Spojením 2. a 4. trojice dostaneme (N+Ô+Ž)+(K+A+N)=18+18=36. Vidíme, že je tu iba jedno písmeno N navyše oproti celému menu Nôžka a že súčet je o 6 väčší, ako má celé meno Nôžka. Takže to N, ktoré je navyše, musí byť 6. **N=6.**

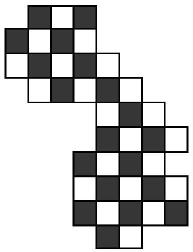
Písmená K aj A sú v 1. a 3. trojici spolu vždy s dvoma rovnakými písmenami (K+Ô+Ô; A+Ž+Ž). Súčet dvoch rovnakých čísel je vždy párny. Aby sme v trojiciach dostali (párny) súčet 18, k týmto dvojiciam treba pričítať tiež párne čísla. **A aj K sú párne**.

Keďže N=6, vo 4. trojici (A+N+K) nám chýba už iba 12, takže A+K=12. Ak majú byť obe čísla párne a obe jednociferné, máme jedinú možnosť: 4+8 (lebo 0+12 ani 2+10 nie sú jednociferné a pre 6+6 už riešenie máme). A a K sú 4 a 8, zatiaľ nevieme, ktoré je ktoré. Ak A=4 a K=8, potom 3. trojica bude vyzerať takto: Ž+Ž+4=18, takže Ž+Ž=14, a teda Ž=7. Ľahko zistíme (napríklad podľa 2. trojice), že Ô=5. Zistili sme, že **N=6, Ô=5, Ž=7, K=8, A=4**. Po skontrolovaní všetkých trojíc aj súčtu celého mena Nôžka sa začneme tešiť, že máme správny výsledok! Nakoniec vyskúšame ešte druhú možnosť, kedy A=8 a K=4. Vyjde nám **N=6, Ô=7, Ž=5, K=4, A=8** – ďalší správny výsledok.

Bodovanie:

všetky 3 správne riešenia aj s postupom – 5b.;
jeden správny výsledok bez postupu – 1b.

Príklad M5: Kachličky. *Opravovala Jana „Janka“ Štolcová.*



Takto by mala vyzerať diera po vykachličkovaní. K dispozícii máme kachličky takéhoto tvaru: .

Skúsme sa najprv lepšie pozrieť na obrázok a trochu počítať. Porozbíjalo sa a povypadávalo 40 pôvodných kachličiek, z toho *19 červených* a *21 bielych*. My jednou novou kachličkou vždy pokryjeme jedno červené a jedno biele políčko. To znamená, že aj keď sa budeme akokoľvek snažiť, rozdielny počet 19 červených a 21 bielych dier novými kachličkami neopravíme.

Bodovanie:

náhodný kachličkovací pokus a odpoveď, že sa to nedá – 2,5b.;
za rozumné myšlienky body pribúdali;
ukladanie kachličiek vždy na miesto, kde môžu byť uložené len jediným spôsobom – 5b.

Pikomat bol podporovaný Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. LPP-0007-06.

organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

podporuje odborný rast organizátorov seminára

PIKOMAT

Vzorové riešenia 2. série, kategória 5-6

Príklad M1: Vpravo bok! *Opravovala Veronika „Nika“ Jankovičová.*

Máme v rade 6 vojakov. Keď veliteľ vydá rozkaz "Vpravo bok!", niektorí zazmätkujú a otočia sa vľavo. Ak sa dvaja vojaci ocitnú otočení tvárami k sebe, obaja sa naraz otočia, čiže budú chrbtami k sebe. Všetky takéto „nedorozumenia“ a následné otočenia sa dejú naraz. Otázka znie, či sa tento zmätok vôbec niekedy ustáli.

Zaujímaví sú vojaci na koncoch radu. Ak sa raz otočia smerom preč od radu, už pred sebou nevidia ani chrbát ani tvár iného vojaka. Nemajú dôvod sa ďalej otáčať a zostanú stáť (a pozerať do prázdna). Na krajoch radu sa nám teda zmätok ustálil.

Keď už sú krajní vojaci otočení preč od radu (chrbtom k ostatným), to isté začne platiť aj pre vojakov stojacich hneď pri nich. Ak sa raz otočia smerom preč od radu, uvidia pred sebou už len chrbát toho krajného – tiež sa prestanú otáčať a toto isté začne platiť pre ďalších vojakov stojacich hneď pri nich.

