Príklad M5: Pred písomkou. *Opravovala Nina Kuklišová.*

Zdravím všetkých poctivých žiakov!

Tento príklad sa nám nepodarilo zadať veľmi presne, takže ste ho mohli pochopiť rôznymi spôsobmi. Najprv to bolo už samotné rozdelenie lavíc v triede, pretože tie 4 rady mohli byť vodorovné aj zvislé. No a potom sme tiež zabudli povedať, od ktorých žiakov by sa mohlo dať odpisovať. Aj keď to mali byť žiaci sediaci napravo, naľavo, vpredu, vpredu napravo a vpredu naľavo od daného žiaka, v zadaní sa táto informácia nevyskytla, takže bolo v poriadku, ak ste riešili len prípady, v ktorých sa odpisuje od susedov napravo a naľavo, prípadne aj pred sebou.

Možných riešení bolo veľmi veľa, no pozrime si aspoň niektoré najčastejšie sa vyskytujúce (odporúčam nakresliť si).

Ak sa dá odpisovať len od žiakov napravo a naľavo, tak pri akomkoľvek rozdelení lavíc stačí pousádzať odpisovačov medzi poctivcov a stenu, prípadne samých poctivcov. Pri tomto počte poctivcov teda môže byť aj 6 odpisovačov.

Ak sa dá odpisovať aj od žiaka pred sebou, tak treba odpisovačov usadiť do prvého radu; pri správnom usporiadaní však vieme dosiahnuť to isté ako v predošlom prípade.

Pokiaľ sa dá odpisovať od žiakov napravo, naľavo, vpredu, vpredu napravo aj vpredu naľavo: slovom „rad“ budeme označovať žiakov sediacich *vedľa* seba. Ak v prvom rade sedí 6 žiakov vedľa seba, môžeme sem usadiť striedavo 3 poctivcov a 3 odpisovačov. Na spacifikovanie ostatných dvoch odpisovačov nám už nezvýšilo dosť poctivcov. Takže aby sa pri takomto rozostavení lavíc dalo opisovaniu úplne zabrániť, môžu byť v triede najviac 3 odpisujúci ľudia. No a ak v prvom rade sedia vedľa seba 4 žiaci, tak sem opäť striedavo usadíme 2 poctivcov a 2 odpisovačov a 3. odpisovača izolujeme v niektorom rohu 3 poctivcami. Opäť tu teda môžu byť najviac 3 odpisujúci ľudia.

Bodovanie:

Na 5 bodov stačilo opísať, s ktorou z týchto možností ste pracovali, opísať spôsob usádzania, nájsť to naozaj najlepšie možné usporiadanie pri daných podmienkach a povedať, aký je maximálny „neškodný“ počet odpisujúcich. Ak ste na tento počet zabudli alebo ste sa pri jeho určovaní pomýlili, získali ste 3,5-4,2 bodu, v závislosti od vysvetlenia. Pokiaľ ste vysvetľovali málo, dostali ste 3,0-3,2 bodu. Ak vaše rozmiestnenie nebolo najlepšie možné, no nebolo ani celkom zlé, prinieslo vám 2,5 bodu.

organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

podporuje odborný rast organizátorov seminára

PIKOMAT

Vzorové riešenia 4. série, kategória 5-6

Príklad M1: Šifra. *Opravovala Katarína „Katyka“ Beláková.*

Na stene sa nachádza 5 slov (5 indícií) a pre každé z nich je dvoma číslami určená ich podobnosť s hľadaným (tiež 5-písmenovým) slovom. 1. koľko písmen zo slova na stene sa nachádza aj v hľadanom slove; 2. či niektoré dokonca sú aj na tom istom mieste (vidíme, že je na výber len z 5 možných miest).

Teraz sa lepšie pozrime na jednotlivé indície. Mnohí z vás si všimli, že písmenko **U** sa až v troch riadkoch nachádza na tom istom (štvrtom) mieste. Vo 4. riadku je len jedno písmenko správne a to je aj na správnom mieste. Skúsme, či by to nemohlo byť **U**. Lenže to sa nám pobije s prvým riadkom, ktorý hovorí, že tam ani jedno písmenko nie je na správnom mieste (a teda by nemohlo byť ani **U**). Takže sme zistili, že **U** sa v hľadanom slove nenachádza.

Z prvého riadku majú byť správne 4 písmenká. Keďže **U** sme vylúčili, vieme povedať, že tými správnymi budú **O**, **P**, **N**, **I**. Z druhého riadku takým istým spôsobom dostávame aj posledné písmenko hľadaného slova – **T**. Takže v našom slove sa budú nachádzať písmenká **O**, **P**, **N**, **I** a **T**. Ešte si to skontrolujeme aj v ostatných riadkoch – v treťom sú **N**,**P**,**I** (3), vo štvrtom iba **T** (1) a v piatom **N** a **O** (2). Všetko sedí.

Keď už poznáme písmenká, treba ich správne zoradiť. Zo štvrtého riadku vyplýva, že **T** je určite na poslednom mieste **(_ _ _ _ T)**. Keď si posvietime na **N**, zistíme, že v prvom, treťom ani piatom riadku určite nie je na správnom mieste. Teda nemôže byť prvé, druhé ani tretie. Zostáva preň neobsadená už len štvrtá pozícia **(_ _ _ N T)**. Písmeno **O** podľa prvého a piateho riadku nie je na prvej ani tretej pozícii, teda musí byť druhé **(_ O _ N T)**. Písmenko **P** nemôže byť na treťom mieste, čo vieme z tretieho riadku. Takže bude na prvom **(P O _ N T)**. Po zaradení posledného písmenka dostávame slovo **POINT**. Čiže hľadané slovo dokážeme určiť.

