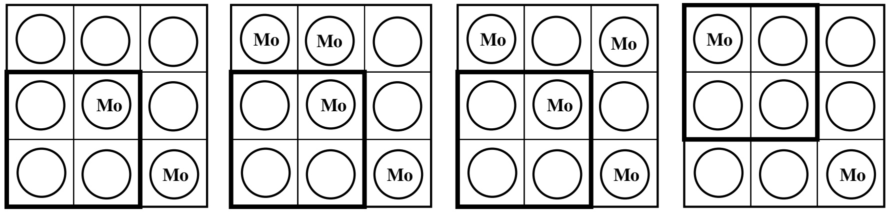


Bodovanie: 5 b. za úplné zdôvodnené riešenie, 2 body za správnu odpoveď na obe otázky bez zdôvodnenia, za čiastočné zdôvodnenie od 0 do 2 bodov, za chybné úvahy –0,5 až –1 bod.

Príklad S6: *opravoval Peter Comp Ambrož*

Poďme sa pozrieť, ako malo vyzerať 5-bodové riešenie. Rok vzklíčenia dubu môžeme považovať za celé číslo (Tak ako všetky roky narodenia). Po vynásobení desiatimi dostaneme číslo končiace nulou. Dub si mal myslieť jednociferné číslo a vynásobiť ho 9. 9-násoboky čísel od 0 po 9 končia vždy inou číslicou (0,9,8,7,6,5,4,3,2,1). Keď od čísla končiaceho nulou odrátame niektorý z možných 9-násobkov, výsledok bude končiť nejakou číslicou, opäť vždy inou (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Napr. 1270-63=1207. Keď vieme, že pôvodné číslo končilo nulou, ľahko vieme zistiť 9-násobok, ktorý treba naspäť pripočítať, a nakoniec číslo vydeliť 10. Dostaneme rok vzklíčenia, ktorý odrátame od aktuálneho roku ktorý je v Pikolande. Tým získame vek dubu. Problém je v tom, že dub si mohol ako jednociferné číslo myslieť aj záporné číslo. V takom prípade prichádzajú do úvahy dve riešenia, ktoré sa líšia o 9 rokov. Alenka teda mohla vypočítať vek dubu len s presnosťou +/- 9 rokov. Presný vek by zistila len vtedy, ak by výsledné číslo končilo nulou. Vtedy jednociferné číslo, ktoré si dub myslel bola 0.

Bodovanie: 5 bodov za takýto postup ☺. Veľa z vás nerátalo s tým, že môže byť aj záporné 1-cif. číslo. Ak ste teda nerátali aj s týmito možnosťami, strhával som 0,2b. Ak chýbala časť postupu, 1,5 b dolu, väčšie chyby 2 b dolu. Za postupy ktoré fungovali len náhodou na konkrétnych prípadoch, dokopy 1,5 až 2 body. Nefunkčné riešenia 0 bodov. Za drobné chybičky 0,3-1 b dolu.

