

# PIKOMAT, 15. ročník šk. rok 1997/98

## Zadania 3. série zimnej časti

(pokračovanie)

Všetci nastúpili a vybrali sa do mesta.

Kamilko a Sandra boli v meste prvýkrát. Zvedavo sa obzerali a divili sa, ako je všetko husto zastavané. Bod Krúpik, s ktorým sa zoznámili na zastávke, sa ponúkol, že im všetko ukáže, ale najprv si musí niečo vybaviť. Keďže Kamilko a Sandra nechceli sami zablúdiť, rozhodli sa, že pôjdu s ním hneď teraz.

Krúpik zaviedol svojich nových priateľov pred jednu rozostavanú budovu. Jej základy majú tvar rovnostranného trojuholníka. Krúpik vysvetľoval:

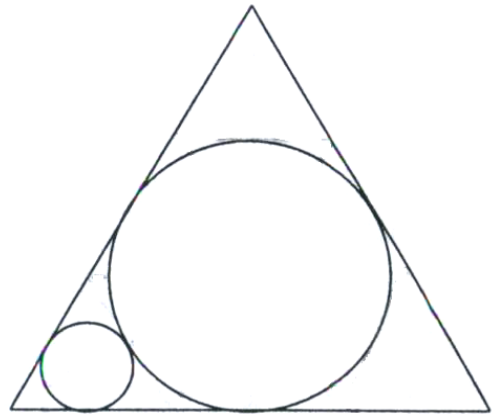
“V tejto budove majú byť dve kruhové miestnosti. Väčšia z nich má byť umiestnená tak, aby sa dotýkala každého z vonkajších múrov budovy. Menšia sa má dotýkať (zvonka) väčšej miestnosti a dvoch vonkajších múrov. Pozrite sa na plán, vyzerá to takto:

Menšia kruhová miestnosť má mať plochu  $6\pi$  suprapukimukov štvorcových. Ja potrebujem vedieť, koľko suprapukimukov štvorcových bude mať celá trojuholníková budova.”

“To nie je žiaden problém,” povedal Kamilko a pustil sa do počítania.

### 1. príklad

Vypočítajte aj vy obsah trojuholníka.



Krúpik bol veľmi spokojný, že sa jeho problém vyriešil tak ľahko. Teraz ostalo dosť času na to, aby svojim novým priateľom ukázal celé mesto.

Kamilko, Sandra a Krúpik sa vybrali po Hlavnej ceste. Ako tak idú, zrazu oproti nim skacká prirodzené číslo. Keby len to! Ono o sebe tvrdí, že súčin jeho deliteľov je 46 656 000 000.

### 2. príklad

Aké je to číslo?

Číslo preskackalo vedľa priateľov a zahlo do blízkeho domčeka.

“Zdá sa, že ide na návštevu,” povedal Krúpik.

“Ako vieš, že tam nebýva?” spýtal sa Kamilko. “Poznáš azda toto číslo?”

“Nie,” odvetil Krúpik.

“Tak potom vieš, kto v tom dome býva,” hádala ceruzka Sandra.

“Áno aj nie,” povedal Krúpik. “Viem len, že v tomto dome bývajú všetky nešťastné čísla.”

“Prečo sú nešťastné?” spýtali sa Kamilko a Sandra jedným dychom.

“Neviem. Možno preto, lebo sú to prvočísla  $p$ , pre ktoré platí, že čísla  $2p + 1$  sú treťou mocninou nejakých prirodzených čísel.

### 3. príklad

Ktoré čísla  $p$  bývajú v domčeku?

“Potom rozumiem, prečo sú nešťastné,” povedal Kamilko.

