

organizátor korešpondenčného seminára



podporuje odborný rast organizátorov seminára

---

**Vzorové riešenia 3. série kategórie 5-6**
**Príklad M1: Ryby opravovala Michaela „Myšička“ Němcová**

Začneme tým, že draci blúdili podzemím viac ako týždeň, teda 8, 9, 10... a viac dní. Najviac mohli blúdiť, keby mali stále len zlý deň.  $53 \text{ rýb} : 5 \text{ rýb} = 10 \text{ dní}$  (zv.3). Sú preto 3 možnosti: 8, 9 alebo 10 dní. Každý deň ulovili nepárny počet rýb. Keďže súčtom rýb za každý deň chceme získať nepárne číslo (53 rýb) musíme ich sčítať nepárny počet (inak by nám vyšlo vždy párne číslo). Dní bolo teda 9, keďže je to jediné nepárne číslo z našich troch možností.

Každý deň ulovili najmenej 5 rýb, čo je za 9 dní spolu 45 rýb. Zostáva nám  $53 - 45 = 8$  rýb, ktorými musíme doplniť dni na dobré  $\overline{Do}$  (5+4 ryby) a obyčajné  $\overline{Ob}$  (5+2 ryby) dni. Musíme teda 8 rýb rozdeliť na skupiny po 2 a 4 rybách. Sú 3 možnosti:

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8 \quad (4 \overline{Ob})$$

$$4 + 4 = 8 \quad (2 \overline{Do})$$

$$2 + 2 + 4 = 8 \quad (1 \overline{Do} \text{ a } 2 \overline{Ob})$$

Draci teda mohli mať:

$$a) \quad 9 \text{ dní} - 4 \overline{Ob} = 5 \text{ zlých dní} \quad (\text{Skúška: } 4 \cdot 7 + 5 \cdot 5 = 53)$$

$$b) \quad 9 \text{ dní} - 2 \overline{Do} = 7 \text{ zlých dní} \quad (\text{Skúška: } 2 \cdot 9 + 7 \cdot 5 = 53)$$

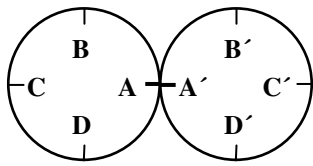
$$c) \quad 9 \text{ dní} - 2 \overline{Ob} - 1 \overline{Do} = 6 \text{ zlých dní} \quad (\text{Skúška } 2 \cdot 7 + 1 \cdot 9 + 6 \cdot 5 = 53)$$

Draci mali 5, 6 alebo 7 zlých dní.

**Bodovanie:** Za riešenia bolo 2,5 bodu, za postup a zdôvodnenie zvyšných 2,5 bodu. Zlé riešenia mali 2 body dole. Nikomu, kto počítal s tým, že museli mať aspoň jeden zlý, obyčajný aj dobrý deň a mal to napísané v riešení, som za to body nestrhávala.

---

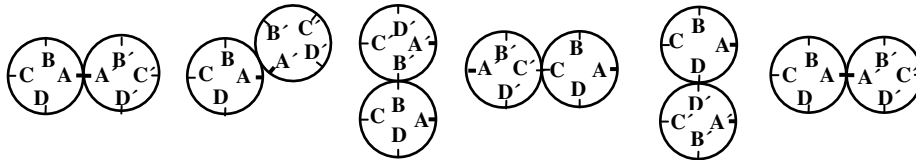
**Príklad M2: Kolieska opravoval Martin „Panda“ Svetlík**