Vzorové riešenia 1. série letnej časti kategórie 7-9

Príklad S1: *opravoval Peter Mitec Miťko*

Ako prvé bolo potrebné zistiť, prečo chyba bola v **skóre 8.A** a nikde inde nemohla byť: medzi stĺpcami hry, výhry, remízy a prehry platí, že hry = výhry + remízy + prehry a zároveň počet všetkých hier musí byť deliteľný 2, pretože 1 zápas hrajú 2 mužstvá. Tiež platí, že počet všetkých výhier a prehier sa rovná a celkový počet remíz musí byť tiež deliteľný 2 (remízu musia uhrať 2 tímy). V tabuľke sú všetky tieto predpoklady splnené, čiže Rásip mohol zmeniť iba skóre niektorej triedy. Zjavne to nesedí vo 8.A, pretože pri 1 výhre a 1 remíze musí byť „dali“ nutne aspoň o 1 väčšie ako „dostali“, čo skóre 1:1 popiera a keďže Rásip vždy sfalšoval len 1 číslicu, musel pozmeniť buď počet gólov, ktoré dali alebo tie, ktoré dostali. Pre celkové skóre „dali“ a „dostali“ platí, že sa rovnajú (ak niekto gól dá, niekto ho musí aj inkasovať). Spočítajme si teda všetky góly zo stĺpca „dali“ a „dostali“: 4+1+3+3+0=11 (dali), 1+1+3+5+2=12 (dostali). Na dosiahnutie rovnosti musím 8.A 1 gól ubrať – skóre potom bude 1:0 (1:0, 0:0), alebo pridať, čiže výsledné skóre bude 2:1 (1:0, 1:1). Zostáva už len dokázať, či platia obe a ak nie, tak potom ktoré z nich. Viem, že 8.B len remizovala a to 2-krát, čiže raz s 8.A a druhý krát s 9.A (nikto iný okrem nich už neremizoval). Teraz si zoberiem tú možnosť, keď skóre 8.A bolo 1:0 a teda remizovala 0:0 (ak táto možnosť nebude platiť, nutne musí platiť tá druhá). Skóre 8.B je 3:3 a keď remizovala s 8.A 0:0, s 9.A musela remizovať 3:3, potom ale musela 9.A zvyšné 2 hry prehrať 2-krát 0:1. Jednu teda s 8.A a druhú s 9.B. 9.B, však tým pádom musela vyhrať nad 7.A 3:1, čo je konečne spor zo zadaním!☺ Pôvodné skóre 8.A bolo teda **2:1.**

Komentár: Postupov bolo viacej a dali sa všelijako kombinovať. Napríklad vôbec nebolo potrebné uvažovať, že všetky „dali“ a „dostali“ sa musia rovnať, ale jednoducho zostaviť priebehy zápasov. Potom si však bolo potrebné uvedomiť a hlavne napísať niektoré podmienky, aby váš postup bol úplne správny.

Bodovanie: Za zistenie, že chyba bola v skóre 8.A 1b. Za určenie ako sa skóre muselo zmeniť bolo od 0,5 do 2bodov a za postup pri riešení som tiež dával 0,5 až 2 body.

Príklad S2: *opravoval Martin Malic Handlovič*:

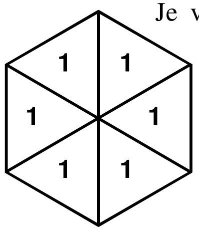
Príklad sa dal vyriešiť dvoma spôsobmi:

1. spôsob: Keďže má číslo mať ciferný súčet 48 a už máme 4 a 8 na konci, takže ešte chýba ciferný súčet 36. Najmenšie také číslo je 999948, ale to nie je deliteľné 48. No a teda to hľadané číslo bude aspoň 7-ciferné. Skúšajme čísla začínajúce na 1. Tie sú len štyri: 1999848, 1998948, 1989948 a 1899948. No ani jedno nesedí. Tak skúsime tie čo začínajú na 2 (budeme kombinovať pätice 2,9,9,9,7 a 2,9,9,8,8): 2799948, 2889948, 2898948, 2979948, 2988948, 2989848, a ani 2997948 nesedia. No ďalšie číslo je 2998848 a to sedí a je skutočne najmenšie, lebo sme skúšali od najmenšieho a je prvé čo sedí.

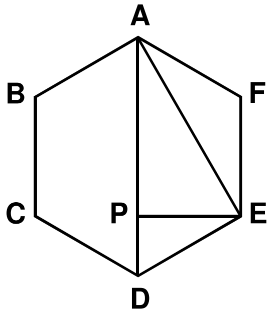
2.spôsob: Keďže číslo má byť deliteľné 48, teda nutne musí byť deliteľné 3 a zároveň 16. No deliteľné 3 bude určite, lebo ciferný súčet je deliteľný 3. No a ešte 16: Číslo je deliteľné 16 práve vtedy, keď je posledné štvorčíslie deliteľné 16 (zamyslite sa nad tým!). Teda hľadáme posledné štvorčíslie deliteľné 16, aby jeho ciferný súčet bol čo najväčší, a tým pádom celé číslo čo najmenšie. Ľahko si aj sami overíte, že to je 8848. No a hravo už doplníme prvé tri cifry a máme výsledné hľadané zaklínadlo 2998848. Z postupu vyplýva, že je skutočne najmenšie.