Hlavná cesta našich priateľov dovedla až na Hlavné námestie, tiež prezývané Kockatpľac. Z názvu je hneď jasné, že na tomto námestí sa usporiadávajú všetky dôležité súťaž medzi obyvateľmi mesta. Ba dokonca dvakrát sa tu konali

Majstrovstvá roviny v lámaní hláv a raz veľké Olympijské hry. Aj dnes sa tu konala veľká súťaž v pravouhlovani. Pravidlá pravouhlovania sú nasledovné:

Každý súťažiaci má na zemi nakreslený veľký obdĺžnik s celočíselnými dĺžkami strán  $m$ ,  $n$ , rozdelený na  $m \cdot n$  rovnakých štvorcikov. Súťažiaci musí povedať, koľko pravouholníkov je na obrázku nakreslených. Potom musí vyskočiť a rýchlo každý pravouholník obehnúť po jeho stranách. Hrá sa na kolá. Ten, kto nepovie správny počet pravouholníkov, vypadáva. Ostatní dostanú ďalší obdĺžnik. Vyhráva ten, kto vyradí všetkých súperov. (Ako ste si všimli, behanie sa do hodnotenia neráta. V pravidlách súťaže je len preto, lebo pohyb po čersvom vzduchu je zdravý a súťažiaci si potrebujú pretiahnuť kosti.)

Sandru súťaž zaujala. Rozhodla sa, že sa prihlási. Kamilko a Krúpik ostali ako diváci. Všetci netrpezlivo čakali na to, aký obdĺžnik súťažiacim nakreslia. A už je to tu! Nakreslili obdĺžnik so stranami 8 a 5. Súťažiaci počítali, potom hovorili výsledky a behali. Potom bolo vyhodnotenie kola. Sandra postúpila.

Nasledovali ďalšie kolá, v ktorých bola ceruzka opäť úspešná. Na záver ostalo už len päť súťažiacich, ktorí sa všetci statočne držali. Bolo jasné, že z nich nikto nevypadne, lebo všetci boli dobrí počtári. Lenže víťaz môže byť len jeden, nuž čo robiť? Kamilko dostal nápad a navrhol ho usporiadateľom súťaže. Tí súhlasili, a dali Kamilkovi slovo.

“Zdá sa, že v pravouhlovani sú títo piati súťažiaci rovnako dobrí,” hovoril Kamilko. “Keďže víťaz môže byť len jeden, rozhodli sme sa, že si zmerajú sily v kontrapravouhlovani. Pravidlá kontrapravouhlovania sú takéto:

Súťažiaci dostanú zadaný počet pravouholníkov, a oni musia zistiť, aký obdĺžnik rozdelený na štvorce má takýto počet pravouholníkov.”

A hneď zadal počet pravouholníkov pre súťažiacich: 210.

#### 4. príklad

Pravouhľujte obdĺžnik  $8 \times 5$ .

Kontrapravouhľujte číslo 210.

Hneď sa ukázalo, že Kamilkov nápad bol výborný, lebo túto úlohu zvládol len jeden súťažiaci: Sandra. Stala sa tak víťazkou celej súťaže a čakali ju ceny, sláva, nové súťaže a možno skvelá kariéra. Preto sa jej už nechcelo pokračovať v ceste s Kamilkom. Nuž sa rozlúčili, sľúbili si, že sa niekedy stretnú a Kamilko s Krúpikom sa pobrali ďalej.

Krúpik už spoznal Kamilka natoľko, že sa rozhodol zaviesť ho k miestu, o ktorom nikto nevedel povedať, čo sa tam deje. Veľa bodov sa tam vybralo, ale nevrátil sa ani jeden. Tak nazvali toto miesto Čierna Diera.

Čierna Diera sa nachádza kúsok za mestom. Nie je veľká, zmestí sa do nej akurát jeden stredne veľký bod. Je úplne čierna, ale okolo nej je silná zvláštna žiara. A je dobre strážená, aby sa v nej neustrácali ďalšie body. Dostať sa k nej môže len ten, kto je dosť múdry, aby uhádol heslo. Naposledy heslo uhádol jeden bod profesor, ale to bolo dosť dávno. A ten zmizol tiež v Čiernej Diere.

Tak sa Kamilko a Krúpik pobrali k Čiernej Diere. Prišli až k strážam. Tam museli uhádnuť heslo. Sú to všetky štvorciferné čísla, ktoré majú na mieste stoviek 0, na mieste jednotiek 5, a sú druhou mocninou prirodzeného čísla.

