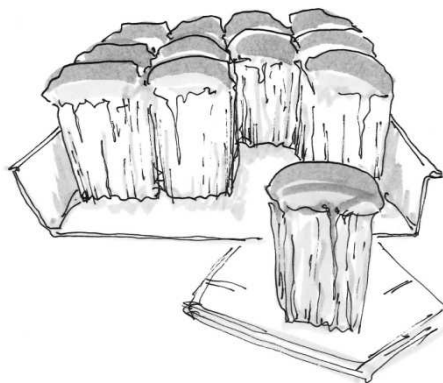


Zadania 3. série letnej časti, kategória 7-9

Slečna Soyersová a pán Conan sa pohodlne usadili v miestnosti za obchodíkom a jeho nový sluha im priniesol čaj a veľký podnos s buchtami. Elisabeth popíjala čaj, odhryzla si z buchty a premýšľala, ako to celé pánovi Conanovi najlepšie vyložiť.

Úloha S1: Buchty

Rovnako veľké štvorcové buchty sú na tácke usporiadané do štvorca a od upečenia sú ešte pekne pospájané – držia pokope akoby zlepené. Elisabeth sa zahľadela na celý štvorec, z ktorého vybrala jednu buchtu. **Uvažovala, či by sa zvyšné buchty dali preusporiadať do jedného veľkého obdĺžnika (širšieho ako jeden rad). Podarí sa jej to pri ľubovoľne veľkom štvorci? Ak áno, koľko najmenej rezov (priamok) musí spraviť do buchtovej hmoty, aby obdĺžnik vytvorila?**



Úlohu rieš pre prípady, kedy slečna Elisabeth vybrala:

- ktorúkoľvek rohovú buchtu
- ktorúkoľvek krajnú buchtu
- ktorúkoľvek buchtu.

„Dobre teda, poviem vám, ako som na to celé prišla,“ začala konečne slečna Soyersová. „Sluhu radšej pošlite preč, nechcela by som, aby z toho bola nejaká aféra,“ dodala potichu. Pán Conan to zariadil a opäť si sadol do kresla oproti slečne Elisabeth. A slečna spustila.

„Najprv, keď ste mi telefonovali a keď ste ma navštívili, naozaj som si myslela, že to bol váš sluha, ktorý všetko vzal. No už vtedy ma zarazili hneď dve veci. Jednak to, že ste sa báli odpočúvania a ďalej to, že zmiznutie vášho sluhu ste považovali za natoľko nepodstatné, že ste sa o ňom zmienili až neskôr v priebehu rozprávania. Keby ste svojho sluhu skutočne upodozrievali, boli by ste týmto začali.

To všetko by sa ale ešte stále dalo prisúdiť vašemu rozrušeniu. Moje podozrenie sa potvrdilo až po tom, ako som vás navštívila. U vás doma nesedelo niekoľko vecí. Prvou bol trezor. Keď je na ňom napísané 'Autoclose', tak sa asi zatvára sám, všakže? Ako je potom možné, že ostal otvorený celú noc?" Pánovi Conanovi sa roztriasli ruky, až drgol do stolíka, z ktorého spadlo niekoľko kameňkov. „To si nevšímajte,“ povedal pán Conan, zbierajúc kameňky, „iba som hral so sluhom takú hru. Pokračujte, prosím.“

Úloha S2: Kameňky

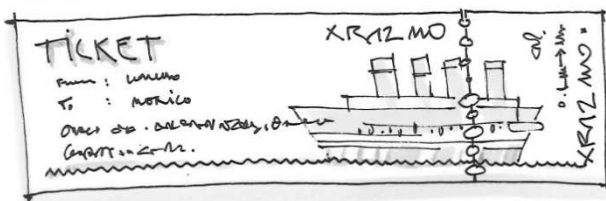
Na začiatku je na kôpke 56 kameňkov a sluha s pánom Conanom sa striedajú v ťahoch. V prvom ťahu sluha môže z kôpky odobrať ľubovoľný počet kameňkov, ale nie všetky. V každom ďalšom ťahu môže daný hráč z kôpky odobrať iba taký počet kameňkov, ktorý je deliteľom predošlého vzatého počtu. Napríklad keď sluha odoberie 15 kameňkov, v ďalšom ťahu pán Conan môže odobrať iba 1, 3, 5 alebo 15 kameňkov. Vyhráva ten, kto vezme posledný kameňok. **Kto má vyhrávajúcu stratégiu a akú?**

