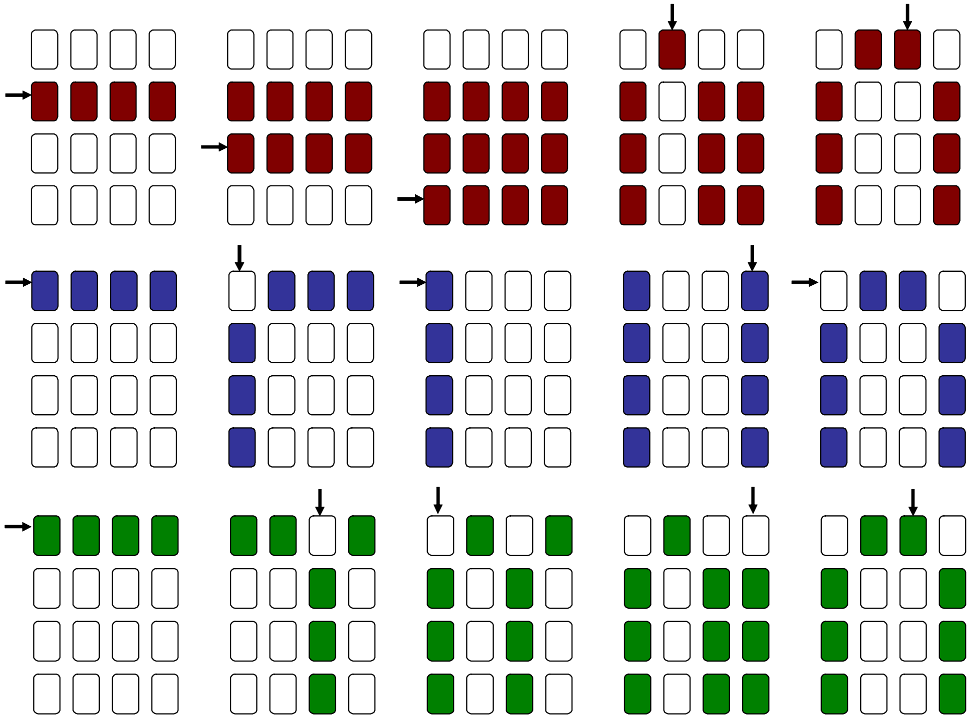
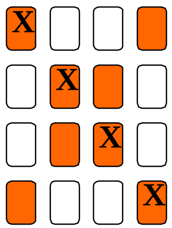


Čo zvyšné situácie? Skúšaním ste mohli prísť nato, že sa dajú dostať po štvrtom alebo šiestom ťahu, napríklad (uvádzam skrátený zápis, R=riadok, S=stĺpec) prvá: R1, R4, S2, S3, druhá: S1, S2, R3, R4, štvrtá: R1, R4, S1, S4. No na päť ťahov to akosi nikdy nejde.

Aby ste sa o tom ozaj presvedčili, nemusíte skúšať všetky možnosti (tých je pre 5 ťahov 32 768, čo by pri rýchlosti možnosť za minútu trvalo vyše 22 dní :), má to aj svoje zdôvodnenie. Komu to „vŕta v hlave“, tomu ponúkam pomôcku k prvej situácii zo zadania: Koľko ťahov je potrebných na otočenie kariet na vyznačených miestach? Čo by sa po ďalšom ťahu s niektorou z nich stalo?



Bodovanie: Za správnu odpoveď 2 body, za postup ako dospieť k tretej situácií 2 body, za vyjadrenie sa k ostatným situáciám 1 bod.

organizátor korešpondenčného seminára Pikomat

podporuje odborný rast organizátorov seminára

PIKOMAT

Vzorové riešenia 1. série, kategória 5-6

Príklad M1: Šachy. *Opravovala Evka Škrovinová.*

Každý hráč hral s každým, pričom každý hral 4 zápasy (sám so sebou hrať nemohol). To znamená, že sa spolu odohralo 10 zápasov (rozmyslite si prečo). Pri každom zápase sa prerozdelil práve jeden bod, takže dokopy za všetky zápasy sa udelilo 10 bodov.

Víťaz nemal žiadnu remízu a druhý nemal žiadnu prehru, preto víťaz prehral s druhým. Ostatné vyhral, lebo inak by nemal najviac bodov a remizovať nemohol (zo zadania). Dostal teda 3 body (0+1+1+1). Potom nám ešte ostalo 7 bodov, ktoré máme rozdeliť medzi štyroch hráčov tak, aby mali rôzny počet bodov. Na to existuje iba jediný spôsob, a síce rozdelenie 2,5; 2; 1,5 a 1 bod.

