektoré ich trasy budú obsluhované dvoma výťahmi. Preto keď len pridávame nové poschodia a nemeníme trasy pôvodných výťahov, dostaneme maximálne 6 poschodí, lebo ako sme si ukázali, pri 7 poschodiach musí ísť na každej trase práve jeden výťah.

Príklad S5: Kód od garáže. *Opravoval Juro Pavlovič.*



Najdôležitejšou podmienkou je, že každé 2 susedné čísla hľadaného 6-miestneho kódu sa musia na oboch klávesniciach navzájom dotýkať rohom alebo stranou.
Môžem si teda vyznačiť „cestičky medzi číslami“, po ktorých sa dá pohybovať - teda spojenia (dvojice susediacich čísel), ktoré existujú na oboch klávesniciach. Tieto cestičky si môžeme začať kresliť od ľubovoľného čísla a pripájať k nemu ďalšie a ďalšie čísla, ktoré sú s naším prvým spojené na obidvoch klávesniciach. Získané útvary vyzerajú nasledovne (viď. Obrázok vedľa).
Takže už máme akú takú predstavu o tom, aké čísla môžu byť vedľa seba v kóde. Ďalšia podmienka nám hovorí, že čísla sa v kóde nemôžu opakovať a že prvé číslo musí byť väčšie ako posledné. Zároveň vieme, že kód je 6 miestny, takže s istotou môžeme vylúčiť z kódu čísla 1, 2, 3 a 6. Po zvážení zvyšných podmienok nám vyjde jediné správne riešenie a to 784590.

Bodovanie: Za tento obrázok prípadne za iné logické odôvodnenie, prečo môžem oddeliť čísla 1,2,3,6, sa hodnotenie pohybovalo **okolo 5b**.
Vypisovanie všetkých možností za logické odôvodnenie nepovažujem - **okolo 3,5b**.
Iba správny výsledok, na ktorý sa prišlo skúšaním a slepým trafením - **okolo 2,5b**.

organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

podporuje odborný rast organizátorov seminára

PIKOMAT

Vzorové riešenia 3. série letnej časti, kategória 7-9

!!! Oprava vzorového riešenia príkladu S5 z 2. série !!!

Napriek nášmu veľkému úsiliu, raz za čas sa nám stane, že sa zmýlime. Bohužiaľ sa tak stalo aj v tomto prípade. V zadaní sme totiž prehliadli jednu drobnosť, ktorá príklad trochu komplikovala. A preto obodovanie príkladu ani vzorové riešenie nie sú úplne správne.
V čom spočíval problém? Bola ním veta „Ak zadáte nesprávny údaj, máte ďalší pokus (na *náhodne zvolené* políčko).“ Slovíčko náhodne znamená, že pozícia nového políčka môže byť kdekoľvek. Špeciálne sa môže vygenerovať pozícia, ktorá tu už raz bola. Ak by sa miesto spojenia *„náhodne zvolené“* použilo napríklad *„iné náhodne zvolené“*, vzorové riešenie by platilo tak, ako bolo napísané.
Predstavme si ale komunikáciu s bankou. Banka pošle požiadavku napríklad na políčko D1. Zlodej, samozrejme netušiac hodnotu políčka, niečo zadá a s veľkou pravdepodobnosťou sa netrafí. V tom prípade banka vygeneruje novú požiadavku. Ak by sa spýtala napríklad na A3, všetko je v poriadku, lebo zlodej o hodnote A3 netuší nič. Lenže sa môže stať, že banka si *opäť* vyžiada hodnotu políčka D1. Zlodej však už vie, že predchádzajúca hodnota bola nesprávna. A tak zvolí inú. Šanca, že sa trafí do správnej hodnoty, je síce stále mizivá, ale *väčšia* ako pred chvíľou.
Výpočet presnej číselnej hodnoty sa preto ešte viac komplikuje a nebudeme ho tu ukazovať. Ak Ťa problém zaujal, skús si to vyrátať sám/sama. Prezradíme len, že samotný výsledok, že otcova karta je bezpečnejšia, sa nezmení.
Niečo podstatné sa však zmení. Šanca, že sa zlodeji trafia do správnej hodnoty, *závisí* na rozmeroch GRID karty. Čím menšia GRID karta, tým väčšia šanca, že banka si vypýta hodnotu toho istého políčka. Tým pádom je aj šanca prelomenia systému väčšia.
Preto je nesprávne aj bodovanie. Riešiteľom, ktorí tvrdili, že šanca závisí na rozmeroch karty (väčšinou to boli tí s 3 bodmi), boli strhnuté body. Preto by sme Vás chceli vyzvať – ak ste v tejto skupine a vo svetle nových skutočností máte pocit, že Vám tie body boli strhnuté neprávom, ozvite sa.

Reklamácie k tomuto príkladu prijímame do 15. mája.