Poznámka: delitele prirodzených čísel sa delia na takzvané *triviálne* a *vlastné*. Triviálnymi deliteľmi každého prirodzeného čísla sú 1 a dané číslo – hovorí sa im triviálne, pretože sú samozrejmé, netreba ich nijako zisťovať. Všetky ostatné delitele sa nazývajú vlastné. Napríklad číslo 12 má triviálne delitele 1 a 12; vlastné delitele 2, 3, 4 a 6. Pri riešení tejto úlohy treba brať do úvahy aj triviálne, aj vlastné delitele!

“Keď som sa na trezor pozrela zblízka,“ pokračovala slečna Soyersová,“ zistila som, že v pántoch chýbajú pružinky, ktoré mali dvierka zatvoriť. A tak som rozbila svoju lupu, aby som si mohla prezrieť váš smetný kôš, do ktorého ste pružinky neprezieravo vyhodili. Tým ste sa usvedčili. Zatiaľ som však vedela iba to, ako to celé prebehlo, nevedela som prečo a chýbali mi tiež detaily o vašom sluhovi. Preto som sa opýtala predavačky naproti, ktorá mi povedala, že váš sluha odišiel pred niekoľkými dňami s veľkým kufrom. Vy ste mu pravdepodobne zaplatili lístok do Mexika, aby bol v bezpečí. Hádam ste mu tiež dali nejaké pozemky v Mexiku, aby tam mohol začať úplne nový život. A to len preto, aby ste mohli naňho zvaliť vinu a tým sa stať slávnym. Nepodarilo sa vám nič významné vynájsť, tak ste si slávu chceli zabezpečiť inak.“

Pán Conan sedel v kresle, bledý ako stena. „Áno,“

šepol, „usvedčili ste ma. Ale čo teraz so mnou bude? Namiesto slávy budem mať hanbu. A ja som sa tak snažil nikomu neublížiť!“ „Som ochotná vám pomôcť, veď každý niekedy šliapne vedľa,“ odvetila slečna Soyersová. „Následky bývajú rôzne – napríklad nedávno v jednom obchode...“



Úloha S3: Omyl

Predavačka v obchode mala vynásobiť dve desatinné čísla. Desatinné čiarky si však poplietla s bodkami – symbolom pre násobenie – a tak namiesto dvoch desatinných vynásobila štyri prirodzené čísla. Tie vynásobila bez chyby a vyšlo jej 324. Správny výsledok však mal byť 23,37. **Aké boli pôvodné dve desatinné čísla?**

„Ponúkam vám, že o tomto nikomu nepoviem, no vy mi za to musíte prisľúbiť dve veci,“ povedala rozhodne Elisabeth. „Po prvé, nejako zariadite, aby bol váš sluhá prehlásený za nevinného. Ako, to je na vás. Po druhé, začnete sa živiť niečím, čo je istejšie ako pochybné vynálezenie. Skúste napríklad byť spisovateľom, fantázia vám rozhodne nechýba.“ „Áno, áno, ďakujem vám,“ koktal pán Conan s mnohými poklonami vypravdal slečnu Soyersovú k dverám.

No Elisabeth neprešla od jeho domu ani tucet krokov a už musela opäť pomáhať svojim logickým myslením.

