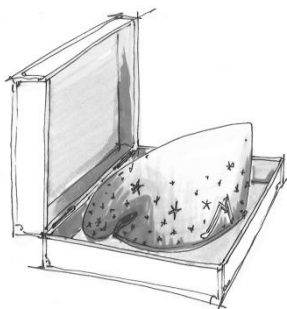


## Zadania 1. série zimnej časti, kategória 7-9



Náš príbeh sa začína v jednej zemi veľmi, veľmi ďaleko. Tejto zemi však nevládol kráľ ani kráľovná, knieža či rytier, ani nikto im podobný. Vládol tam starý a múdry čarodejník menom Doleron. Sídliť na pevnom hrade, okolo ktorého sa rozprestieralo veľké mesto.

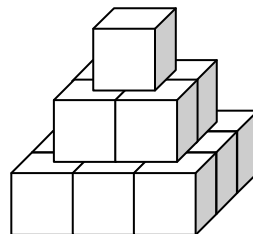
Boli to šťastné časy v onej zemi. Doleron vládol múdro a spravodlivo, pretože bol oveľa starší ako obyčajní ľudia a za svoj dlhý život nazbieral množstvo skúseností. A nielen skúseností. Na jeho hrade sa tiež nachádzalo veľké množstvo pozoruhodných čarovných predmetov,

ako napríklad čajová súprava, z ktorej sa nedalo napiť, pretože hrnčeky vypili čaj skôr, ako ich človek stihol priložiť k ústam, alebo skrine, ktoré mali dvere raz na jednej, raz na druhej strane, a tiež stoličky, ktoré sa v nepozorovaných chvíľach posúvali a potom sa bavili na tom, že človek spadol, keď si na ne chcel sadnúť.

Ďalšou z nebezpečných vecí boli magické kocky, vytvorené z najtvrdšej ocele, ktoré boli poriadne ťažké. Mali tú nepríjemnú vlastnosť, že sa náhodne presúvali po hrade a sem-tam niekoho zavalili, prípadne zabarikádovali v miestnosti. V súčasnej dobe stáli kocky na nádvorí a tvorili nádhernú pyramídu. Jediný problém bol v tom, že na mieste tejto krásnej pyramídy stála predtým zurčiaci fontána.

### Príklad S1: Bláznivé kocky

Štrnásť kociek sa rozostavilo do tvaru pyramídy tak, ako je znázornené na obrázku. Na každej kocke v spodnej vrstve je napísané iné prirodzené číslo z rozsahu 1 až 9. Ostatných päť kociek má na sebe také čísla, aké sú súčty čísel na štyroch kockách, na ktorých príslušná kocka stojí. Vieme, že kocky v prostrednej vrstve majú na sebe rovnaké čísla. Aké najmenšie číslo môže byť na najvrchnejšej kocke? Nakreslite vrstvy takejto pyramídy.



No aj iné, oveľa nebezpečnejšie veci sa ukrývali na hrade. Najprísnejšie stráženým artefaktom bol starý, čierny a riadne ošúchaný kúzelný baret. Jeho kúzlo spočívalo v tom, že ktokoľvek si ho nasadil na hlavu, mohol sa spraviť neviditeľným a ak chcel, mohol ostatným ľuďom čítať myšlienky. Doleron, ešte ako mladík, ho počas svojho putovania po svete vyhral od starého nahluclého trpaslíka. Hrali vtedy tajomnú starú hru

Hexagonalikonekt, ktorú kedysi trpaslíci vymysleli a boli preto presvedčení, že sú v nej neporaziteľní. Zrejme sa mýlili, Doleron vyhral.

Kým bol Doleron mladý, nosieval baret, študoval ľudské zmýšľanie a snažil sa ho pochopiť. Napriek jeho úžasnej moci ho však nikdy nezneužil vo svoj vlastný prospech. Keď zostarol, baret prestal nosiť, pretože už bol taký múdry a skúsený, že ho vlastne ani nepotreboval. Aby ale tento mocný predmet nepadol do nepovolaných rúk, zamkol ho Doleron do kúzelnej truhly, tú omotal povrazom z jarného vánku a uložil do najvyššej veže svojho hradu. Domnieval sa, že baret tam bude v bezpečí pred svetom a že svet tak bude v bezpečí pred baretom.

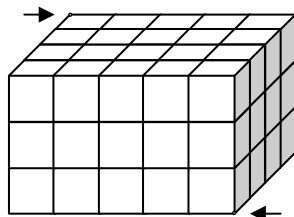
Baret však až tak v bezpečí nebol. O jeho existencii vedelo niekoľko ľudí, z ktorých najviac po ňom túžil zlý a prefikáný černokňažník Surovec. Ten ho potreboval na pomoc proti svojim nepriateľom, na ktorých si inak netrúfal. Dlhé roky premýšľal, ako by baret mohol získať. Nakoniec na to prišiel a ako deň svojho činu náhodou vybral práve deň, keď mal Tom narodeniny.