Príklad S1: To s tými ľuďmi. *Opravovala Janka Michalíková.*

Každá osoba má dve vlastnosti – je úprimná/falošná a vie/nevie odhadnúť ľudí, môžeme mať preto 4 typy ľudí. Je dobré si uvedomiť, ktorá kombinácia vlastností znamená pravdivé tvrdenie a ktorá nepravdivé – úprimný človek, ktorý vie odhadnúť ľudí rovnako ako falošný, ktorý nevie odhadnúť ľudí, hovoria pravdu, úprimný človek, ktorý nevie odhadnúť ľudí a falošný, ktorý vie, hovoria nepravdu. Teraz sa pozrime na výroky, ktoré povedali naši kamaráti sami o sebe. Dávid povedal, že je úprimný, to ale o sebe môže povedať iba človek, ktorý vie odhadnúť ľudí. Je to preto, lebo ak by nevedel odhadnúť ľudí a bol úprimný, tak povie nepravdu (teda že je falošný) a ak by bol falošný, tak by zasa povedal pravdu, že je falošný. Monika povedala, že je falošná a takúto vetu môže povedať naopak iba niekto, kto nevie odhadnúť ľudí. Slávka povedala, že vie odhadnúť ľudí a na základe toho vieme určiť, že je úprimná. Podobne Sebastián povedal, že sa v ľuďoch mýli, takže musí byť falošný. Teraz nám už ostáva iba doplniť každej osobe jej druhú vlastnosť. Môžeme začať napríklad Slávkou. O Monike hovorí, že vie odhadnúť ľudí, ale my už vieme, že to nie je pravda a z úvodnej úvahy je jasné, že nepravdu hovorí iba taký úprimný človek, ktorý nevie odhadnúť ľudí. Dávid o Slávke povedal, že nevie odhadnúť ľudí, čo je pravda, takže keďže už vieme, že vie odhadnúť ľudí, musí byť úprimný. Monika zasa o Dávidovi hovorí nepravdu a nevie odhadnúť ľudí, teda musí byť úprimná. Na záver Sebastián povedal pravdu o Monike a keďže je falošný, musí sa v ľuďoch mýliť. Odpoveď teda je:

Dávid je úprimný a vie odhadnúť ľudí, Monika je úprimná a nevie odhadnúť ľudí, Sebastián je falošný a nevie odhadnúť ľudí a Slávka je úprimná a nevie odhadnúť ľudí.

Bodovanie: Za správnu charakteristiku oboch vlastností každej osoby ste dostali po 0,5 bode, za postup ste mohli získať maximálne zvyšné 3 body. Za nesprávne úvahy a výsledky som Vám strhávala primeraný počet bodov.

Príklad S2: Veľký malý trojuholník. *Opravoval Paľo Hronský.*

Vzorové riešenie bolo inšpirované Andreou Chlebíkovou.

Čo vieme? Vieme, že trojuholník má mať obsah $81cm^2$ a ani jedna jeho výška nebude väčšia ako 0,5cm. Aby sme potvrdili toto tvrdenie, tak nám stačí nájsť jeden trojuholník, pre ktorý to je pravdivé. Z dôvodu uľahčenia postupu si môžeme povedať, že budeme pracovať s rovnoramenným trojuholníkom. A taký rovnoramenný trojuholník môžeme naťahovať do šírky koľko sa nám zapáči, pričom veľkosti všetkých výšok sa takýmto počínaním znižujú.
Jednu podmienku by sme teda dokázali splniť, avšak čo s tou druhou (obsah trojuholníka musí byť $81cm^2$)? Nekomplikujme si zbytočne život a poďme na to jednoducho - skúsme to. Pokiaľ si určíme výšku na základňu nášho trojuholníka rovnú 0,1cm (uľahčíme si počty takým pekným číslom, hlavné je aby bolo čo najmenšie), tak budeme potrebovať nasledovnú veľkosť základni, aby sme splnili podmienku s obsahom:

$$S=(a.v_a)/2, \text{ takže } a = S.2/ v_a = 81.2/0{,}1 = 1620cm$$

Zostáva nám už len výpočtami overiť, či všetky výšky takéhoto rovnoramenného trojuholníka so základňou 1620cm a výškou na základňu 0,1cm sú menšie ako 0,5cm.
Po chvíľke rozmýšľania a počítania sa dostávame k výsledku, že aj zvešné dve výšky sú naozaj menšie ako 0,5.

Postup zostrojenia takéhoto trojuholníka:

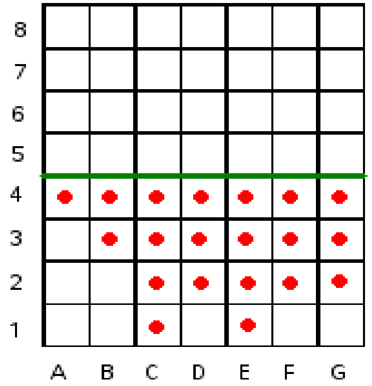
1. AC, |AC| = 1620cm
2. p, p je kolmá na AC, p prechádza stredom AC
3. B, B leží na p, |B,AC| = 0,1
4. trojuholník ABC

Bodovanie: Ako to už býva v Pikomate zvykom, správne riešenie nestačilo k získaniu plného počtu bodov. Rovnako dôležitý aj správny postup a logické zdôvodnenie jednotlivých krokov.