Úloha S4: Peňaženka

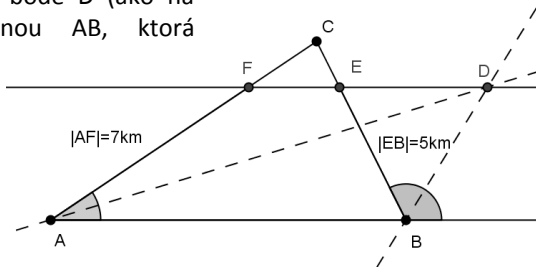
Chamtivci Hercule, Ellery, Peter a Perry našli peňaženku a dohadovali sa, ako si rozdelia peniaze v nej. Najchamtivejší Perry si chcel nechať $\frac{1}{3}$ obsahu, Hercule povedal, že on chce spravodlivý podiel, teda $\frac{1}{4}$. Ellery na to, že by mu stačila pokojne aj $\frac{1}{5}$ a najskromnejší Peter by sa uspokojil aj s $\frac{1}{6}$ nájdených peňazí. V peňaženke bolo 10 mincí, pričom jedna z nich bola 2 penny, ostatné mali hodnoty 1, 5 alebo 10 penny. Chlapci však zistili, že týchto 10 mincí si nedokážu rozdeliť podľa svojich predstáv. Slečna Elisabeth, ktorá šla okolo, sa ponúkla, že im pomôže a chlapci jej na oplátku ponúkli peňaženku. Elisabeth najprv vhodila do peňaženky 1 svoje penny, a potom každému chlapcovi prisúdila jeho podiel – Perrymu $\frac{1}{3}$, Herculovi $\frac{1}{4}$, Ellerymu $\frac{1}{5}$ a Petrovi $\frac{1}{6}$ obsahu peňaženky. Nakoniec si svoje 1 penny zobrala z peňaženky naspäť, poďakovala chlapcom a odišla. Keď zmizla za rohom, chlapci začali dumať, prečo im vlastne ďakovala. Po chvíli si uvedomili, že slečna Elisabeth odišla s peňaženkou, v ktorej ešte bola jedna minca. **Koľko mincí jednotlivých hodnôt bolo v peňaženke, keď ju chlapci našli?**



Čosi také bolo po tomto vyriešenom prípade pre slečnu Elisabeth skutočnou čerešničkou na torte. O chvíľu si zastavila drožku a vychutnávala si jazdu ulicami Londýna. No pretože bola zvedavá, čoskoro v drožke pod sedadlom našla zabudnuté noviny Times. A neboli to len tak nejaké Timesy, boli to Timesy, v ktorých boli zverejnené nákresy novej Londýnskej kanalizácie. A tvorili veľmi zaujímavý útvar.

Úloha S5: Kanalizácia

Kanalizácia tvorí trojuholník ABC. Os vnútorného uhla pri vrchole A a os vonkajšieho uhla pri vrchole B sa pretínajú v bode D (ako na obrázku). Rovnobežka so stranou AB, ktorá prechádza bodom D, nám pretína stranu BC v bode E a stranu AC v bode F. Tam budú stáť hlavné čerpadlá. Vieme, že $EB = 5\text{ km}$ a $FA = 7\text{ km}$. Ako ďaleko od seba budú čerpadlá E a F?



Za pár minút už slečnu Soyersovú privítal jej vykúrený byt a ona si mohla znova sadnúť do svojej útulnej pohovky so šálkou čaju a zbierkou básní starého írskeho autora. Avšak iba na chvíľu, pretože onedlho opäť zazvonil telefón. „Haló, tu Soyersová, ako vám môžem pomôcť...“

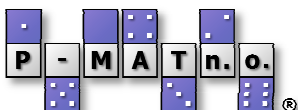
A týmto sa príbeh končí, ale nezúfa 😊 S niektorými z vás sa stretneme na Kockáči už onedlho. Tých z vás, ktorí sa dobre umiestna, potešíme po tejto sérii pozvánkami na super sústredenie, ktoré sa uskutoční 28. júna – 7. júla v Lome nad Rimavicou, kde ako vždy zažijete kopu hier, zábavy a matematiky. Tak riešte, aby ste sa dostali 😊

Svoje riešenia uploadni na www.pikommat.sk, alebo pošli poštou (adresa je na prvej strane) najneskôr 30. apríla 2012 (rozhoduje dátum na pečiatke pošty, resp. čas servera).

Tešíme sa na Tvoje riešenia! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás e-mailom na adresu pikommat@p-mat.sk. RIEŠENIA NÁM E-MAILOM NEPOSIELAJ!

Zopár rád na záver

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Ak skúšaš viac možností, nezabudni skúsiť všetky – príklad môže mať viac riešení.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmýšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez Internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



organizátor korešpondenčného
seminára Pikommat



AGENTÚRA
NA PODPORU
VÝSKUMU A VÝVOJA

Pikommat je podporovaný Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. LPP-0375-09.