Hľadané slovo sa samozrejme dalo nájsť aj inými postupmi, popísala som ten, ktorý sa vyskytoval najčastejšie.

Bodovanie:

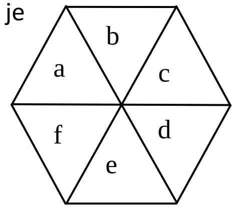
správny výsledok – 2 body;
viac podľa zdôvodnení jednotlivých krokov hľadania.

Príklad M2: Kód. *Opravoval Martin „Panda“ Svetlík.*

Tento príklad ste pochopili dvoma rôznymi spôsobmi. Niektorí ste uvažovali, že sa čísla môžu opakovať, iní že nie. Nuž, myslelo sa tým síce, že sa nemôžu opakovať, ale keďže to nebolo napísané, uznával som rovnako aj druhé pochopenie.

Ak sa čísla nemôžu opakovať, riešenie je jednoduché a dá sa ľahko ukázať, že taký kód nemôže existovať. Ukážem vám to dvoma spôsobmi, samozrejme, ak ste našli nejaký iný, je to tiež dobre.

Sčítajme všetky čísla, ktoré chceme použiť: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Ak by sme ich chceli rozdeliť na dve časti po tri čísla (napr. trojica do horných troch a trojica do dolných troch trojuholníkov), ich súčty by sa nemohli rovnať, lebo 21 nie je deliteľné dvomi.



Druhý spôsob: Ak sa majú súčty susediacich trojíc rovnať, tak potom musí platiť aj $a + b + c = b + c + d$, čo veľmi ľahko upravíme na $a = d$. A teda za predpokladu, že čísla sa nemôžu opakovať, taký kód nemôže existovať.

V prípade, že sa čísla môžu opakovať, je to tiež ľahké – rovnako ako v predošlom odstavci si ukážeme, že $a = d$, a takým istým spôsobom sa dá ukázať aj to, že $b = e$ a že $c = f$. Tým pádom je riešení strašne veľa, stačí, aby sa vždy dve čísla oproti sebe zhodovali. Mimochodom, takýchto riešení je 216 (6 možností na a, krát 6 možností na b krát 6 možností na c a ostatné políčka sú potom už dané), ale to už nebolo treba zrátať.

Bodovanie:

správne, pekne okomentované riešenie – 5 bodov;
strhával som body hlavne vtedy, keď mi niečo z vášho riešenia nebolo jasné, prípadne keď ste tam mali vážne chyby.

Príklad M3: Hologram. *Opravovala Nina Kuklišová.*

Tento príklad bol pomerne jednoduchý a väčšine z vás sa podarilo nájsť správne riešenie. Mnohých to však zviedlo k tomu, že zabudli napísať, ako sa k nemu dopracovali.

Pozrime sa na našu kocku. Každý vrchol patrí naraz práve trom stenám. Celkový súčet všetkých stien kocky teda bude (1+2+3+4+5+6+7+8)*3=108. Keďže každá stena má tento súčet rovnaký, môžeme toto číslo vydeliť 6 a dostávame súčet čísel na vrcholoch každej steny: 18.

K tomuto číslu sa dalo dopracovať aj jednoduchšie. Keď si očíslovanú kocku rozdelíme na 2 protiľahlé steny, tak vieme, že súčet čísel vo vrcholoch každej z nich je rovnaký a že ich súčet je 36, lebo každé číslo od 1 po 8 musí byť zarátané práve v jednej z nich. Pre jednu stenu to teda bude 36/2=18.

Tak... a môžeme ísť dopĺňať. Keď je súčet čísel na 2 vrcholoch tej istej hrany 9, je to praktické (aj keď nie nevyhnutné). Umiestnime na prvú hranu čísla 1 a 8. Na ďalšiu umiestnime 2 a 7 tak, aby 1 nemala s 2 spoločnú hranu a 7 nemala s 8 spoločnú hranu. Skoro všetci ste pekne podopĺňali čísla tak, aby vyhovovali kritériám zo zadania. Aj sami ste hádam videli, že možných spôsobov doplnení čísel do vrcholov kocky je veľa. Vo vašich riešeniach sa asi najčastejšie vyskytovalo doplnenie: A=8, B=2, C=7, D=1, E=3, F=5, G=4, H=6, prípadne rôzne otočenia tohto umiestnenia. Hotovo!

Bodovanie:

správne doplnená kocka – 2,5 boda;
s úvahou o súčte na jednej stene – 4,5-5 bodov (podľa drobných chýb alebo nejasností);
tento postup bez konečného výsledku – 3 body.

Príklad M4: Zásielka. *Opravovala Veronika Jankovičová.*

Vieme, že v zásielke je 30 červených a 40 modrých kníh. Každá červená kniha je matematická, teda zatiaľ máme 30 matematických kníh. Polovica modrých kníh zo zásielky je o matematike, teda 40:2 = 20 ďalších matematických kníh. Matematické knihy už nemôžu byť inej farby ako modrej alebo červenej. Preto môžeme s istotou povedať, že v zásielke je práve (30 červených + 20 modrých) 50 matematických kníh. Ďalej sa zo zadania dozvedáme, že matematické knihy tvoria len tretinu zásielky. Celá zásielka má teda 50*3 = 150 kníh.

Otázka znela, koľko kníh zo zásielky nie je ani červených ani modrých. Na zistenie nám stačí odpočítať počet červených (30) a modrých (40) kníh (dokopy 30+40=70) od celkového počtu kníh v zásielke, teda 150-70=80. Všetkých kníh inej farby ako červenej alebo modrej je v zásielke **80**.

Bodovanie:

všetky strhnutia bodov sú odôvodnené priamo v riešení.