Presnejšie sú jednotlivé zápasy rozpísané v tabuľkách, existujú dva rôzne priebehy turnaja:

	A	B	C	D	E	súčet
A	x	0	1	1	1	3
B	1	x	0,5	0,5	0,5	2,5
C	0	0,5	x	**1**	**0,5**	2
D	0	0,5	**0**	x	**1**	1,5
E	0	0,5	**0,5**	**0**	x	1

	A	B	C	D	E	súčet
A	x	0	1	1	1	3
B	1	x	0,5	0,5	0,5	2,5
C	0	0,5	x	**0,5**	**1**	2
D	0	0,5	**0,5**	x	**0,5**	1,5
E	0	0,5	**0**	**0,5**	x	1

Bodovanie: Za správny výsledok 1 bod, za zistenie faktu, že prvý hráč prehral s druhým 1 bod, za vyrátanie celkového počtu zápasov a počtu zápasov na hráča 1 bod, 1 bod za presné prerozdelenie bodov medzi hráčov a 1 bod za vypísanie oboch možností priebehu turnaja.

Príklad M2: Múdry Vladko. *Opravoval Martin „Panda“ Svetlík.*

Toto bol ťažký príklad. Vladko videl panel s dvanástimi ľubovoľne svietiacimi kontrolkami, to znamená, že niektoré svietili a niektoré nie. Potom mu kolotočiari zaviazali oči a ľubovoľne zasvecovali a zhasínali kontrolky, pričom pri každej zmene stavu kontrolky to píplo. Keďže Vladko nevidel, ktoré kontrolky zhasínajú a ktoré rozsvecujú, a aj tak vedel, či zakrytá svieti, musel zrejme niečo zistiť z tých pípnutí (keďže iný vnem nemal). Ako to teda zistil? Keď počuje jedno pípnutie, buď sa jedna zasvieti, alebo jedna zhasne. Ak bol na začiatku párny počet zasvietených, tak teraz je nepárny, a naopak. Keď počuje dve pípnutia, tak buď sa dve zhasnú, dve zažnú, alebo jedna zhasne a jedna sa rozsvieti. Čiže ak bol na začiatku párny počet zhasnutých, tak je aj teraz, ak bol nepárny, tak je aj teraz. Keď počuje tretie pípnutie, tak po druhom vie, či je párny alebo nepárny počet, a zmení to. Čiže po každom pípnutí sa zmení parita (parita = či je číslo párne alebo nepárne). Čiže na začiatku mu stačí spočítať si, či je párny alebo nepárny počet zasvietených kontroliek, a na konci podľa počtu pípnutí vie, či má byť párny alebo nepárny. Keďže vidí 11 kontroliek, je mu jasné, aká musí byť dvanásta, aby bol ten počet párny alebo nepárny (podľa toho, aký má byť).

Bodovanie: Samozrejme, za správne riešenie s odôvodnením bolo 5 bodov. Podľa (ne)úplnosti odôvodnenia som body strhával. Tým, čo opisovali (bohužiaľ ich bolo viac, než som čakal), som delil body na polovicu. A musím smutne konštatovať, že vo väčšine prípadov to bolo 0 ÷ 2 = 0.

Komentár k riešeniam: Niektorí ste písali, že sa to nedá vyriešiť, lebo nemáme konkrétne údaje (počet pípnutí, počet svietiacich kontroliek...). Práve preto, že nie sú konkrétne údaje, je treba si to nejako zovšeobecniť pre všetky prípady. Samozrejme, rôznych kombinácií 12 kontroliek je veľa, a aj pípať mohli hocikoľko-krát, a preto sme hľadali nejaké spoločné vlastnosti. No a tou bola v tomto prípade parita...

Veľa z vás písalo, že Vladko videl svetlo presvitať cez kolotočiarovu ruku, alebo že tá kontrolka ak svietila, tak bola horúca. Toto samozrejme nie je správne riešenie a nemôžem ho uznať. Po prvé, išlo o to odhaliť v tom nejakú matematiku ☺ a po druhé, skúste rukou zakryť tú kontrolku na televízore, ktorá svieti, ak je zapnutý. Nie je ani horúca, ani svetlo nepresvitá cez ruku.

Príklad M3: Kornútiky. *Opravovala Jana „Nutelka“ Michalíková.*

1. Keďže modrá gulička musí byť pod kornútikom susediacim s tým, pod ktorým je červená gulička, máme dve možnosti - číslo 3 a číslo 5. Lenže pod kornútikom s číslom 5 musí byť biela gulička, a teda modrá gulička musí byť pod kornútikom s číslom 3.

