Salik má 11 rokov, teda dostane 11 000 lumpíkov, X má 12 rokov, teda dostane 12 000 lumpíkov, Y má 14 rokov, teda dostane 14 000 lumpíkov, Mijuk má 18 rokov, teda dostane 18 000 lumpíkov, Katrena má 19 rokov, teda dostane 19 000 lumpíkov a Forin má 20 rokov a teda dostane 20 000 lumpíkov. (Katrena a Mijuk môžu byť aj vymenení).

Bodovanie: Za správnu odpoveď ste dostali 1,2b. Ak niekto napísal len to, koľko majú súrodenci rokov a nenapísal, koľko dostanú lumpíkov, dostal 0,6b. Za každý zlý počet lumpíkov vo výsledku som strhla 0,2b, a keď niekto lumpíky nepriradil k menám, prišiel o 0,5 bodu. Ak ste dostatočne odôvodnili, prečo mal Salik 11 a Forin 20 rokov, dostali ste 1b. Podobne to bolo aj s odôvodnením veku X a Y (1b) a Mijuka a Katreny (tiež 1b). Ak bolo z vášho postupu jasné, že už neexistuje žiadne iné riešenie, získali ste zvyšných 0,8b. Spolu je to teda 5b. Niektorí ste si zle prečítali zadanie a neuvedomili si, že Katrena a Mijuk majú spolu 37 rokov (-3b), alebo všetci spolu majú 94 rokov (-4b), prípadne, že súrodencov bolo 6 (-4,5b).

Príklad M5: Slovné hádanky *opravoval Grigorij Griša Mesežnikov*

Poďme pekne slovo za slovom a hovorme si, čo vieme s určitosťou povedať o (ne)uhádnutých písmenkách. Prvé slovo je BALUT. 2 trafené písmenká môžu byť ktorékoľvek. Avšak už pri druhom slovíčku BALET vidíme, že počet uhádnutých písmeniek ostáva rovnaký, ale slovo sa odlišuje od predchádzajúceho o jedno písmeno a teda zaručene sme vylúčili U a E na 4. pozícii (ak si nie si istý, poriadne si to premysli!!!). Pokračujme: BAMET. Podobná úvaha: Uhádnuté písmenka sú 2 a od BALET sa odlišuje len o jedno - L => M a teda vylučujeme tieto z 3. pozície. A napokon pri slove SAMET sa nám zruší S a B na prvej pozícii. Hľadané písmená sú teda vo všetkých 4 slovách na 2. a 5. pozícii a sú to A a T. Pointou bolo ukázať, že pri "veľmi" podobných slovíčkach, ktoré sa od seba odlišujú len v jednom písmene sú trafené práve tie, ktoré sú spoločné pre všetky tieto slová. Prejdime k ďalšej trojici slov. FIKUS, FLUOR, PRUSY. Ako jeden riešiteľ veľmi správne poznamenal, hľadáme 3 písmená na správnych pozíciach z 5 uhádnutých v tejto trojici, čo (keďže táto trojica neobsahuje žiadne 3 rovnaké písmená na rovnakej pozícii) znamená, že na dvoch pozíciach budú totožné písmená a na jednej len jedno samo (popremýšľaj). Stačí sa dobre pozrieť na trojicu slov a vidíme, že F sa na prvej pozícii 2-krát opakuje, podobne U na tretej. No a na poslednej nezaplnenej 4. pozícii chýba už len S zo slova PRUSY. **Vedúci si teda myslel slovo FAUST**.

Komentár: Riešenia boli takmer všetky správne. Tentokrát sme tak netrvali aj na úplnom postupe, lebo nebol najjednoduchší; hlavné bolo, aby ste zistili myslené slovo. Ale pochvala patrí všetkým, ktorí sa popasovali s postupom (však oni vedia ktorí :-). Ak by ste náhodou nevedeli, čo znamená slovo FAUST, tak začnite čítať knihy od J. W. Goetheho (ale to až keď budete trochu starší ;-)

Bodovanie: 5 bodov za správne uvedené slovo s minimálnym postupom. 4 body len za slovo. 5 bodov + pochvala za správne riešenie s postupom. 5 bodov + obrovská pochvala za nejaký veľmi dobrý nápad v postupe. 2.5 bodov + obrovské pokarhanie za odpisovanie. 2 body za dobrý začatok a zlý koniec. 0 bodov za nesprávne riešenie.

