

PIKOMAT

Vzorové riešenia 2. série, kategória 5-6

Zvolený riadok...	→	... po otočení.	ZMENA POČTU
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	→	<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Z 0 LD na 4 LD, teda + 4.
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	→	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Z 1 LD na 3 LD, teda + 2.
<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	→	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Z 1 LD na 3 LD, teda + 2.
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	→	<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Z 1 LD na 3 LD, teda + 2.
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	→	<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	Z 1 LD na 3 LD, teda + 2.
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	→	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Z 2 LD na 2 LD, teda 0.
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	→	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Z 2 LD na 2 LD, teda 0.
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	→	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	Z 2 LD na 2 LD, teda 0.
<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	→	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Z 2 LD na 2 LD, teda 0.
<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	→	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	Z 2 LD na 2 LD, teda 0.
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	→	<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	Z 2 LD na 2 LD, teda 0.
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	→	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Z 3 LD na 1 LD, teda - 2.
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	→	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	Z 3 LD na 1 LD, teda - 2.
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	→	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	Z 3 LD na 1 LD, teda - 2.
<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	→	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	Z 3 LD na 1 LD, teda - 2.
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	→	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	Z 4 LD na 0 LD, teda - 4.

Treba si ešte uvedomiť, že pri ťahu sa zmena počtu kariet otočených lícom nadol/nahor týka iba zvoleného riadku/stĺpca.

Nevieme, aké ťahy urobil cirkusant, koľko ich vlastne spravil a ani v akom poradí... Ale vieme, že v každom z týchto ťahov sa počet kariet otočených lícom nadol mohol zmeniť iba o +4, +2, 0, -2, -4. A pretože na začiatku bol tento počet 0, na konci to môže byť iba párne číslo. Hotovo.

Bodovanie: Mnohí ste sa „odvolali“ na skutočnosť, že to platí pre 4 x 4 pretože to platí pre „párne štvorce“. Ale keďže dôvod (prečo to pre tie párne štvorce platí) ste nenapísali, dostali ste iba okolo 1 bodu. Body 2 až 5 boli ďalej udeľované podľa úrovne zdôvodňovania.



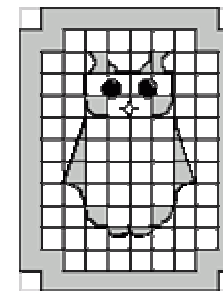
Príklad M1: Tombola. Opravoval Martin „Panda“ Svetlík.

Tento príklad bol pomerne jednoduchý. Začať sa dalo z rôznych koncov, najjednoduchšie bolo začať s najmenšími súčtami. Zeman má lósy so súčtom 4, tak musí mať jednoznačne čísla 1 a 3. Horský má mať súčet 7. Ten môže byť tvorený dvojicami 1 a 6, 2 a 5, alebo 3 a 4. Keďže však lósy 1 a 3 má Zeman, tak Horský má určite lósy 2 a 5. Lesak má mať súčet 11. To môže byť kombinácia 1 a 10, 2 a 9, 3 a 8, 4 a 7 alebo 5 a 6. Lósy 1, 2, 3, 5 však už majú iní súťažiaci, takže Lesak má 4 a 7. No a poslední dvaja súťažiaci, Lucan a Voda majú mať súčty 16 a 17. Z lósov, ktoré ostali (6, 8, 9, 10) sa tieto súčty dajú dostať jednoznačne - $16 = 6 + 10$ a $17 = 8 + 9$.

Teda súťažiaci majú tieto lósy: Zeman - 1 a 3, Horský - 2 a 5, Lesak 4 a 7, Lucan - 6 a 10, Voda - 8 a 9.

Bodovanie: Za úplne správne riešenie som dával (ako inak) 5 bodov, podľa (ne)úplnosti postupu a slovného komentára ste mohli stratiť až 3 body.

Príklad M2: Šapitó. Opravovala Marta „Martuška DK“ Dravecká.



Obrázok sovičky bol veľmi pekný v tom, že okrajové časti (časti sovičky vymalované na sivo) sa dali popresúvať tak, aby tvorili celé štvorčeky. Celé štvorčeky tvoria: nožičky s ušami (spolu 2 štvorčeky), líca s čelom (tiež spolu 2 štvorčeky) a časti tesne nad nožičkami s časťami tesne pod krídlami (opäť 2 štvorčeky). Ľavé krídlo s pravým spolu tvoria 3 štvorčeky. Keď k týmto pripočítame zvyšných 24 celých štvorčekov, vyjde nám:

$2 + 2 + 2 + 3 + 24 = 33$. Sovička má plochu 33 štvorčekov a teda na jej vyfarbenie sa použilo 33 túb špeciálnej farby.