Bodovanie: Za výsledok bolo 0,5 bodu, za postup ďalšie 2 body, za zdôvodnenia 2 body a za overenie výsledku zvyšného 0,5 bodu. Body sa najčastejšie strácali na úvahe, že predposledné dvojčíslie musí byť čo najväčšie, teda 96. Lenže potom ste dostali číslo 3999648, čo je viac ako 2998848.

Príklad S3: *opravovala Andrea Andyna Baranovičová*

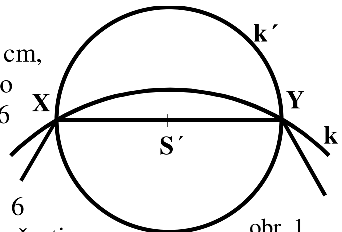


Je viac možností riešenia tohto príkladu. Jedným z najjednoduchších je toto: Nakreslíme si alebo si narysujeme ľubovoľný pravidelný 6 – uholník. Ten si rozdelíme na 6 zhodných trojuholníčkov ako na prvom obrázku. Každý nech má obsah 1. Potrebujeme teda zmeniť týchto 6 častí na 4 časti po 1,5. Je jasné, že bod delenia X sa teda musí posunúť smerom k jednému z vrcholov (je to jedno ku ktorému). No a teraz ešte vypočítame, ako veľmi sa posunie bod delenia. Na druhom obrázku máme pravouhlý trojuholník ADE a ešte jeho výšku s pätou P. Z podobnosti trojuholníkov APE a EPD (podľa vety uu) vieme, že pomer │AP│ ku │PE│ je rovnaký ako │EP│ ku │PD│. Teda ak si označíme │PD│ = *z*, tak potom │AP│= ***3z***. A keďže poznáme │AE│ (42m) a │EP│ (21m, lebo je to polovica zo 42m), tak už vieme (z podobnosti trojuholníkov) zapísať ***3z : 21 = 21 : z*** Teda ***z . z*** = 147, odtiaľ ***z*** = 7√3 čo je približne 12m. A keďže vzdialenosť od stredu je tiež rovná ***z***, tak bod delenia X sa musel posunúť v smere k jednému z vrcholov o vzdialenosť približne 12m.



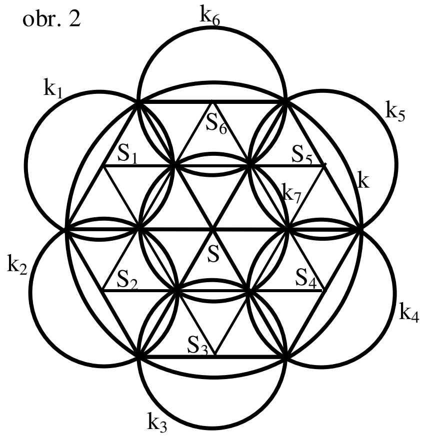
Bodovanie: 1b za správny výsledok bez postupu riešenia, obrázku a ničoho, podľa čoho by som prišla na to, ako ste na to prišli. Ďalšia 0,5 – 4b za postup, výpočet a zdôvodnenie riešenia. (1,5b za riešenie kde 6 – uholník rozdelíte dvoma ma seba kolmými priamkami.)

Príklad S4: *opravoval Maťko MH Hriňák*:



obr. 1

Uvažujme kruh ***K*** s hraničnou kružnicou ***k*** s polomerom 16 cm, stredom S a vpíšme doňho pravidelný šesťuholník. Jeho strana bude mať dĺžku 16 cm. Tento je tvorený 6 rovnostrannými trojuholníkmi s dĺžkou strany 16. Tieto si ešte rozdeľme na rovnostranné trojuholníky strednými priečkami (viď obr. 2). Kružnica ***k*** sa nám rozdelí na 6 rovnakých častí. Jeden malý kruh pokryje maximálne jednu šestinu kružnice ***k***. To si všimneme veľmi ľahko, lebo dĺžka oblúka kružnice ***k***, ktorý pokryjeme, závisí od dĺžky tetivy, ktorú vytne kružnica ***k*** na malej kružnici – teda od vzdialenosti |XY| na obrázku 1. Táto vzdialenosť je maximálna práve vtedy, keď |XY| je priemerom kružnice ***k´***. Ukážeme, že nám stačí 7 kruhov s polomerom 8 cm na pokrytie celého kruhu ***K***. Máme dve možnosti: pokryjeme obvod kružnice ***k*** aspoň siedmymi kružnicami alebo ho pokryjeme práve šiestimi kruhmi ***k₁ ..., k₆*** tak, ako je na druhom obrázku (nemôže to

