Takže 47 sa nedá použiť, dá sa použiť 36? Týmto istým spôsobom na to vieme prísť. Pri dodržaní súčtu musia ďalšie štyri hody vytvárať súčet 64. To, že 47 nemôžeme použiť, už vieme, čiže môžeme začať od 36. *64-36 = 28*, nevieme vytvoriť. *64-27 = 37*, vieme vytvoriť pomocou čísel *5+5+27 = 37*. Toto znamená, že sme práve našli riešenie. Ale je ešte nejaké iné? Keď to chceme zistiť, stačí už iba dokončiť postup s číslom 36 a 9, pretože už vieme, že 5 a 27 vieme použiť, dokonca dvakrát. *64-9 = 55* a tento súčet z čísel 5,9,27,36 a 47 nie je možné vytvoriť. Riešenie nakoniec je: Získať 100 bodov piatimi hodmi sa dá trafením častí s hodnotami 5, 5, 27, 27 a 36.

Bodovanie: 2 body za správny výsledok, 3-4 body za správny výsledok, kde postup bolo skúšanie, 4-5 bodov za správny výsledok a správny postup.

Príklad M5: Čísla. *Opravovala Jana „Nutelka“ Michaliková.*

Máme dve čísla, jedno je menšie a druhé väčšie. Ak odpočítame od menšieho čísla jeho polovicu, ostane nám polovica tohto čísla. Ak odpočítame od väčšieho čísla polovicu menšieho, ostane nám trikrát toľko, koľko nám ostalo z menšieho čísla, teda trikrát polovica menšieho čísla. To ale bolo po odpočítaní jednej polovice menšieho čísla, takže väčšie číslo tvoria tri polovice menšieho plus jedna polovica menšieho, čo sú spolu 4 polovice menšieho čísla, teda dvakrát menšie číslo. Väčšie číslo je dvakrát väčšie ako menšie číslo.

Bodovanie: Za správnu odpoveď ste mohli získať 1 bod. Ak ste uviedli jednu dvojicu čísel, ktorá to spĺňa, dostali ste 0,5 bodu, ak ste odvodili, ako ste k tej dvojici prišli, pribudlo Vám ešte 0,5 bodu. V prípade, že ste vyskúšali dva príklady, mohli ste za to získať 1,5 bodu až 2 body podľa toho, ako ste tie príklady okomentovali. Ak ste uvažovali nad viacerými možnosťami, tak ste dostali 2,5 bodu až 3 body, opäť podľa vysvetlenia. Za úplný postup (či už grafický, úvahou alebo rovnicou) som Vám k 1 bodu za výsledok pridala 4 body za postup.

P-MAT n.o.
organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

NADÁCIA INGENIUM
podporuje odborný rast organizátorov seminára

PIKOMAT

Vzorové riešenia 2. série, kategória 5-6

Príklad M1: Hodiny. *Opravoval Jakub „Šróbik“ Sliačan.*

Ako úplne prvé bolo treba zistiť, ktoré číslice sú čitateľné aj v zrkadle. Boli to tieto: 0, 1, 2, 5 a 8. Ďalej, čas na hodinách vieme zapísať v takomto formáte: H_1H_2: M_1M_2. V zrkadle sa H_1 premietne do M_2, H_2 do M_1, M_1 do H_2 a M_2 do H_1. Z takejto úvahy vieme povedať, že číslica 8 nebude vhodná pre zmysluplný čas. Je to preto, lebo sa môže nachádzať len na H_2 alebo na M_2. Ak ju dáme na jednu z týchto pozícií, tak v zrkadle nám vznikne toto: $8H_2$:M_1M_2 alebo toto: H_1H_2:$8M_2$. A z toho nám je jasné, že číslica 8 sa nemôže v zmysluplnom čase nachádzať. Zvyšné číslice poďme nakombinovať tak, aby čas bol zmysluplný (ak ste vypisovali možnosti, tak bolo treba dať pozor na to, že číslica 2 sa v zrkadle mení na číslicu 5 a naopak). Na pozícii H_1 môžu byť tieto číslice: 0, 1, 2. Na pozícii H_2 môžu byť tieto: 0, 1, 2, 5. Ak je na H_1 číslica 0, tak na H_2 môžu byť 0, 1, 2, 5 (4 možnosti), toľko isto možností je, ak je na H_1 číslica 1. Ak tam však je 2, tak sú len 3 možnosti, lebo 25 hodín nikdy nenastane. To je spolu *3+4+4 = 11* možností. Teraz nám už iba zostáva zistiť, koľko možností môžme mať na pozíciách M_1M_2. Na začiatku sme si všimli, že M_1 sa zobrazí do H_2 a M_2 do H_1. To ale znamená, že na M_1M_2 môže byť práve toľko možností ako na H_1H_2. Teda na pozíciách hodín môže byť 11 rôznych časov a na pozíciách minút môže byť presne toľko časov, koľko môže byť na pozíciách hodín v zrkadle a tam môže byť práve toľko isto časov ako na normálnych hodinách (11). Teda každý z časov na pozíciách hodín môže byť na hodinách práve z každým jedným z časov na pozíciách minút. Čiže celkový počet zmysluplných časov je *11.11 = 121*. Na digitálnych hodinách môže nastať práve 121 zmysluplných časov.

