

PIKOMAT

16. ročník šk. rok 1998/99

Zadania 2. série letnej časti

Náš panák z križovatky (ako si iste spomínate) sa prechádzal po meste a zisťoval, aký je svet ľudí zložitý. Práve v tejto chvíli stojí pri plote a pozerá do mestskej záhrady, kde sa záhradník práve chystá zasiať kvety na tri záhony. Pozrime sa teda, ako to dopadlo.

Príklad 1: (♥ 5, 6)

Záhony v mestskej záhrade boli nerovnako veľké, a tak chcel záhradník rozdeliť semená na tri diely. Najprv rozdelil semená v pomere 7 : 6 : 5. Potom si to rozmyslel a semená prerozdělil na pomer 6 : 5 : 4. Na jednom zo záhonov malo pôvodne byť o 120 semien viac. Koľkými semenami záhradník obsial každý zo záhonov?

Panák sa prikmotril k záhradníkovi a nakukol mu do tašky. Okrem iných vecí tam našiel aj semienko popínavej ruže, ktoré si zobral so sebou, aby si skrášil semafor. Potom si všimol, že záhradník sa chystá polievať práve zasiaté semienka. Mal so sebou vodu a vo fľaške hnojivový roztok. Vedel, že ak do roztoku prileje jeden liter vody, roztok bude mať 25 % koncentráciu. Ak by však do roztoku prilial liter hnojiva, koncentrácia by bola 37,5 %.

Príklad 2: (♥ 5, 6, 7, 8, 9)

Aká bola pôvodná koncentrácia hnojivového roztoku?

Panák sa vybral ďalej na prechádzku po záhrade. Uvidel tam bazénik tvaru kruhu, vo vnútri tohto kruhu boli tri menšie kruhy, z ktorých striekala voda. Malé kruhy boli od seba rovnako vzdialené a celá fontánka vyzerala utešene (ako na obrázku) a jagala sa v letnom slnku.

Príklad 3: (♥ 5, 6, 7, 8, 9)

Vyjadrite vzdialenosti stredov malých kruhov d len pomocou ich polomerov r a polomeru bazénika R .

Panák odolal pokušeniu okúpať sa vo fontáne a prebehol cez trávnik k trom chlapcom, Jankovi, Jožkovi a Ferkovi, ktorí sa hrali s kamienkami. Každý z nich mal kôpku kamienkov. Zrazu jeden z chlapcov zo svojej kôpky preložil na ostatné dve kôpky toľko kamienkov, aby sa počet kamienkov v nich zdvojnásobil. To isté potom urobili aj ostatní dvaja chlapci. Veľmi sa potom čudovali, že na každej kôpke je rovnaký počet kamienkov.

Príklad 4: (♥ 5, 6, 7, 8, 9)

Koľko kamienkov bolo pôvodne na jednotlivých kôpkach, ak dohromady je ich viac ako 150, ale menej ako 190?

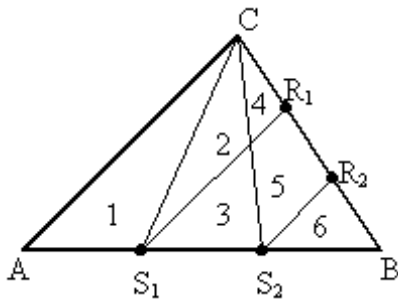
Keď sa chlapci dost' nahrali s kamienkami, rozhodli sa, že si kúpia čokoládu. Jožko nemal pri sebe peniaze, a tak sa Janko s Ferkom vybrali na nákupy bez neho. Po chvíli sa vrátili k Jožkovi – bez čokolády. Janko tvrdil, že do ceny čokolády mu chýbala koruna. Ferkovi zase chýbalo 9 korún. Hovorili, že ani keď dali peniaze dokopy, nestačili im na čokoládu.

Príklad 5: (♥ 5)

Mohli sa chlapci pomýliť pri sčítavaní, a teda mali dost' peňazí na čokoládu? Ak nemali dost' peňazí, koľko korún mohla stáť čokoláda? (cena nemusí byť v celých korunách)

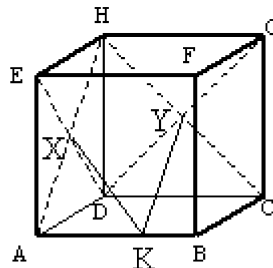
Nasledujúci človek, ktorého panák stretol, bolo dievčatko, ktoré z rôznych kúskov látky šilo obrus pre svoju bábiku. Obrus mal tvar trojuholníka, ale bol zošíty z rôznofarebných kúskov látky.