Tom bol syn Baldora, kapitána Doleronovej stráže a rovnako ako jeho otec mal poriadnu guráž. Mal tmavé vlasy, ktoré mu padali na ramená, usmievať sa a láskavú tvár a sivé oči po mame, ktoré sa smiali a zároveň v nich prebleskovala mužská rozhodnosť.

V deň Tomových narodením mrholilo a celé mesto bolo zahalené v hmle. Tom sedel pri krbe a pohrával sa s kusom dreva. Vyrezával z neho kocky a vrtal do nich dierky, pretože ich chcel darovať svojej mladšej sestre Eliške na hranie.

### Príklad S2: Pre Elišku

Tom postavil z vyrezaných kociek kváder s rozmermi  $3 \times 4 \times 5$  kociek. Potom kváder prevrtal pozdĺž celej telesovej uhlopriečky (teda cez tie dva vrcholy, na ktoré ukazujú šípky na obrázku) tenulinkou dierkou. Cez koľko malých kociek prechádza táto dierka?



Všetko už bolo pripravené na oslavu narodenín, čakalo sa iba na Baldora, ktorý bol ešte na hrade. Baldor však nechodil a nechodil. Tom sa už nevedel dočkať, a tak sa rozbehol otcovi naproti. Z ich domu to nebolo ďaleko a Tomovi to behom netrvalo ani päť minút. Na hrade však bolo všetko hore nohami. Mreže na bráne boli zavreté a po nádvorí pobehovali zmätení vojaci a snažili sa zoradiť.

### Príklad S3: Vojaci

Každý z 33 vojakov má odslúžený iný počet rokov – 1, 2, 3, ..., 33. Chcú sa rozdeliť do jedenástich hliadok tak, že najkúsenejší z každej hliadky bude mať odslúžených toľko rokov, čo zvýšní dvaja členovia jeho hliadky dokopy. Ako to majú spraviť?

Tom sa pritisol k mreži a celý napätý sledoval dianie na nádvorí. Po chvíli z hradu vybehol Baldor a už jeho prítomnosť sčasti upokojila pobehujúcich vojakov.



V rýchlosti, no s absolútnym pokojom dal niekoľko príkazov a vojaci sa po skupinkách rozbehli na všetky strany. Baldor ostal na nádvorí sám a obzeral sa navôkol. Hneď zbadal Toma nakúkajúceho pomedzi mreže, urobil pár krokov, vpustil ho na nádvorie a pevne ho objal. „Čo sa stalo?“ ihneď sa spytoval Tom, ktorý vytušil závažnosť celej situácie. Baldor pokrčil plecami a vzdychol. „Zdá sa, že niekto ukradol nášmu pánovi čosi veľmi cenné a nebezpečné. Bolo to uložené v Stráženej veži, kam smie iba pán Doleron.“

„Tak, tak,“ potvrdil tichý a pokojný hlas. Patril Doleronovi. „Bola ukradnutá kúzelná truhla a v nej niečo veľmi výnimočné. A ja sa obávam, že viem, kto to má na svedomí. Môj najväčší sok Surovec si na ňu brúsil zuby už roky. Snažil sa ju získať peniazmi, vyhrážkami, podvodmi a teraz aj násilím, čo mu, bohužiaľ, vyšlo. Akékoľvek prenasledovanie je márne. Surovec sídli na hrade odtiaľto na míle vzdialenom a teraz má schopnosť odhaliť každého, kto by mu chcel onú vec vziať.“

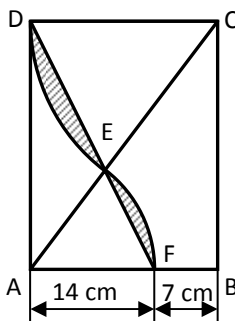
Tom horúčkovo premýšľal. Čo keby to zvládol on? Je síce malý, no silný a odvážny – a sebavedomie mu tiež nechýbalo. Jeho predsa nikto nebude podozrievať, že má nejaké tajné poslanie. Už po malej chvíli ho táto myšlienka natoľko ovládla, že ju nedokázal udržať v hlave a vyletela mu z úst rovno pred Doleronom. Ten sa iba pousmial. Spomenul si totiž, aký bol Baldor za mlada. Teraz akoby ho opäť videl pred sebou v podobe Toma. Zároveň však vedel, že to, čo mladík povedal, bola do veľkej miery pravda.