F	A	U	S	T

PIKOMAT ,22. ročník šk. rok 2004/2005

organizátor korešpondenčného seminára

podporuje odborný rast organizátorov seminára

Vzorové riešenia 3. série zimnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: Čo s kupónmi *opravovala Miška Němcová*

Keďže detí bolo menej ako 8, musí ich výsledný počet byť 1,2,3,4,5,6 alebo 7. Najprv vylúčime možnosti, pre ktoré sa nám ľahko podarí nájsť čo i len jednu možnosť spravodlivého rozdelenia (jedna možnosť nám stačí, aby sme vedeli, že toľko ich určite nebolo- dané v zadaní)

1 dieťa- kúpi čokoľvek, nemusí sa deliť,
2 deti- kúpia 14 lízaniek, 14: 2 = 7 → môžu sa podeliť,
3 deti- kúpia 21 cukríkov, 21: 3 =7 → môžu sa podeliť,
7 detí- kúpia 7 čokolád, 7: 7 = 1 → môžu sa podeliť.

Ostali nám možnosti 6, 5, 4 deti:

Zapíšeme si do tabuľky, aký najmenší počet kupónov minie skupina na daný druh sladkostí, aby sa vedeli spravodlivo rozdeliť tak, aby mali pre každého jeden kus:

	Čokolády	Lízanky	Cukríky
6 detí	6 kupónov	3 kupóny	2 kupóny
5 detí	5 kupónov	5 kupónov	5 kupónov
4 deti	4 kupóny	2 kupóny	4 kupóny

Z čísel v každom riadku tabuľky musíme pre danú skupinu získať súčet 7 kupónov.
6 detí- 2+ 2+ 3 = 7, 4.3 cukríky = 12 cukríkov a 3.2 lízanky = 6 lízaniek → dá sa podeliť,
5 detí- máme možnosti len 5 kupónov, a keďže 7 nie je deliteľné 5, nedá sa vytvoriť taký súčet → nikdy sa nemôžu správne podeliť. 4 deti- máme možnosti 2 a 4 kupóny, keďže súčtom párnych čísel nikdy nevyjde nepárne číslo, nemôžeme získať súčet 7(nepárne číslo) → nikdy sa nemôžu správne podeliť. Pri stánku mohlo stáť 4 alebo 5 detí.

Bodovanie: 1,5b – postup a úplné správne riešenie, 3,5b – úplné zdôvodnenie.

Poznámka: Toto riešenie platí, ak si museli minúť všetky zvyšné kupóny.

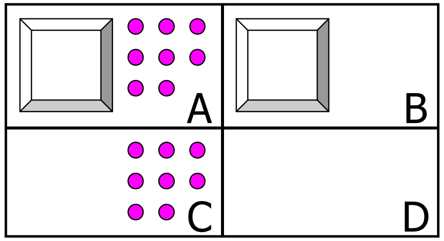
Ak niekto počítal že napr.: 4 deti si vedia spravodlivo rozdeliť jednu čokoládu, alebo iné podobné delenie, tak mu za to neboli strhnuté body. Ak uvádzate hodnoty v tabuľke, je potrebné tabuľku aj popísať.

Príklad M2: Kachličkára a mačoriedky *opravovala Kami Vyslocká*

Najprv si musíme pozorne prečítať zadanie a uvedomiť si, že máme vlastne štyri rôzne skupiny detí:

- Doobeda ísť ku kachličkárovi a poobede ísť zbierať mačoriedky – označme si počet týchto detí A.
- Doobeda ísť ku kachličkárovi a poobede oddychovať v tábore – označme si počet týchto detí B.
- Doobeda oddychovať v tábore a poobede ísť zbierať mačoriedky – označme si počet týchto detí C.

- Celý deň zostať oddychovať v tábore – označme si počet týchto detí D.