Bodovanie: 1 bod som dával za správne pochopenie príkladu. Ďalší za určenie číslic, ktoré sú čitateľné aj v zrkadle. Za vylúčenie číslice 8 som dal ďalší bod. Potom sa už počet bodov líšil len v tom, koľko riešení sa vám podarilo nájsť. Veľakrát sa stalo, že ste omylom prehliadli nejakú možnosť napriek systematickému vypisovaniu, tak to som sthával len 0,5 bodu. Pekné boli úvahy typu: „Predpokladajme, že na hodinách je nastavený 24-hodinový mód.“☺ Na záver vás chcem upozorniť, že ak otázka znie „Koľko...?“ tak nás zaujíma počet riešení a nie, ktoré to sú. Preto ak vypíšete všetky možnosti a nenapíšete, koľko ich je, tak by to nemalo byť správne☹.

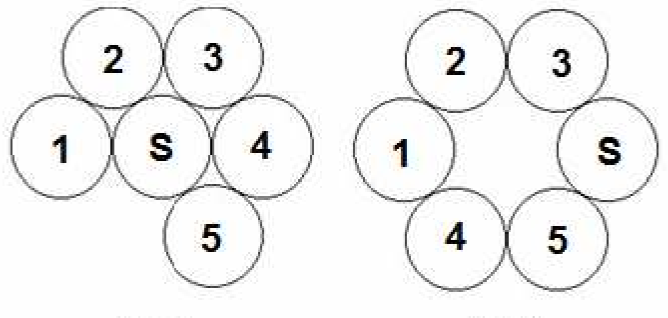
Príklad M2: Hmyz. *Opravoval Michal „Kesy“ Kesely.*

Po prečítaní zadania väčšine z Vás do očí bili dve podstatné veci – že pavúky nemajú krídla a že cikády a vážky majú po šesť nôh. Tak sa pozrime najprv na tie nohy. Keby každá z osemnástich potvor vo vitrínke mala 6 nôh, bolo by to spolu $18.6 = 108$ nôh. Lenže potvory majú spolu 118 nôh. To znamená, že 10 chýbajúcich nôh musia mať na svedomí pavúky, pretože ako jediné nemajú 6 nôh. Majú o dve viac, teda 8. Takže 10 zvyšných nôh musí mať na svedomí $10/(8-6) = 5$ pavúkov, pretože ich prvých 6 nôh sme zarátali už pri prvom odhade. Takže vo vitrínke máme 5 pavúkov.
Ostatných živočíchov je teda 13. Medzi týchto 13 živočíchov máme rozdeliť 20 párov krídel (využívame pritom to, že pavúky nemajú krídla). Urobíme tú istú fintu ako prvýkrát. Každý z dvoch zostávajúcich druhov má aspoň jeden pár krídel. Čo keby všetky kusy hmyzu mali práve jeden pár krídel? Potom by sme mali spolu 13 párov krídel. Do 20 nám ich ostáve ešte 7, preto práve sedem živočíchov má dva páry krídel (použijeme veľmi podobný argument ako v predchádzajúcom odstavci). To budú vážky. Zvyšných 6 kusov hmyzu teda budú cikády.
Ešte overíme správnosť nášho riešenia: $5+6+7 = 18$ kusov, $5.8+6.6+7.6 = 118$ nôh a $7.2+6.1 = 20$ párov krídel.
Vo vitrínke bolo 5 pavúkov, 7 vážok a 6 cikád.
Prosím, všimnite si, že náš postup udáva jednoznačné riešenie (to znamená, že vylučuje možnú existenciu iného riešenia).

Bodovanie: 2 body za správny výsledok, 2 body za postup a 1 bod za overenie správnosti výsledku. Pokiaľ jednoznačnosť výsledku vyplývala z postupu, tak sa ten bod rátal☺. Za chýbajúcu odpoveď som strhával 0,5 bodu.

Poznámka k riešeniam: Niektorým z Vás robilo prblém slovné spojenie „pár krídel“ a namiesto toho ho považovali za počet krídel (ale počítali ste s hmyzom, ktorý má páry krídel). Radšej si trikrát poriadne prečítať zadanie ako spraviť takúto zbytočnú chybu...

Príklad M3: Mince. *Opravoval Juro Pavlovič.*



Obr. 1 Obr. 2

Označme si krajné mince číslami a strednú písmenom „S“.
Po správnom pochopení zadania nebol veľký problém vyrobiť kruh na 5 ťahov – riešenie za 3 body.
S trochou porozmýšľania (v niektorých prípadoch možno skôr s trochou trpezlivosti alebo šťastia) sa dalo nájsť aj riešenie na 4 ťahy – 5-bodové.
Napríklad takéto: Najprv mincu 5 presuniem k minciam 3 a 4. Potom mincu 4 presuniem k minciam 1 a S. Potom mincu S presuniem k minciam 5 a 3. A nakoniec mincu 5 presuniem k minciam S a 4.
Toto je samozrejme iba jeden z možných 4-ťahových postupov. Určite ešte existuje zopár podobných.

Bodovanie: Za riešenie na 5 ťahov 3 body, za riešenie na 4 ťahy 5 bodov.

Príklad M4: Terč. *Opravovala Lucia „Lia“ Schoberová.*

Prvé zistenie, ktoré sa nám mohlo podariť vyvodiť je, že Dano nemohol k získaniu súčtu 100 trafiť stred, teda číslo 47, pretože zvyšok (53) sa z ostatných čísel nedal vytvoriť. Mohli vzniknúť iba tieto možnosti a tie nespĺňali podmienky: (za znamienkom rovnosti sú čísla, ktoré sú súčtom potrebným na doplnenie do celkového súčtu 100) $53-47 = 6$, $53-36 = 17$, $53-27 = 26$ s tromi šípkami nemožné, $53-9 = 44$, $53-5 = 48$. Podmienky nespĺňali, buď v počte jednotlivých hodov, alebo sa takýto súčet jednoducho z čísel na terči nedal vytvoriť.

(pokračovanie vzorového riešenia príkladu M4 na nasledujúcej strane)