Príklad 6: (♥ 5, 6, 7, 8, 9)



Máme ľubovoľný trojuholník ABC. Body R_1 a R_2 delia stranu BC na tretiny, týmito bodmi vedieme úsečky rovnobežné so stranou AC. Body S_1 a S_2 , ktoré tak vzniknú na strane AB, spojíme s bodom C. Vyjadrite obsahy častí 1, 2, 3, 4, 5 a 6 v závislosti od obsahu trojuholníka ABC.

Panáč sa rozhodol, že už dosť dlho chodil len tak po parkoch a uliciach, pobral sa teda do centra mesta. Vo výklade predajne umeleckých diel uvidel drahé dielo od známeho slovenského tvorca umeleckých diel. Bola to drôtená kocka so stranou dĺžky 30 cm. V strede steny ADHE bol nejakým trikom umiestnený bod X, v strede steny DCGH bol bod Y. Na strane AB bol 10 cm od bodu B umiestnený bod K, ktorý bol zlatým drôtom spojený s bodmi X a Y.



Príklad 7: (♥ 5, 6, 7, 8)

Ktorá úsečka je kratšia, KX alebo KY?

Panáč sa vynadával dosýta na krásne dielo a potom sa obzeral, kam by mohol najbližšie nazrieť. Uvidel podozrivo vyzerajúceho chlapíka, ktorý ponúkal 100 korún tomu, kto správne zráta jeho úlohu.

Príklad 8: (♥ 5, 6)

Máme takúto reťaz čísel: $200 - 199 + 198 - 197 + \dots + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$. Kam treba umiestniť ľavú zátvorku, aby výsledok reťaze bol 73, a kam ju treba umiestniť, ak chceme mať výsledok 72?

Vtedy k podozrivo vyzerajúcemu chlapíkovi pristúpil ešte podozrivejšie vyzerajúci chlapík, ktorý sa chlapil tým, že úloha podozrivo vyzerajúceho chlapíka je ľahká, že ju vyráta každý a na dôkaz toho ju hneď aj vyráta. Potom sa začal chlapiť svojou úlohou, ktorú vraj len tak hocikto nevyráta a ponúkol 200 korún tomu, kto by to zvládol.

Príklad 9: (♥ 5, 6, 7)

Zistite, pre ktoré reálne čísla p platí nerovnosť p.a.b $\leq a^2 + b^2$, keď čísla a, b sú kladné.

Panáč so záujmom pozoroval, ako sa podozrivo vyzerajúci chlapík dlho snaží uhádnuť úlohu ešte podozrivejšie vyzerajúceho chlapíka. Keď sa mu to nakoniec podarilo, panáč bol už dosť unavený. Rozhodol sa teda, že zaskočí oddýchnuť si do miestnej školy. Podarilo sa mu priplichnúť sa do jednej triedy, a to práve na hodinu matematiky. Pohodne sa usadil na okenný parapet a počúval takúto zaujímavú úlohu.

Príklad 10: (♥ 5, 6, 7)

Znak \blacklozenge znamená takúto operáciu: $a \blacklozenge b = ab / (a + b)$. Nájdite všetky také x, že $(x \blacklozenge 2) \blacklozenge x = -6$.

Príklad 11: (♥ 8, 9)

Znak \blacklozenge znamená takúto operáciu: $a \blacklozenge b = a.b - 4a - 4b + 16$. Nájdite všetky x tak, aby $(3 \blacklozenge x) \blacklozenge (3 \blacklozenge x) = 0$.

Potom sa žiaci vrhli na geometriu, mali narysovať trojuholník so stranami 13, 14 a 15 cm. Malý Andrej bol však neporiadnik a nemal so sebou pravítko. Preto mu pani učiteľka úlohu sťažila. Narysovala mu úsečku o dĺžke 8 cm a požičala mu pravítko bez meradla. Aspoň že kružidlo mal Andrej vlastné, a tak sa mu podarilo trojuholník narysovať.

Príklad 12: (♥ 5)

Narysujte trojuholník so stranami 13, 14 a 15 cm len pomocou kružidla a pravítka bez meradla.

Panáč si v škole natoľko oddýchol, že sa potom s čerstvými silami mohol vydať na ďalšie skusy po svete ľudí.

- pokračovanie -

Riešenia príkladov 2. série nám pošlite najneskôr 22. marca 1999, (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu

PIKOMAT
P-MAT, n.o.
Hrušková 30

831 06 Bratislava

Riešenia poslané po tomto termíne nebudú opravené.

Keďže Vám vyhrážanie sa nestačí, musíme pristúpiť k opatreniam, ktoré pocítite:

Za každý príklad, ktorý nám pošlete po termíne Vám vo výsledkovej listine odpočítame za každý deň omeškania 0,5 bodu.

Pozor: v sobotu 6. marca je ďalšia pikosobota - stretneme sa ako vždy o 9.30 na Patrónke