#### 5. príklad

Nájdite všetky také čísla.

Kamilko sa pustil do toho a po úmornej robote sa mu podarilo uhádnuť heslo. Tak sa mohol ísť pozrieť k Čiernej Diere. Krúpik s ním ísť nemohol, a ani nechcel. Upozorňoval Kamilka.

“Aj starý pán profesor uhádol heslo. Dokonca sa povára, že prišiel na to, čo to je tá Čierna Diera a kam všetci miznú. Lenže aj on sám zmizol. Asi sa mylil.”

“Čo keď zmizol dobrovoľne? Možno sa chcel ísť pozrieť, ako to vyzerá na druhej strane.”

“Vidím, že aj ty sa tam chceš ísť pozrieť. Musíme sa preto rozlúčiť,” povedal smutne Krúpik.

Rozlúčili sa a Krúpik sa pobral do mesta. Kamilko ostal sám.

Vykročil smerom k Čiernej Diere. Vyzerala úžasne. Napriek tomu Kamilka nachvíľu ovládol strach. Čo ak sa zmýlil aj on? Pri pohľade na Čiernu dieru ho totiž napadlo, čo to môže byť. Nevedel o tom veľa, ale z toho, čo počul o Čiernej Diere, nadobúdala istotu, že je na správnej stope. Prišiel na to aj profesor a sám sa rozhodol vyskúšať to.

Znova ho naplnili obavy. Čo ak sa zmýlil aj profesor? Ale nie. Je to zobrazenie z tejto roviny. Z tejto roviny – ale kam? Určite nie späť do tejto roviny, lebo všetci, čo vstúpili do Čiernej Diery, už v tejto rovine nie sú. Do nejakej inej roviny? Alebo to nie je rovina? Ako potom budem vyzeráť na druhej strane? A čo keď ma toto zobrazenie nemôže zobraziť? A môžem sa niekedy vrátiť späť? Čo keď nenájdem vhodné spätné zobrazenie?

S takýmito otázkami sa Kamilko trápil. Už sa skoro aj otočil a vrátil do mesta, ale nakoniec ho premožla zvedavosť. Koniec koncov, odvážnemu šťastie praje.

S týmito myšlienkami Kamilko vstúpil do Čiernej Diery.

**6. príklad (absolútne dobrovoľný)**

Čo uvidel Kamilko, keď vstúpil do Čiernej Diery?

Riešenia príkladov 3. série nám pošli najneskôr v pondelok, 15. decembra 1997 (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu

PIKOMAT  
P-MAT, n. o.  
Hrušková 30  
831 06 Bratislava

Riešenia poslané po tomto termíne nebudú opravené.

A aby ste vedeli aké rôzne návrhy mena bodu sme dostali, tu sú všetky:

Anastázia;	Apuka;	Bernadetta;
bod Marca Póla;	Bodbežko;	Bonzáčik;
Bubo;	Curiosus Clever - C;	Cyprián;
Diskriminant;	Drobček;	Ferko Mrkvička;
Fido Dido;	Filip;	Filipko;
Harald Thorin Sion Thorlod III. Železný Bod (skrátene Železný Bod);		
dlhovláska sedembodkovaná;		ing. Múdry FalKO csc;
Junior;	Kačifuz;	Kalkulátor;
Kamilko;	Koloman;	Labčibúdka;
lienka Anulienka;	Matematik;	Maťo;
N;	Nevedko;	P;
Pikáč;	Piko;	Pikomat;
Pikomatúšik;	Popleťma;	Puntík;
Punťo;	Pútnik;	Pytagorík;
Pytagorko;	◇;	Slizáčik;
smrtinôžka;	Super Caw;	Špiko-Matko;
Ťahák;	Ty Brďo;	Vagi;
Vševed;	Vševedko;	Walker;
X;	Z;	Zdrhnôžka;
Zvedavec;	Zvedavec Metamatický;	Zweistain;