obr. 2


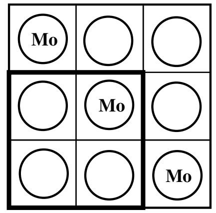
vyzerať inak, lebo priemer kruhov ***k_1 ..., k_6*** je 16, a teda tieto ich priemery musia tvoriť strany pravidelného šesťuholníka vpísaného do ***K***). V prvom prípade máme minimálne 7 kruhov. V druhom prípade sme ich síce použili len 6, avšak napríklad bod *S* nie je pokrytý žiadnym z kruhov ***k_1 ..., k_6***. Preto potrebujeme ešte siedmy kruh ***k_7*** (S_7=S). To, že 7 kruhov stačí, vidíme z nášho obrázka, lebo každý z kruhov ***k_1 ..., k_6*** pokrýva tri trojuholníky a jeden kruhový odsek, kruh ***k_7*** pokrýva 6 trojuholníkov v strede, a teda každý bod kruhu ***K*** je pokrytý niektorým z kruhov ***k_1 ..., k_7***.

Komentár a bodovanie: Za riešenie, že kruhy musia byť aspoň 4, ste mohli získať 0,5 bodu, lebo rovnosť obsahov ešte nezaručuje, že daný útvar vieme požadovaným spôsobom pokryť. Ak ste nedokázali, že sa napr. kružnice k_1, k_2, k_7 budú pretínať v jednom bode, stratili ste 0,5 bodu. Ak ste nedokázali, že menej ako 7 kruhov nepokryje celý kruh, strácali ste 1 bod. Za riešenia, ktoré našli pokrytie 8 kruhmi, bolo udelených 1,1 bodu a za 9 kruhov 0,8. Ak ste našli pokrytie viacerými kruhmi, tak ste mohli získať 0,2 bodu. Častou chybou bolo to, že ste umiestňovali stredy kruhov, ktorými ste pokrývali obvod kruhu ***K***, na kružnicu, ktorá mala stred v strede kruhu ***K*** a polomer 12 cm. Tým nedosiahnete úplné pokrytie kružnice ***k*** – to môžete ľahko vidieť z tohto riešenia.

Príklad S5: *opravoval Martin Vagi/Nevagi Vagaský*

Hra sa nedá dohrať ani z počiatočného rozloženia ani z takého, v ktorom jeden krúžok otočíme. Prečo?

Každým ťahom zmeníme farby buď v celom riadku alebo celom stĺpci. Naviac ak chceme zmeniť farbu nejakého krúžku, musíme otočiť jeho riadok alebo stĺpec. Pozrime sa, čo sa deje pri každom ťahu v ľubovoľnej časti hracej dosky s rozmermi 2x2: Vždy sa zmení farba dvoch krúžkov.



1. Ak boli oba modré, budú červené, (ubudnú 2 modré)
2. ak boli oba červené, budú modré a (pribudnú 2 modré)
3. ak bol jeden modrý a jeden červený, opäť bude jeden modrý a jeden červený. (počet modrých sa nezmení)

Ak v takomto štvorci boli na začiatku 3 modré krúžky alebo 1 modrý krúžok, po každom ťahu budú v tomto štvorci opäť len 3 alebo 1 modrý krúžok. Preto nikdy nebudú všetky krúžky červené. Teraz ešte musíme zistiť, či v každom začiatočnom rozložení je taký štvorec 2x2, v ktorom sú 3 alebo 1 modrý krúžok. Ako vidno na obrázkoch, v každom počiatočnom rozložení sa takýto štvorec nachádza. Preto zo žiadneho z nich nemôžeme dostať všetky krúžky červené. (Ak na začiatku otočíme jeden krúžok, dostaneme jednu zo 4 pozícií na nasledujúcom obrázku – alebo jej zrkadlový alebo otočený obraz)