2. Biela gulička nemôže byť pod kornútikom s číslom 6, lebo je pod kornútikom s číslom 5. Modrá a červená gulička tiež nemôžu byť pod kornútikom s číslom 6, pretože musia byť v kornútikoch vedľa seba a v jedinom susednom je biela gulička. Hnedá gulička tam tiež nemôže byť, keďže musí byť pod kornútikom s číslom nižším ako fialová a vyššie číslo v našom príklade už nemáme. Odpoveď teda je, že pod kornútikom s číslom 6 môže byť fialová a zelená gulička.

3. Fialová gulička musí byť pod kornútikom s vyšším číslom ako hnedá, teda máme dve možnosti - číslo 5 a číslo 6. Ale pod kornútikom s číslom 5 musí byť biela gulička, preto fialová gulička musí byť pod kornútikom s číslom 6.

Bodovanie: Správna odpoveď je v každej z častí za jeden bod. Odôvodnenie v častiach 1. a 3. za 0,5 bodu a v časti 2. za 1 bod.

Príklad M4: Pódium. *Opravovala Marta „Martuška DK“ Dravecká.*

Asi najväčším problémom v tomto príklade bolo označenie strán v trojuholníku. V zadaní sa spomína strana *c*. Podľa zaužívaného nepísaného pravidla sa ako strana *c* označuje najdlhšia strana pravouhlého trojuholníka. Keď ste príklad riešili len pre tento prípad (že *c* je najdlhšia strana a teda pri protiľahlom vrchole C je pravý uhol) a mali ste inak všetko správne, dala som vám plný počet bodov. Úplne správne riešenie by však malo vyzerať nejako takto:
Ak by pravý uhol tohto trojuholníka bol pri vrchole B, tak by výška na stranu *a* (kolmica na stranu *a* vedená z vrcholu A) bola vlastne stranou *c* a mala by byť dlhá *5cm*. V zadaní je však napísané, že *c=13cm*. Trojuholník, ktorý by spĺňal požiadavky zadania v tomto prípade neexistuje.
Skúsime zostrojiť trojuholník, ktorý by spĺňal podmienky, pričom pravý uhol by mal pri vrchole A. Skúste si kresliť obrázok popri čítaní nasledujúcich viet a uvidíte, kde nastane problém. Narysujme si priamku *p* na ktorej bude neskôr ležať strana *a*. Potom si narysujme kolmicu na túto priamku (teda výšku na stranu *a*) dlhú *5cm*. Označíme si bod A. Vieme, že úsečka AB, a teda strana *c*, má byť dlhá *13cm* a bod B zároveň ohraničuje stranu *a*. Narysujeme teda kružnicu z bodu A s polomerom *13cm*, a kde nám pretne priamku *p*, tam si označíme bod B. V bode A zostrojíme kolmicu na stranu *c* a kde nám pretne priamku *p*, tam si označíme bod C. Narysovali sme trojuholník, ale keď zmeriame dĺžky strán, zistíme, že pri tomto trojuholníku neplatí podmienka *a+b=17*cm. Tento súčet je o pár cm väčší, teda v tomto prípade hľadaný trojuholník opäť neexistuje.
Ak zostrojíme pravý uhol tohto trojuholníka pri bode C, uvažujeme nasledovne:
Pravý uhol v tomto trojuholníku zvierajú strany *a* a *b*, teda *b* je zároveň výškou na stranu *a*. Keď poznáme dĺžku *b* (*b=5cm*), hravo si pomocou rovnosti *a+b=17cm* dopočítame *a* (*a=17cm-5cm=12cm*). Keď poznáme dĺžku všetkých troch strán, zostrojíme si hľadaný trojuholník napríklad takýmto postupom:
Narysujeme si úsečku AB dlhú *13cm*. Zostrojíme kružnicu s polomerom *12cm* z bodu A a kružnicu s polomerom *5cm* z bodu B. Priesečník dvoch kružníc označíme C. Dostali sme trojuholník ABC, ktorý spĺňa všetky podmienky zo zadania.

Bodovanie: Za správnu odpoveď 3 body, za postup ku konštrukcií 0,5 bodu. Za zistenie toho, že strana *b* je to isté ako strana *a* bol 1 bod. Za výpočet dĺžjy strany *a* 0,5 bodu.

Príklad M5: Vladkove karty. *Opravovala Emília „Kami“ Miťková.*

Po piatom ťahu mohol Vladko dostať TRETIU situáciu. Postupov ako to mohol spraviť je veľa, tu sú 3 z vašich riešení: