Bodovanie: Za správne riešenie som dával 5 bodov, za výsledok bol 1 bod, za postup 2 body a za vysvetlenia boli zvyšné 2 body. Ak ste neukázali, že 2100010006 je jediné riešenie, tak ste dostali od 1 do 2 bodov, za ďalšie myšlienky vedúce k riešeniu ste mohli získať ďalšie body.

Príklad S6: Turnaje v šípkach *opravoval Peter Gašpi Gašparík*
Tento príklad sa dal riešiť v zásade viacerými spôsobmi, uvádzam jeden z nich (asi najčastejšie sa vyskytujúci). V prvom rade si označíme výroky jednotlivých strelcov ako Š1, Š2 atď. Keď sa pozrieme na výroky Š1 a Z2, môžu nastať iba tieto situácie:
Š1 je lož a Z2 je lož tiež: Potom sú Š2 a Š3 pravda a Z1 a Z3 tiež. Výroky Š3 a Z3 si protirečia a jeden z nich musí byť klamstvo, čím by jeden zo šípkarov povedal dve klamstvá. Táto možnosť nevyhovuje zadaniu.
Š1 je pravda a Z2 je lož: Z1 a Z3 musia byť pravda, potom Šípka má 180 bodov, podľa Z3 má Trafil 240 bodov. Výrok Š2 je tým pádom nepravdivý, lebo Šípka nahádzal o 60 bodov menej ako Trafil. Z Š3 dostávame, že Zásah nastrieľal 160. Podľa T3 má mať Zásah bodov 240, potom T3 musí byť klamstvo. Podľa T2 však má byť rozdiel medzi počtom bodov Zásahu a Trafila 60, tu je však 80 a preto by mal Trafil 2 nepravdivé výroky. Ani táto možnosť nevyhovuje.
Š1 je lož a Z2 je pravda: Šípka má potom 200 bodov a z jeho ostatných výrokov dostávame hodnoty bodov pre zvyšných hráčov (Trafil 240, Zásah 180). Po preskúmaní zvyšných výrokov dostávame, že nepravdivé sú ešte T3 a Z3.
Bodovanie: Za takéto riešenie, resp. riešenia kde ste skúšali všetky možnosti u jedného strelca sa dalo získať 5 bodov, za riešenie, v ktorom nebol krok „Š1 a Z2 je lož“ 4,8 bodu. Pokiaľ chýbala možnosť „Š1 je pravda a Z2 klamstvo“, mohli ste získať od 4 do 4,5 bodu. Za riešenia v ktorých sa tipoval max do 3,5 bodu, za uvedenie len výsledku bod a za ostatné riešenie do pol bodu.

PIKOMAT ,**21. ročník** **šk. rok 2003/2004**

organizátor korešpondenčného seminára

NADÁCIA INGENIUM
podporuje odborný rast organizátorov seminára

Vzorové riešenia 1. série zimnej časti kategórie 7-9

Príklad S1: Skartovač *opravoval Peter Comp Ambrož*
Mám na začiatku **x** papierov. 1/2 z nich odložím a v druhej polovici roztrhnem každý jeden papier na dva. Celkovo po jednom trhaní mám ½ + ½.2 = 3/2.**x** papierov. Po 5 trhaniach je to (3/2.3/2.3/2.3/2.3/2).**x** = 243/32.**x**. Aby sa papiere dali 5-krát trhať, treba aby bol ich počet deliteľný 32. A zároveň tento počet nesmie byť deliteľný 64, lebo v tom prípade by sa dali papiere trhať aj 6. krát, čo odporuje zadaniu.
Teda **x** je 32-násobok nepárneho čísla (to preto, lebo keby to bol násobok párneho čísla, bolo by **x** deliteľné 64). Poslednou podmienkou je, aby **x** bolo v rozsahu 100-999 (aby bolo 3-ciferné). Zistíme, že vyhovuje 14 čísel: 160, 224, 288, 352, 416, 480, 544, 608, 672, 736, 800, 864, 928, 992.
Bodovanie: 2 b za správny výsledok, 3 b za kompletný a správny postup. Slabý, nejasný postup bol za 0,5 b. Za drobnú chybičku - 0,2 b, menšia nejasnosť v postupe - 0,8 b, ak ste drobnou chybou v postupe prišli k dvojnásobnému alebo polovičnému počtu riešení, bolo to 1,5 b dolu.