Bodovanie: Za správny výsledok som dávala 2 body. Za postup ste mohli získať najviac 3 body z čoho 2 za zistenie, že neúplné časti sa dajú spájať a 1 za spájanie konkrétnych útvarov do štvorčekov. Za menšie chyby alebo chýbajúce časti postupu som strhávala 0,2 až 0,5 bodov.

Príklad M3: Dedičstvo. Opravovala Lucia „Lia“ Schoberová.

Prvý syn dostal polovicu majetku (M), ale keďže to bolo bez 3000 dukátov, tak tam samozrejme chýbali... $1/2 M - 3000$
Druhý syn dostal tretinu majetku bez 1000 dukátov... $1/3 M - 1000$
Tretí syn dostal štvrtinu majetku... $1/4 M$
Štvrtý syn dostal... $1/5 M + 600$

Keď si sčítame prebytočné hodnoty 3000 a 1000, ktoré sú zarátané navyše, tak dostaneme 4000 dukátov, ktoré vôbec nepatria k dedičstvu. Ale potom ešte posledný syn dostal pätinu majetku aj so 600 dukátmi, ktoré k dedičstvu patrili. Tých 600 dukátov musíme odčítať, aby sme dostali iba množstvo prebytočných $(4000 - 600) = 3400$ dukátov. Takto sme zistili, že máme v dedičstve zarátaných viac dukátov, ako bolo otcove dedičstvo. Preto je teraz potrebné zistiť, akú veľkú časť dedičstva máme zarátanú navyše a potom to priradiť k dukátom.

$1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 = 77/60$, ale je potrebné vybrať dedičstvo, čo je jedna celá, teda 60/60. Prebytočných je teda 17/60 dedičstva, ktoré zodpovedajú 3400 prebytočným dukátom. Z tohto kroku sa dá jednoducho vypočítať hodnota 1/60 dedičstva $(3400:17) = 200$ dukátov. Potom celé dedičstvo je $200 \cdot 60 = 12\,000$ dukátov.

Následne stačí vypočítať, koľko dukátov kto dostal:

1. syn: $12\,000/2 - 3000 = 3000$ dukátov
2. syn: $12\,000/3 - 1000 = 3000$ dukátov
3. syn: $12\,000/4 = 3000$ dukátov
4. syn: $12\,000/5 + 600 = 3000$ dukátov.

Bodovanie: Správna odpoveď bola za 2 body (za celkovú hodnotu dedičstva 1 bod a za rozdelenie dedičstva medzi synov tiež 1 bod), postup bol hodnotený 3 bodmi. Za riešenie nájdené skúšaním bolo 2,5 bodu.

Príklad M4: Domáca úloha. Opravoval Peter „Mitec“ Miško.

Väčšine z Vás sa príklad zdal pomerne ľahký, ale o to ho bolo ťažšie popísať. Pre lepšiu prehľadnosť nahradíme machule písmenami od A po K. Dala sa tiež použiť tabuľka 6x6 alebo šípky, prípadne celý súčin zakaždým rozpisat.

Na riešenia sa dalo prísť v podstate dvomi rôznymi spôsobmi, ktoré sa líšili len v hlavných krokoch.

Ktoré písmenka sme vedeli nahradiť hneď bez väčšieho

	A	1	5
x	3	B	2
	D	3	C
	3	F	2
	H	2	G
	1	K	8
	J	3	I

	A	1	5
x	3	B	2
	D	3	0
	3	F	2
	1	2	G
	1	K	8
	J	3	0

rozmyšľania? Písmenko C = 0, pretože poznám obe cifry činiteľov, ktoré ho vytvoria ($5 \cdot 2 = 10$ a 1 „mi ostane“). Keď násobíme ďalej, tak si môžeme overiť, že $2 \cdot 1 = 2$ a $2 + 1$ (prechod z predošlého súčinu) = 3. I je tiež $0 \cdot 3 + E = 3$. Čiže aj E musí byť 0. A keďže výsledok začína na číslicu 1, za písmenko H nemôžeme dosadiť nič iné ako 1. Veľa riešiteľov napísalo aj K = 5. Ale v tejto fáze riešenia ešte nevieme povedať, či nebudeme musieť pripočítať prechod zo súčtu F + G!

