Príklad S4: ***Po schodoch, po schodoch ...*** *opravoval Peter Gašpi Gašparík*
Keď Karol beží dolu, v skutočnosti prebehne schodov menej ako ich na schodisku je, pretože schody idú dolu s ním a niektoré mu „zmiznú". Opačný prípad nastáva, keď ide hore, v tomto prípade ich prebehne viac ako ich je, lebo nejaké sa mu nasunú. Hore beží
5-krát rýchlejšie, čiže keby bežal rovnako rýchlo dole, prebehol by 125 / 5 schodov = 25. Označme x počet schodov, ktoré zmiznú Karolovi pri ceste dole. Potom ale pri ceste hore mu pribudne x / 2 schodov(25 / 50 = ½). Zostavíme rovnicu:

$$50 + x = 125 - x / 2$$
$$1{,}5x = 75$$
$$x = 50$$

Teda po ceste dole mu odbudne 50 schodov a schodište po zastavení ma 50 + 50(alebo 125 – 50 / 2) = 100 schodov
Bodovanie: Za správne riešenie 5b, za nezdôvodnenie prečo schody pri ceste idú o polovicu pomalšie do 3,5 boda, za nesprávne zostavenú rovnicu do 2,5 boda, za nie celkom správnu úvahu do 1,5 boda, za iné riešenia do 0,5 boda

Príklad S5: Kuracie nugety *opravoval Martin Malic Handlovič*
Príklad sa dal vyriešiť niekoľkými spôsobmi, uvedieme si 2 najčastejšie.
1.spôsob: Je jasné, že ak nájdeme číslo, ktoré sa určite nedá zložiť a po ňom bude nasledovať 6 za sebou idúcich čísel, ktoré sa dajú zložiť, tak toto číslo je riešenie. Prečo? Lebo každé ďalšie číslo sa dá zapisať ako 6 + dačo čo už sme ukázali, že sa dá. Po krátkom skúšaní si aj sami ľahko ukážete, že 43 sa zložiť nedá, 44 = 20 + 6.4, 45 = 9 + 6.6, 46 = 20 + 20 + 6, 47 = 9.3 + 20, 48 = 6.8, 49 = 20 + 20 + 9, 50 = 44 + 6, 51 = 45 + 6, ...Teda hľadaním číslom je číslo **43**.
2.spôsob: Pomocom čísel 6 a 9 vieme urobiť akýkoľvek počet deliteľný 3, okrem 3. Na to, aby sme vedeli urobiť aj čísla ktoré po delení 3 dávajú zvyšok 1, resp. 2 potrebujeme použiť 20 – kusové balenia. Teda pre čísla ktoré po delení 3 dávajú zvyšok 2, to vieme urobiť len od 20 vyššie (okrem 23). Podobne pre čísla ktoré dávajú po delení 3 zvyšok 1 to vieme urobiť až od čísla 40 (okrem 43). Teda je jasné, že posledné číslo, kotré nevieme urobiť je **43**.
Komentár: Veľa z vás nepochopilo zadanie, ktoré bolo trošku komplikovanejšie zapísané, preto máte po väčšine 0 bodov. Vyskytlo sa veľa riešení z číslom 44. Keďže zadanie nevravelo presne, či výsledné číslo má byť posledné čo sa nedá, alebo prvé z tých čo sa už dajú, tak som riešenie 44 považoval tiež sa správne.
Bodovanie*:* Za správne riešenie 5 bodov, za nepresnosti maximálne 1 bod dole, za výsledok bol 0,5 bodu, ak ste neukázali prečo to bude od čísla 43 pokračovať do nekonečna, tak máte od 1 do 2 bodov, podľa kvality. Za postup boli 2 body a za zdôvodnenie zvyšných 2,5 bodu.

PIKOMAT ,22. ročník **šk. rok 2004/2005**
organizátor korešpondenčného seminára
NADÁCIA INGENIUM
podporuje odborný rast organizátorov seminára

Vzorové riešenia 1. série zimnej časti kategórie 7-9

Príklad S1: ***Zkockovaných ochrankárov*** opravovala Elena Eňa Dušková

	v.š.d	povrch	plášť
1.	1.1.420	1682	842
2.	1.2.210	1264	424
3.	1.3.140	1126	286
4.	1.4.105	1058	218
5.	1.5.84	1018	178
6.	1.6.70	992	152
7.	1.7.60	974	134
8.	1.10.42	944	104
9.	1.12.35	934	94
10.	1.14.30	928	88
11.	1.15.28	926	86
12.	1.20.21	922	82

Počet viditeľných stien (povrch) = 2.(v.š+š.d+d.v). Keďže vo všetkých prípadoch je výška = 1 a kocky majú súčet protiľahlých stien= 7 , preto počet bodov na hornej + spodnej stene bude pre všetky kvádre zhodný = 420.7=2940. Podstatný je zvyšný povrch = plášť telesa = celkový povrch mínus 420.2. Z výsledkov v tabuľke je jasné, že nemá zmysel preverovať kvádre 7 až 12 (majú mnohonásobne menší obsah plášťa).

Kváder č. 1: Keďže spodná s vrchnou stenou dajú spolu vždy rovnaký súčet, nie je až také dôležité, aké body sa tam budú nachádzať. Najvýhodnejšie je ponechať si väčšie čísla (6 a 5) na plášť, preto sem použijeme čísla 3 a 4. Keďže kváder č. 1 má aj šírku = 1, tak aj na prednej + zadnej stene dostaneme súčet 7.420=2940. Zostali nám čísla na ľavej a pravej strane. Keďže v rade je párny počet kociek (poprikladané rovnakou stenou k sebe) bude to 2-krát to isté číslo, najlepšie šestka. Výsledný počet je 2940 + 2940 + 12 = **5892**.

Kváder č. 2 (preveríme, či nie je výhodnejší ako prvý): Vrchná a spodná stena sú pre nás nepodstatné (2940 bodiek). Na prednej a zadnej stene budú oproti sebe rovnaké čísla (párny počet kociek prikladaných k sebe rovnakým číslom), najlepšie šestky. Na bočné steny môžeme umiestniť hocičo okrem 6 a1, najlepšie päťky. Výsledok = **5480**.
Podobne si môžete vyskúšať aj sami ostatné kvádre, ale prídete na to, že ich výsledný počet bodov je menší.

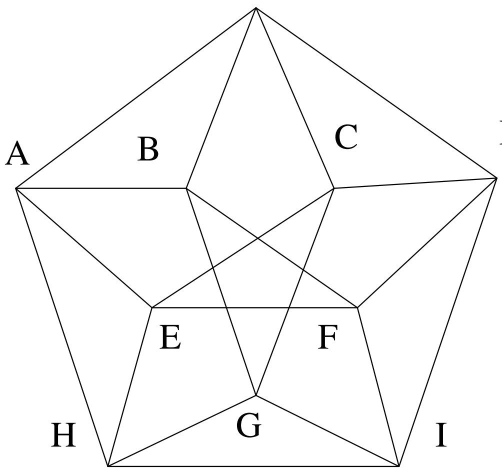
Bodovanie: správne riešenie (rozobraté minimálne 2 možné kvádre: 1.1.420 a 1.2.210) = 5b, správne riešenie (rozobratá len možnosť: 1.1.420) = maximálne 4,5b, správne riešenie (s malou výpočtovou chybou či neúplným zdôvodnením) = 3,5-4,9b, výsledok = 5887 (v závislosti od zdôvodnenia) = 3-4,4b, len správny výsledok bez uvedenia postupu a zdôvodnenia = 2b, súvislá časť úvah je správna, no výsledné riešenie je nesprávne = 0,5-3,5b, záblesk dobrej myšlienky, no zle vyriešený príklad = 0,2b, úplne nesprávne riešenie = 0b

Príklad S2: Ako ľahko do trezoru *opravoval Jožo Cíbiček*

Berme do úvahy iba to, že číslice sa nemôžu opakovať. Ak teda číslice nemusia byť usporiadané, tak na prvom mieste kódu môže byť hociktorá z 10 cifier, na druhom 9 (jednu sme už použili), na treťom 8, na štvrtom 7, na piatom 6. Čiže možností by bolo 10.9.8.7.6= 30 240. Ale zadanie vraví, že číslice majú byť usporiadané od najmenšieho po najväčšie. Takže ak použijeme napr. cifry 0,1,2,3,4 nemôžeme ich uložiť napr. takto: 10234, 23104, 41032..atd, ale je iba 1 kód 01234. Treba teda vypočítať koľko rôznych možností zoradenia cifier má každá pätica. Na 1.mieste čísla mohla byť hociktorá z piatich cifier, na 2. už iba 4 (cifry sú rôzne, každá bola použitá práve raz), na 3. iba 3, na 4.mieste 2 a na 5. mieste musí byť tá jedna čo ešte nebola použitá. Z ľubovoľných 5 cifier máme teda 5.4.3.2.1=120 možných kódov, ale z toho iba 1 usporiadaný od najnižšej cifry po najvyššiu! Preto počet kódov vyhovujúcich zadaniu je 30 240 : 120 = 252. Ak sa majú vyskúšať všetky tak to bude trvať 30.252 = 7 560 s = 2h 6 min, čo je viac ako 2h, preto sa im trezor nemusí podariť otvoriť.