Potom ale dostal Doleron strach a po chrbte mu prebehol mráz. Vedel, že Tom môže pri plnení takéhoto poslania ľahko prísť o život alebo jeho zvyšok stráviť ako Surovcov otrok. Na premyslenie niečoho takého potreboval viac času, a preto odvetil: „Áno, chlapče, viem, že si statočný a naozaj by si to urobil. Ale veľkým činom musí predchádzať veľká rozvážnosť. A tá potrebuje čas. Prídi aj so svojím otcom zajtra na hrad a ja ti poviem viac. Zatiaľ si uži svoj deň a ty, Baldor, môžeš ísť domov. Dnes si už vykonal dost.“ Žmurkol ešte na Toma a odišiel.

Baldor vzal Toma okolo pliec a pobrali sa domov. Tam ich čakala vyľakaná maminka, ku ktorej sa medzitým doniesli značne zveličené klebety o tom, čo sa na hrade udialo. Upokojujúc maminku všetci zasadli za stôl a Tom sa predsa len dočkal svojej narodeninovej oslavy, aj keď tá v jeho mysli už ustúpila oveľa intenzívnejším myšlienkam na zajtrajšok. Ani si nevšimol, aká bola jeho maminka roztržitá pri krájaní narodeninového koláča.

#### Príklad S4: Rozrezaný koláč

Koláč bol obdĺžnikového tvaru, označme ho ABCD, kde  $|BC| > |AB|$ . Prvý rez spravila maminka po uhlopriečke AC. Potom spravila roztržitý krivofaký rez – kružnicový oblúk medzi D a E so stredom v bode C a kružnicový oblúk medzi E a F so stredom v bode A. Posledný rez bol priamy cez body D, E, F. Aký je pomer obsahov vyšrafovaných častí koláča?



Tom sa nemohol dočkať nasledujúceho dňa. Ešte stále si nestihol uvedomiť závažnosť svojho návrhu a v mysli si predstavoval dobrodružstvá, ktoré zažije. Od samého vzrušenia sa mu ani nedarilo zaspáť. Nakoniec sa predsalen odobral do ríše snov a prestal vnímať

čas. Doleron však sedel na plochej streche vysokej veže, pozoroval hviezdy a premýšľal, akú odpoveď dá zajtra mladému Tomovi.

Uvažoval nad tým, či to, čo Tom povedal, bola pravda. Desilo ho, že sa o tom môže presvedčiť jedine tak, že pošle Toma na onú výpravu. V tejto ťažkej chvíli pomyslel na matematikov, ktorí majú jedno veľké šťastie, aj keď si ho často ani neuvedomujú – sú totiž schopní jednoznačne posúdiť, čo je pravda a čo nie bez toho, aby riskovali ľudské životy.

### Príklad S5: Je to pravda?

Máme dve celé čísla. Každé z nich vynásobíme samým sebou. Výsledky týchto dvoch násobení sčítame. Ak je výsledný súčet nepárny, tak jeden zo sčítancov bol deliteľný štvorkou. Je to pravda? Prečo?

Doleron smutne zložil hlavu do dlaní a dlho tak sedel. Nakoniec zdvihol zrak a pozrel na vychádzajúci Mesiac. Vtedy sa rozhodol. Počúvne svoje srdce a pošle Toma na výpravu. Nepôjde však úplne nepripravený – na cestu dostane Palicu.

*V ďalšej sérii sa spoločne s Tomom vydáme na výpravu a uvidíme, aké nástrahy ho čakajú a ako sa mu bude dariť. Dovtedy Ti prajeme veľa zdaru pri riešení príkladov.*

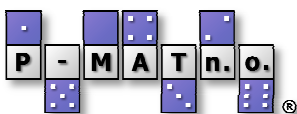
**Zaregistruj sa na [www.pikomat.sk](http://www.pikomat.sk) a vyplň prihlášku do seminára.** Ak nemáš prístup na Internet, môžeš poslať spolu s riešeniami prvej série papierovú prihlášku, ktorú nájdeš na papiermi s pokynmi. Svoje **riešenia uploadni na náš portál [www.pikomat.sk](http://www.pikomat.sk), alebo pošli poštou** (adresa je na prvej strane) najneskôr **3. októbra 2011** (rozhoduje dátum na pečiatke pošty, resp. čas servera).

### Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás e-mailom na adresu [pikomat@p-mat.sk](mailto:pikomat@p-mat.sk). Na túto adresu nám neposielaj riešenia.

### Zopár rád na záver

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Ak skúšaš viac možností, nezabudni skúsiť všetky – príklad môže mať viac riešení.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Ak odovzdávaš riešenia cez Internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



organizátor korešpondenčného  
seminára Pikomat



AGENTÚRA  
NA PODPORU  
VÝSKUMU A VÝVOJA

Pikomat je podporovaný Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. LPP-0375-09.