Podme teraz na 1. typ riešenia. Nevieme, čo sa skrýva pod písmenkami A a B, ale vieme, že B.5 sa končí na 0 (pozor, nerovná sa 0). B preto môžu byť iba číslice 0, 2, 4, 6 alebo 8. Ešte nevieme ale, ktorá z nich to bude. Tak podme skúsiť násobiť ďalej: B.1 + X sa má končiť na 2, kde X je prechod z predchádzajúceho súčinu. Urobme si tabuľku všetkých vyhovujúcich súčinov.

B	B.5	B.1 + prechod
0	0	0 + 0 = 0
2	10	2 + 1 = 3
4	20	4 + 2 = 6
6	30	6 + 3 = 9
8	40	8 + 4 = 12

Jediný súčin, ktorý sa končí na číslicu 2 je pre B = 8. Ak teraz budeme vedieť zistiť, čo sa ukrýva pod písmenkou A, hravo zistíme ostatné písmenka. Podľa riadku 3F20 vieme povedať, že súčin 8.A + prechod z predchádzajúceho súčinu musí začínať na 3. Jediný násobok čísla 8, ktorý sa začína na 3 je pre A = 4. Keďže $8 \cdot 1 + 4 = 12$ a „1 mi ostala“, $8 \cdot 4 + 1 = 33$ a teda

písmenko F = 3. Či už zo súčinov alebo podľa výsledku, ostatné písmená už vieme dopočítavať.

Uvedme si aj druhý spôsob. Vychádzame z rovnakej situácie, ako v prvom prípade. Za G vieme dosadiť 4, pretože $3 \cdot 1 + 1 = 4$ (1 „ostala“ zo súčinu $3 \cdot 5 = 15$). A bude určite 4, pretože je to jediné číslo vyhovujúce súčinu A.3 = 12. Teraz vieme dopočítavať písmenko D ($2 \cdot 4 = 8$) a potom za J vieme dosadiť 5. Tiež vieme nahradiť aj písmenko F, pretože $8 - 4 - 1 = 3$ (1 „ostala“ zo súčtu $8 + 2 + 5 = 15$). Teraz už nie je problém nahradiť ani písmeno K. $K = 2 + 3$ (z predchádzajúceho súčtu nemáme prechod). A teraz, keď už poznáme všetky písmenka okrem B-čka, vydelením ho vieme už bez ťažkostí zistiť (napríklad 158530:415).

Neboli to jediné spôsoby. Oba postupy sa dali napríklad do určitej miery kombinovať, ale boli aj iné.

Komentár k došlým riešeniam: Veľmi veľa z Vás (myslím, že viac ako polovica) má len 1 bod, pretože ste uviedli len výsledok. V korešpondenčných seminároch je potrebné a dôležité písať aj postup, nie preto, aby sme mali čo čítať:-) ale preto, aby sme vedeli zistiť, ako ste príklad riešili.

Bodovanie: Za správnu odpoveď som dával 1 bod. Za postup ste mohli dostať do 2-och bodov (za správnu následnosť krokov 1 bod a za popis, ako ste zistili, čo sa skrýva za písmenkami, 1 b). Za úplné odôvodnenie, čo skrývajú písmená A a B, boli 2 body (1 + 1).

Príklad M5: Vladkove karty. Opravovala Emília „Kami“ Mišková.

Na tejto úlohe si mnohí „vylámali svoje zúbky“, bola ozaj jedna z náročnejších... ale podme na to:-) Aby sa mi ľahšie písalo, nazvem ťahom (podobne ako v prvej sérii) zvolenie riadku/stĺpca a otočenie všetkých jeho kariet.

Ak si pozorne prečítame zadanie, zistíme, že tam vôbec nie je napísané, ktoré riadky/stĺpce si cirkusant zvolil, ani v akom poradí, ba dokonca tam nie je napísané, koľko vlastne ťahov spravil. Nezostáva nám teda nič iné, ako vyriešiť úlohu najvšeobecnejšie ako sa dá.

Zamyslime sa teraz nad tým, čo sa stane s konkrétnym riadkom (stĺpcom), keď si ho cirkusant zvolí a jeho karty otočí. Nasledujúca tabuľka je napísaná pre riadok (tabuľku pre stĺpec si vytvoríte sami!) a znázorňuje všetkých 16 možností, ako mohol riadok vyzeráť pred zvolením a ako sa v ňom pri otáčaní zmenil počet kariet lícom nadol (LD).