Pozrime si príklad. Jeden zle otočený vojak bude napravo. (značka „>“ = vojak otočený doprava; značka „<“ = vojak otočený doľava)

```
> > > > > <
> > > > < >
> > > < > >
> > < > > >
> < > > > >
< > > > > >
```

Vidíme, že tieto otočenia nám nezmenia počet zle otočených vojakov, len nám akoby posunú tých, ktorí sú otočení vľavo, viac doľava, a tých, ktorí sú otočení vpravo, viac doprava. Toto sa stane pri hocijakom počte zle otočených vojakov. Zmätok teda skončí vtedy, keď budú všetci vojaci otočení doľava na ľavej strane a všetci vojaci otočení doprava na pravej strane radu. Odpoveď: **Zmätok sa vždy ustáli.**

Bodovanie:

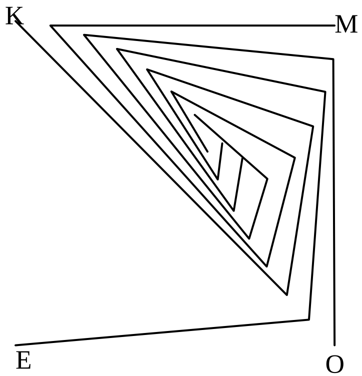
správny popis správneho postupu – 5b.;
vylúčenie iba zopár možností (zo 64 všetkých) – 1 až 3b.;
správna odpoveď, že zmätok sa vždy ustáli – 0,5b.

Príklad M2: Blšky. *Opravoval Michal „Mišo“ Kováč.*

V tomto príklade bolo mimoriadne dôležité pozorné prečítanie a správne pochopenie zadania. Najčastejšie chyby: skok blšky je jeden centimeter (potom ste nakreslili štvorcovú sieť 10*10 políčok a riešili ste úplne iný príklad); blška musí vidieť všetky tri ostatné blšky; blška musí stále (nie len po doskoku) vidieť nejakú blšku; niektorí ste si určili smer, ktorým sa bude pozerať, alebo ste predpokladali, že sa bude pozerať presne tým smerom, ako skákala. Tieto „pozeracie“ omyly boli spôsobené vetou v zadaní „Skočiť môžu **hocikam vo štvorci**, ale tak, aby **po dopade**, nech by sa pozerali **hociktorým smerom**, vždy videli **aspoň jednu** blšku.“ Z tejto vety vyplýva, že blška sa po doskočení poobzerá a v ten daný moment musí vidieť všade aspoň jednu inú blšku. Vieme, že zorné pole blšky je 180°.

Máme štvorec a v každom rohu stojí jedna blška. Prvá blška musí doskočiť do trojuholníka tvoreného zvyšnými troma blškami. Pretože keby neskočila do toho trojuholníka, mohla by sa otočiť tak, že by mala zvyšné tri za chrbtom – v jej zornom poli by nebola ani jedna blška.

Nakreslíme si teda trojuholník medzi troma nezačínajúcimi blškami (Ondriš, Monča, Kaťa). Prvá blška (Emo) skáče do tohto priestoru. Druhá (Ondriš) skáče do trojuholníka vytvoreného blškami Emo, Monča a Kaťa. Dôležité je, aby blška, ktorá skáče, skočila do trojuholníka určeného neskáčucimi blškami. Skočiť môže buď dovnútra alebo na jeho stranu. Blšky takto môžu skákať dovtedy, kým neporušia pravidlo o vzdialenosti jednej blšky od druhej (1cm).



Teraz ešte treba prísť na to, aký skok je pre blšky najvýhodnejší. Aby mohli blšky skákať čo najdlhšie, budeme sa snažiť zachovávať čo najväčší trojuholník. Pri každom skoku treba myslieť na to, že práve vytvárame jeden vrchol „nasledujúceho“ trojuholníka. Tento „nasledujúci“ trojuholník bude tvorený blškou, ktorá práve skáče a dvoma blškami, ktoré ani v nasledujúcom kroku NEbudú skákať. Aby bol trojuholník čo najväčší, snažíme sa skočiť *čo najďalej* od tých dvoch, ktoré nebudú skákať ako ďalšie. Preto každý skok treba spraviť **čo najbližšie k blške, ktorá BUDE skákať ako ďalšia**.

Ak ste prišli na tento spôsob, vyšlo vám, že blšky môžu skočiť najviac 20-krát.

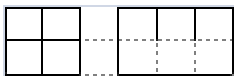
Bodovanie:

správny postup a výsledok líšiaci sa od správneho maximálne o 2 skoky – 5b.;
skákanie do trojuholníka – 3,5b.;
podľa zdôvodnenia (aj keď nesprávneho) postupu – 0 až 3b.

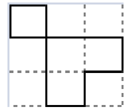
Príklad M3: Zrniečka. *Opravovala Vlasta „Krupla“ Gubášová.*

Najskôr dve poznámky k pochopeniu zadania.

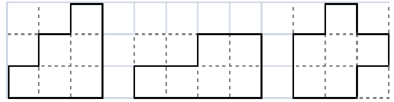
1. Zo všetkých 12 zrniečok bolo treba postaviť OBVOD útvarov, to znamená okraje, oplotenie nejakej plochy bez iných hrán vo vnútri či zvonku útvaru. Teda **nie** obr.1.


obr.1

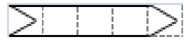
2. Postavený útvar musí byť celistvý. Taký, ktorý by sa po vystrihnutí z papiera nerozpadol na dva alebo viacej útvarov. Obr.2 **nie je** jeden útvar, ale dva.


obr.2

Jednoduchší na objavenie je útvar s plochou **6 štvorcových centimetrov**. Pomôžeme si štvorčekovým papierom (štvorček má hranu 1cm). Obvod 12 zrniečok majú napríklad obdĺžniky s rozmermi 3*3 alebo 2*4 centimetrov. Ich plochy sú však priveľké (9 a 8 políčok). Aby sme zmenšili plochu a pritom nezmenili obvod, z rohov obdĺžnikov „odhryzneme“ niektoré políčka, napríklad ako na obr.3.

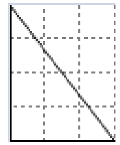

obr.3

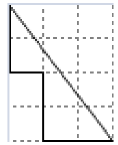
Druhý útvar s plochou **4 štvorcové centimetre** už nebude pravouholník, teda nevystačia nám len čiary štvorčekovej siete. Obdĺžnik 1*4 má síce požadovanú plochu 4 štvorčeky, ale obvod len 10cm. Aj z neho však môžeme „odhryznúť“ (čím jednu hranu „zdvojíme“). Keďže ale plochu meniť nechceme, odhryznutý kúsok znovu prilepíme niekam inam (čím „zdvojíme“ ďalšiu hranu), napríklad ako na obr.4.


obr.4

Niektorí, ktorí poznali Pytagorovu vetu, vedeli, že tento trojuholník (obr.5) má strany dlhé 3, 4 a 5cm, teda má obvod 12cm. Z obrázku vidíme, že jeho plocha je polovica z obdĺžnika 3*4, čo je 6 políčok. Trojuholník teda spĺňa podmienky pre hľadaný útvar.

Z neho vieme zase „odhryznutím“ dvoch políčok na rohu vyrobiť útvar s rovnakým obvodom, ale plochou zmenšenou na 4 štvorcové centimetre, teda druhý hľadaný útvar (obr.6).


obr.5


obr.6

Bodovanie:

útvar s plochou 6 centimetrov štvorcových – 1,5 až 2b.;
viac ako tri takéto útvary – 2,5b.;
riešenie oboch útvarov iba v tvare rovnobežníkov – 3 až 3,5b.;
útvar s plochou 6 plus útvar s plochou 4 iba v tvare rovnobežníka – 4 až 4,5b.;
oba útvary – 5b.

Príklad M4: Nôžka. *Opravovala Alexandra „Saša“ Porembová.*

Nikde v zadaní nebola spomenutá podmienka, že rôzne písmenká nemôžu mať rovnakú hodnotu. Preto jednou z možností, na ktorú mnohí z vás prišli, bolo, že každé písmenko má hodnotu 6. Meno Nôžka má 5 písmen a ich súčet je 30, preto 30:5=6. Toto však nie je jediným riešením. Poďme sa pozrieť aj na prípad, keď majú odlišné písmenká odlišné hodnoty.

Vieme, že tieto trojice písmen/čísel majú súčet 18: K+Ô+Ô=18; Ô+N+Ž=18; Ž+Ž+A=18; A+N+K=18; a ešte že súčet celého mena N+Ô+Ž+K+A=30.