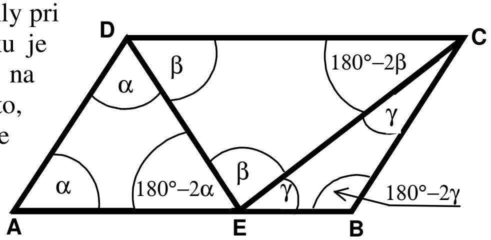
Príklad S2: Rozprávkovú krajinu *opravovala Táňa Viszusová*
Najskôr si uvedomíme jednu vec. Ak nejaké z detí ostalo bez hviezdičky, tak víly, ktoré tú noc chodili, nemajú radi jeho farby. To sa týka konkrétne 2.noci a Damiána a 3. a 5.noci a Žofky. Urobíme si teraz tabuľku, kde krížikom označíme farby, ktoré tá ktorá víla nemá rada.

	ružová	tyrkysová	smaragdová	okrová	bordová	fialová	hnedá
Túlia			x		x	x	
Kália	x	x	x		x	x	
Osmia	x	x	x		x	x	
Alúmia	x	x				x	
Hélia	x	x				x	

Z tabuľky už teraz priamo vidno, že žiadnej víle sa nepáči fialová. Keďže navyše podľa zadania sa aspoň jednej musí páčiť tyrkysová, isto to bude Túlia (lebo ostatným sa tyrkysová nepáči). Rovnako sa teda nikomu nepáči ani ružová (keďže Túlia má už tyrkysovú). Teraz sa pozrime na 1.noc. Túlia doniesla perlu Žofke a nikomu inému, to už vieme. Čiže Damián svoje dve perly musel získať od Alúmie a Hélie za bordovú a smaragdovú hviezdičku (nevieme od ktorej za ktorú farbu). Jonatán dostal túto noc iba jednu hviezdičku, za bordovú farbu (jedine tú má s Damiánom spoločnú). Teraz sa pozrime na 4. noc. Opäť Túlia vybavila Žofku a nikoho iného, teda Jonatán dostal dve perly od Osmie a Alúmie za bordovú a za okrovú a Damián jednu za bordovú (spoločná s Jon.). Víla, ktorá chodila aj 1.noc aj 4.noc je Alúmia, teda dáva bordovú. Z toho nám už vyplýva, že Hélia dáva smaragdovú a Osmia okrovú. No a keďže zadanie nám vraví, že aspoň jedna dáva hnedú a ostala nám iba Kália, je to jasné. Ešte môžeme urobiť skúšku aby sme si boli istí, ale nie je to nutné, 5 bodov máme aj tak. **Bodovanie:** Ak ste napísali iba výsledok (dobrý), či už v podobe tabuľky alebo nie, máte isté dva body. Za postup boli body iba ak bol aspoň trochu k veci. Pokiaľ váš postup pozostával iba z tvrdení „a je to tak“ bez zdôvodnenia, mohli ste za ne dostať najviac 1,5 bodu, v závislosti od rozumnosti. No a posledného jeden a pol bodu som prideľovala za viac menej dobre zdôvodnené riešenia.

Príklad S3: Logo SIM *opravovala Alenka Kovárová*

Uhly, na ktoré sa pýta zadanie si označíme: uhol EAD ako α, uhol DEC ako β a uhol CEB ako γ. V rovnoramennom trojuholníku sú uhly pri základni rovnaké a súčet uhlov trojuholníku je 180°, preto môžeme označiť ostatné uhly na logu, ako ukazuje obrázok. Vieme však aj to, že súčet susedných uhlov rovnobežníku je 180°, tak musí platiť, že $\alpha+180°-2\gamma=180°$ a že $\alpha+\beta+180°-2\beta+\gamma=180°$. Po úprave týchto rovníc dostaneme, že $\boldsymbol{\alpha = 2\gamma}$



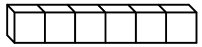
a $\alpha + \gamma = \beta$. Keď namiesto α dosadíme do poslednej rovnice 2γ, dostaneme, že $\boldsymbol{3\gamma = \beta}$. Nakoniec si ešte môžeme všimnúť, že uhly CEB a ECD sú navzájom striedavé a teda sa ich veľkosti rovnajú: $\gamma = 180°-2\beta$ a po dosadení za β dostaneme $\gamma = 180° - 2.3\gamma$, z čoho je zrejmé, že $\gamma = 180°/7$. Z rovníc, ktoré sme už aj skôr dosádzali nám nakoniec vyjde, že $\beta = 3.180°/7 = 540°/7$ a $\alpha = 2.180°/7 = 360°/7$. Na záver si nesmiete zabudnúť skontrolovať, či uhol E je naozaj priamy a či nejaký z uhlov na obrázku vám nevyšiel záporný alebo príliš veľký – v tom prípade by úloha nemala riešenie.

Bodovanie: Za konštatovanie rovnosti uhlov v rovnoramennom trojuholníku som udelila 0,5 bodu, obdobne za uhly v rovnobežníku 0,5 bodu. Ak niekto na základe týchto konštatovaní zostavil nejaké rozumné rovnice, ktoré sa potom snažil upravovať, dostal ďalšie 2 body. Správny výsledok bol za 2 body. Výsledky podľa možnosti nezaokrúhľujte! Táto úloha sa nedala riešiť rysovaním, lebo je to len metóda skúšania a nezaručuje vám, že výsledok vôbec nájdete (ako sa mnohým stalo), že nájdete všetky riešenia a že tie riešenia budú presné. Kto však zvolil tento postup a dostatočne sa priblížil správnemu výsledku, dostal 2 body.

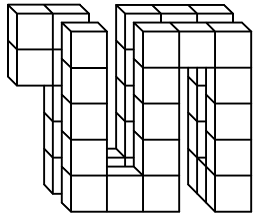
Príklad S4 Stroboskop *opravoval Peter Mitec Miťko*

Všetci ste hravo zistili, že ak má kváder rozmery 6 dm . 5 dm . 4 dm a skladá sa zo 120 kociek, tak každá kocka musí mať veľkosť hrany 1 dm. Povrch celého kvádra tak bude rovný 148 dm^2 ($P = 2.(6.5 + 6.4 + 5.4)$). V zadaní sa písalo, že kocky sa mohli len odoberať a nie znovu priliepať, na čo niektorí z vás zabudli. Ďalšou podmienkou bolo, aby sa nový útvar dal zavesiť. To znamená, že každá kocka musela mať aspoň jednu stenu zlepenú, s niektorou z ostatných kociek. To boli podmienky a teraz samotné riešenie: keďže chcem použiť, čo najmenej kociek, vhodné by bolo, aby kocky boli spájané čo najmenej plôškami. Ak by som kocky mal poukladané do jedného dlhého radu (ako na obrázku 1), všetky kocky by mali na spojenie použité 2 plôšky a videli by sme z nich teda 4, pravda okrem 2-och kociek na koncoch. Tie by boli pripojené iba 1 plôškou a viditeľných by mali 5 stien. Aby mal takýto útvar povrch 148 dm^2 potreboval by som použiť 37 kociek. Ak by ste si to však prepočítali, zistili by ste, že 37 kociek v rade za sebou ma povrch veľkosti 150 dm^2, čiže by som potreboval 2 zrkadlá navyše.

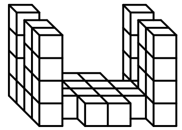
Ďalším problémom je, že z pôvodného kvádra neviem utvoriť rad 37 kociek bez toho, aby som niektoré kocky znovu priliepal. Oba problémy sa dajú ale vyriešiť tak, že ten dlhý rad poohýbam do takého „pokrúteného hada“ (jeden z nich je na obrázku 2). Tých 2-och prebytočných stien sa dalo zbaviť tak, že jedna kocka bola umiestnená do jedného z ohybov, ale nie hocijako. Musela byť prilepená práve 2-mi stenami. Prečo? To podľa mňa zistíte veľmi rýchlo...;) Toto pravda nie je jediný spôsob riešenia. Je ich veľmi veľa, ale vždy môžete dať preč najviac 83 kociek tak, aby ste použili všetky zrkadlá.



obrázok 1



obrázok 2



obrázok 3

Bodovanie: Za postup som dával od 0,9 do 1,4 bodu, ak ste vo vašom postupe museli kocky znovu priliepať, tak som stŕhal 0,5 bodu, ak ste uvažovali, že kocky môžu byť spojené len hranou, dával som dole 0,3 b. Ak ste zistili, že je možné odstrániť 0 až 9 kociek, dostali ste 0,4 b, ak 10 až 19 kociek, tak to je za 0,8 b, ak 20 až 29 kociek, tak to je za 1,2 b ... až 80 – 83 kociek je za 3,6 bodu.

Príklad S5: Zmenu hesla *opravoval Martin Malic Handlovič*

Na prvý pohľad sa zdal príklad ťažký, i keď nebolo tak ťažké uhádnuť riešenie. Horšie bolo ukázať, že riešenie je skutočne iba jedno. Stačí si uvedomiť, že súčet cifier hľadaného čísla je 10, to si overte sami. Ukážeme si spoľahlivý spôsob ako prejsť všetky možnosti a na žiadnu nezabudnúť. Zamerajme sa na poslednú cifru, označujúcu počet núl. Zistime, aká cifra môže byť na tomto mieste.

0: Nula to jasne byť nemôže, lebo by už v čísle týmto pádom bola jedna nula.

9: Na zvyšných miestach by museli byť samé nuly, ale aj na predposlednom mieste by musela byť cifra 1, čo ale naraz nepôjde.

8: Podobne ako u 9, by musela byť predpredposledná cifra 1, ale potom by musela byť aj prvá cifra 1, resp. 2, čo aj tak nejde.

7: Opäť to isté, číslo by muselo mať na začiatku 21... a na konci 1007, ale tam sa potom 7 núl nezmestí.

6: Tu dostávame jediné riešenie 2100010006, ľahko si overíte, že je to jediné možné.

5: Teda by sa museli aspoň raz objaviť tri z čísel 1,2,3,4,6,7,8,9. Minimálny súčet troch čísel je 6, čo s 5 je dohromady 11, čo je viac ako 10, teda sa to nedá.

4 – 1: Pre menší počet núl by to bolo to isté ako pre 5, čo sa sami presvedčíte, že to nejde. Teda jediné riešenie je 2100010006 a Šimon si heslo nezmení.