Kolieska si nakreslíme ako rovnako veľké kružnice (čiže majú rovnaký polomer), ktoré sa v jednom bode dotýkajú. Aby sme si to lepšie znázornili, môžeme na ne vyznačiť zopár bodov, napríklad tie, ktoré delia kružnicu na štvrtiny. Jedným z týchto bodov sa dotýkajú na začiatku. Keďže vzdialenosť  $|AB|$  sa rovná  $|A'B'|$ , môžeme tvrdiť, že keď začneme kotúľať druhým kolieskom proti smeru hodinových ručičiek (to je jedno, ktorým smerom), tak bod B sa po chvíli bude dotýkať bodu B'. Keď budeme otáčať ďalej, dotkne sa bod C' bodu C. A nastala situácia, že body v kružnici, ktorou točíme sú znova v tej istej polohe, ako na začiatku, a koliesko sa teda otočilo okolo svojej osi. Keď budeme kotúľať ďalej, dotknú sa body D a D'. No a nakoniec sa znovu dotknú body A a A'. Vtedy budú znova body v tej istej pozícii ako na začiatku, a teda koliesko sa znovu otočilo okolo svojej osi. Čiže keď tým druhým budeme kotúľať po obvode prvého, otočí sa dvakrát okolo svojej osi.

Mnohí z vás si vyznačili bod, a kreslili, ako sa bude pohybovať, a nakreslili to aj správne, ale napriek tomu napísali, že sa otočí len raz...

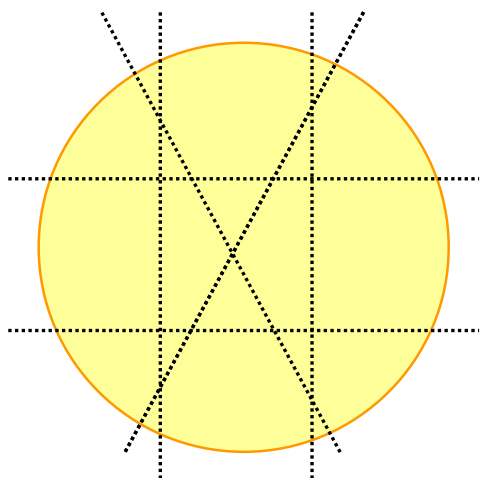
Inak výborne je to vidieť na minciach, ako si všimli niektorí riešitelia, ktorí si s nimi spravili pokus.



**Bodovanie:** Za správny výsledok – 2-krát – 1 bod. Za určenie si nejakého bodu a sledovanie jeho polohy vzhľadom na kružnicu – 2,5 bodu. Za slovný opis postupu (tzv. „komentár“ :-)) – 1,5 bodu.

---

**Príklad M3: Krájanie medovníkov opravovala Emília „Kami“ Vyslocká**



Bystríkovi a Evženovi sa nepozdávalo predavačovo krájanie. Keďže rezal vždy len po jednom kuse, potreboval na narezanie 20-tich kúskov až 19 rezov (napríklad pri rezaní na „pásy“). Pozrime sa na návrhy dráčikov bližšie:

Bystrík (viacero rovných rezov bez pohybovania kúskov):

Stačí 6 vhodne zvolených rezov, ako vidíte na obrázku. Prečo ale 5 nestačí? Ak chceme získať čo najviac kúskov, musí rez pretnúť čo najviac predchádzajúcich rezov. Snažme sa teraz získať čo najviac kúskov jednotlivými rezmi. Po prvom reze budeme mať 2 kúsky, druhým rezom pretneme 1 rez a získame 2 kúsky, tretím rezom pretneme 2 rezy a získame 3 kúsky, štvrtým rezom pretneme 3 rezy a získame 4 kúsky, piatim rezom pretneme 4 rezy a získame 5 kúskov. Teda ak sa budeme čo najviac snažiť, piatimi rezmi získame najviac  $2+2+3+4+5=16$  kúskov. My ale potrebujeme 20, teda 5 rezov určite nestačí.

Evžen (s premiestňovaním kúskov):

Najviac kúskov získame, ak každým rezom prerežeme každý kúsok. (Uložíme ich na seba alebo do radu za seba.) Počet kúskov sa teda každým rezom bude zdvojnásobovať. Po prvom prerezaní budeme mať 2 kúsky, po druhom 4 kúsky, po treťom 8 kúskov, po štvrtom 16 kúskov. My potrebujeme 20, teda stačí niektoré štyri kúsky jedným (= piatym) rezom rozrezať.

**Bodovanie:**

Bystríkova časť: 6 rezov a vysvetlenie, že 5 nestačí – 2,5 bodu, 6 rezov bez vysvetlenia – 2 body, 7 rezov – 1,5 bodu, 10 rezov – 1 bod, viac rezov – 0,5 bodu.

Evženova časť: 5 rezov a vysvetlenie, že 4 nestačia – 2,5 bodu, 5 rezov bez vysvetlenia – 2 body, 6 rezov – 1,5 bodu, 7 rezov – 1 bod, viac rezov – 0,5 bodu.

---

---

**Príklad M4: Dračie príbytky opravovala Alexandra „Sašenka“ Podolová**

Najprv si určíme, aké ďalšie byty sú na Bystríkovom aj Evženovom poschodí. Zistíme ich tak, že si určíme najbližší vyšší násobok čísla 4. U čísla 83 to je číslo 84. Čiže na Bystríkovom poschodí sú byty s číslami 84, 83, 82 a 81, lebo na každom poschodí sú len 4 byty. Pri čísle 169 je najbližší vyšší násobok čísla 4 číslo 172. Čiže na Evženovom poschodí sú byty s číslami 172, 171, 170 a 169. Teraz si vypočítame, na koľkom poschodí by obaja bývali, keby boli všetky vchody na sebe, čiže by to bol jeden vysokánsky vchod. To vypočítame tak, že vydáme najvyššie číslo na tom poschodí číslom 4. Čiže Bystrík býva na  $84:4=21$  poschodí. Evžen býva na  $172:4=43$  poschodí. Teraz zistíme, koľko poschodí je pred Bystríkovým a Evženovým vchodom. Zistíme to tak, že odpočítame 5 v Bystríkovom (býva na 5. poschodí) a 3 v Evženovom prípade (býva na 3. poschodí).  $21-5=16$ , čiže vo vchodoch, ktoré sú pred Bystríkovým je dokopy 16 poschodí.  $43-3=40$ , čiže Pred Evženovým vchodom je dokopy 40 poschodí. A keďže vieme, že v každom vchode je rovnaký počet poschodí, tak musíme nájsť spoločného deliteľa pre tieto dve čísla. No musí byť väčší alebo rovnaký ako 5, lebo Bystrík býva na 5. poschodí. Delitele čísla 16 sú: 16, 8, 4, 2, 1 a delitele čísla 40 sú: 40, 20, 10, 8, 5, 4, 2, 1. Spoločné delitele sú: 8, 4, 2, 1. Väčšie alebo rovné 5 je len číslo 8. A to je výsledok. Dračí dom má 8 poschodí.

**Bodovanie:** 1 bod som strhla, ak chýbal postup, len slová „skúšal/-a som“ bez toho, aby som videla, čo ste skúšali, mi nestačia :-), ďalšieho 0,5 bodu som strhla za drobnejšie chyby.

---

---

**Príklad M5: Hlavoľam** opravoval Peter „5ko“ Dižo

1	2		
3	4	5	6
		7	8

Najskôr si uvedomíme, ktoré štvorčky nemôžeme odstrihnúť. V prvom rade sú to 4 a 5, pretože potom by sa nám hlavoľam rozpadol. A nemôžeme odstrihnúť ani dva štvorčky z tej istej polovice (polovice sú: 1,2,3,4 a 5,6,7,8), pretože potom by sme nedokázali poskladať opačnú polovicu (ostal by nám tam štvorec 2x2, a ten poskladať rozumne do priestoru nevieme). A všetky ostatne možnosti sú riešením tejto úlohy. Bystrík teda mohol odstrihnúť štvorčky 1 a 6, 1 a 7, 1 a 8, 2 a 6, 2 a 7, 2 a 8, 3 a 6, 3 a 7, 3 a 8. Spolu ich je 9. Bystrík teda nakreslil 9 útvarov.

**Bodovanie:** 0,5 bodu za každý správny útvar a 0,5 bodu za správnu odpoveď.

---