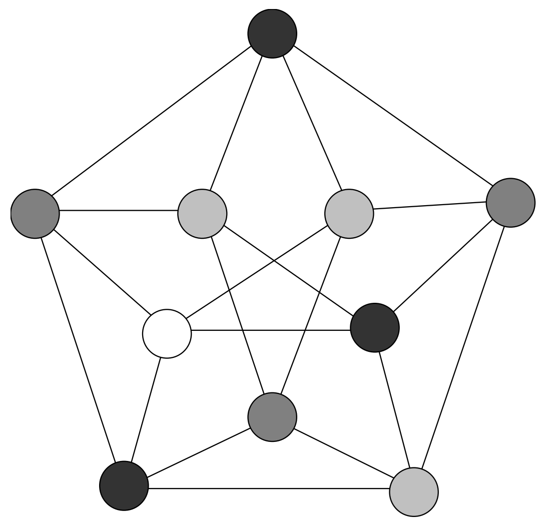
Bodovanie+Komentár: Ak ste mali postup ako vo vzorovom riešení, a tým pádom aj správny výsledok, mali ste 5b. Ak ste použili nejaký vzorec z kombinatoriky alebo Pascalov trojuholník a nevedeli prečo to tak platí/alebo zle vysvetlili/, tak ste mali 2b. Iná alternatíva bola vypisovanie možností. Tam sa ale drvivá väčšina pomýlila /preto sa táto metóda všeobecne neodporúča, navyše čo ak by tých riešení bolo trochu viac?/ Aj tu ste však mohli mať 5b: 1,ak ste mi vypísali systematicky všetky riešenia 2,ak ste spočítali niekoľko a našli postup akým sa dá spočítať zvyšok. Tu však bolo treba dokázať, že váš patent bude platiť aj ďalej a nie len si všimnúť nejakú postupnosť a automaticky ju uplatňovať ďalej /-1b/, Ak ste počítali kombinácie naozaj systematicky /nie chaosne/, ale ste si tie možnosti spočítali, alebo niektorú vynechali/pridali, tak za každú odchýlku ±1 od 252 ste mali –0,5b až po –2b. Ak to bolo chaosné, tak menej. Za riešenie „doma som to spočítal a vyšlo 252“ ste mali 1b, pretože všeobecne platilo: 0,5b za odpoveď: nestihli to, bez ohľadu na počet kombinácii, ďalší 0,5b za samotné číslo 252, za zvyšný postup 4b.

Príklad S3: ***Nepriehľadnuteľnú vizitku*** *opravoval Michal Kesy Kesely*



Tak sa na to teda pozrime. Celkom zjavne to jednou farbou ofarbiť nepôjde. To by všetky guličky boli tejto farby a určite by guličky rovnakej farby susedili. Ide to dvoma farbami? Keď sa bližšie pozrieme na spodný trojuholník, tak vidíme, že všetky tri guličky v ňom sú nazvájom spojené. Teda by opäť boli nejaké dve susedné spojené rovnakou farbou. A keďže už v tomto trojuholníku dve farby nestačia, v celom obrázku to platí tiež. Čo tri farby? Toto bude trochu na dlhšie. Ale nie veľmi☺.

Zafarbime si úplne najvyšší bod nejakou farbou – nech je to červená. Táto susedí s ďalšími štyrmi bodmi (A, B, C, D) a každý z týchto bodov nie je červený, lebo susedí s vrchným, teda má nejakú z dvoch zostávajúcich farieb – povedzme, že modrú alebo zelenú. Ale farba A je iná ako B a farba C iná ako D. Takže farby guličiek A, B, C a D sú v poradí buď modrá-zelená-modrá-zelená alebo modrá-zelená-zelená-modrá (keby sme ich prehodili, bolo by to to isté). Skúsme prvú možnosť. Kedže B je zelená gulička a C modrá, tak G musí byť červená. Kedže A je zelená a G červená, H je zelená. Podobne I je modrá. Kvôli I a D je F červená a kvôli A a H je E červená. Ale E a F susedia a sú červené. To je teda hlúposť. A čo druhá možnosť? Kvôli A a C je E červená a kvôli B a D je F červená. Opäť, E a F susedia a majú rovnakú farbu. To je samozrejme opäť zle. Takže tri farby nám nestačia.



Ide to na štyri? Áno!!! Pozri obrázok.

Poznámka: Veľa z vás opäť zabudlo na dôkaz, že na tri farby to nejde. Skúste si premyslieť, aké je to pre riešenie úlohy dôležité.

Bodovanie: 1,5 bodu za správny výsledok, +1 bod za dôkaz, že to nejde na dve farby (ak chýbal dôkaz, že to nejde na tri). Za úplné a správne riešenie 5 bodov.