Príklad S3: Vojaci. *Opravoval Mišo Kováč.*

Ako ste to riešili Vy: Tipovanie alebo skúšanie si situácií na šachovnici. Drvivá väčšina z Vás prišla na riešenie 21 vojakov a 5 línii. Existuje ale i efektívnejšie riešenie čo sa vojakov, ale i línií týka.

V čom ste robili chyby: Najčastejšie som sa stretol s nedbanlivým prečítaním si zadania. Umiestňovali ste vojakov na súperovo územie, dopĺňali ste vojakov po tom, ako ste už inými pohli.
Čo Vám často pomohlo: Mnohí z Vás riešili úlohu inverzne, teda ste úlohu riešili odzadu a snažili ste sa prísť na počiatočné rozostavenie vojakov. Úvaha, že na súperovom území sa neoplatí skákať doboku, mnohým z Vás pomohla nájsť správne riešenie.
V čom sa líši správne riešenie od spomínaného (21 vojakov, 5 línií)? Úspešní riešitelia (tzn. 5 bodov) viac roztiahli svojich vojakov do šírky, a tým eliminovali vysoký počet línii.
Aké je správne riešenie? 20 vojakov a 4 línie.
Ako na to? Preskočíme vojakom:



z E3 na E5 - z G4 na E4 - z E4 na E6 - z E1 na E3 - z C4 na E4 - z E3 na E5 - z E5 na E7 - z G2 na E2 - z G3 na E3 - z E2 na E4 - z C3 na E3 - z E3 na E5 - z C1 na C3 - z B3 na D3 - z D2 na D4 - z A4 na C4 - z C4 na E4 - z E4 na E6 - z E3 na E5 - z E4 na E8

...a sme tam!

Bodovanie: Za správne riešenie s postupom bolo 5 bodov. Za 21 alebo 22 vojakov sa dali získať najviac 3 body, ak bol dobrý postup. Za 23-25 najviac 2,5 bodu, za 26-32 boli najviac 2 body. Horšie riešenie našťastie nikto nenašiel.

Príklad S4: Výťahy. *Opravoval Martin „Panda“ Svetlík.*

Tak sa na to pozrime. Ako prvé si definujme slovo poschodie, pretože niektorí z vás to brali aj s prízemím, niektorí bez prízemia. V podstate je to jedno, len treba vedieť, o čom hovoríme, aby tí, čo si toto slovo vyložili tým druhým spôsobom, neboli počudovaní, že nám vychádza o jedno viac resp. menej ako im. Ja budem za poschodie považovať každé podlažie (aby sme nemuseli rozlišovať podlažie, poschodie, prízemie...).

Zoberme si jeden výťah zo zadania. Takýto výťah stojí na troch poschodiach, označme ich A,B,C. Takže premáva na troch trasách A-B, A-C, B-C (samozrejme, oboma smermi). Takže sedem výťahov by malo teoreticky zvládnuť 7×3=21 rôznych trás.

Poďme teraz zistiť, koľko poschodí dokážeme takto obslúžiť. Keby mala budova dve poschodia, bola by tam len jedna trasa 1-2. Keby sme pridali ďalšie poschodie, tak by sme museli pridať trasy 1-3 a 2-3. A tak ďalej – pri každom ďalšom poschodí treba spraviť nové trasy z neho na všetky existujúce. Zistíme, že 21 trás máme vtedy, keď je poschodí 7 (a to nasledovné: 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 1-7, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 2-7, 3-4, 3-5, 3-6, 3-7, 4-5, 4-6, 4-7, 5-6, 5-7, 6-7).

Pre osem poschodí by to bolo, prirodzene, už viac. Takže teoreticky vieme „obslúžiť“ 7 poschodí. Ale ide to aj v praxi? Nie je nič ľahšie, než skúsiť spraviť tabuľku, kde ktorý výťah stojí alebo si to skúsiť inak znázorniť. Nezabúdajme, že žiadne dva výťahy nemôžu mať spoločnú dvojicu staníc, keďže trás je presne toľko, koľko ich 7 výťahov dokáže obslúžiť – keby po niektorej išli dva výťahy, na niektorú inú by nám chýbal výťah.
No nestačí spraviť len prvú časť – teoreticky ukázať, že by mohlo byť 7 poschodí, ale aj nájsť takéto riešenie. Problém by totiž mohol nastať, keby bolo zadaných 5 výťahov. To by nám výpočtom vyšlo 5×3=15 kombinácií, čo je počet trás pri šiestich poschodiach. No tu také nastavenie výťahov neexistuje – začali by sme rovnako – prvými dvoma by sa išlo