V zadaní sa píše: *„Iba na mačoriedky plánovalo ísť o tri deti menej, ako bolo tých detí, čo nechceli ísť ku kachličkárovi.“* Ak sa pozrieme na obrázok, môžeme si všimnúť, že to vlastne znamená: C = C + D – 3. Preto **D = 3**. Celý deň zostať oddychovať v tábore chceli tri deti.

Ďalšia veta zo zadania: *„Tých, čo nechceli ísť na mačoriedky, bolo o jedného viac ako všetkých tých, čo chceli ísť navštíviť kachličkára.“* Opäť po pohľade na obrázok si môžeme všimnúť, že je to vlastne: B + D = A + B + 1. Preto D = A + 1. Keďže D = 3, tak **A = 2**. Doobeda ísť ku kachličkárovi a poobede ísť zbierať mačoriedky chceli dve deti.

Ďalej: *„Ísť navštíviť kachličkára a poobede oddychovať chcelo dvakrát viac detí, ako bolo tých, čo chceli ísť aj ku kachličkárovi, aj na mačoriedky.“* Teda vlastne **B =** 2.A **B = 4**. Doobeda ísť ku kachličkárovi a poobede oddychovať v tábore chceli štyri deti.

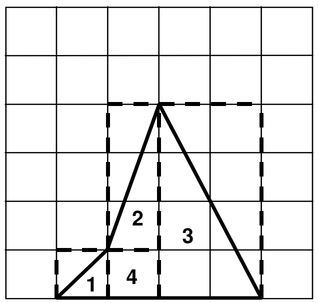
A na záver: *„Výletu na mačoriedky sa chcelo zúčastniť štyrikrát viac detí, ako tých, čo chceli byť celý deň v tábore.“* Odtiaľ vieme: A + C = 4.D = 12, 2 + C = 12, preto **C = 10**. Doobeda oddychovať v tábore a poobede ísť zbierať mačoriedky chcelo 10 detí.

Bodovanie: Za správne riešenie boli 2 body, zvyšné 3 body bolo za postup a zdôvodnenie. Ak ste úlohu riešili pomocou rovníc, ale nenapísali ste, ako ich dostali, strhla som 0,5 bodu. Za nesprávne riešenia bolo 0,5 – 1 bod podľa postupu.

Príklad M3: Kachličku pre Luu *opravoval Feri Duračinský*

Výsledkom tejto úlohy bolo nájdenie kachličky s obsahom 7cm^2. Možností bolo veľa, napríklad tie na obrázkoch. Nestačilo však nakresliť len obrázok, ale bolo treba aj ukázať, ako ste zistili obsah štvoruholníka.

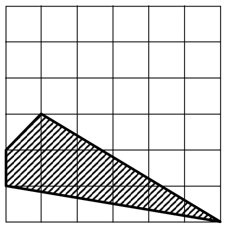
Pritom ste nesmeli zabudnúť na podmienky, ktoré boli dané v zadaní: žiadne dve strany nesmú byť rovnobežné, ani kolmé. Ak sú strany na seba kolmé, neznamená to ešte, že musia byť susediace. Ďalšou podmienkou bolo, že vrcholy musia ležať na mrežových bodoch. Mrežové body sú všetky body štvorcovej siete, teda aj body na jej okraji. Na obrázku 1 je príklad kachličky s odvodením jej obsahu:



obrázok 1

1 → (1 cm × 1 cm) : 2 = 0,5 cm^2
2 → (3 cm × 1 cm) : 2 = 1,5 cm^2
3 → (4 cm × 2 cm) : 2 = 4 cm^2
4 → (1 cm × 1 cm) = 1 cm^2

Celkový obsah štvoruholníka potom je: **1 + 2 + 3 + 4 → 0,5 cm^2 + 1,5 cm^2 + 4 cm^2 + 1 cm^2 = 7 cm^2**



obrázok 2

Na obrázku 2 je pre ilustráciu aj iný príklad, ako mohla vyzerať kachlička pre Luu.

Bodovanie: Za obrázok som dával 3b a za výpočet obsahu 2b. 0,5b až 1,5b som strhával, ak boli dve nesusediace strany na seba kolmé. Pokiaľ ste mali viac riešení, ale jedno bolo nesprávne, strhol som vám 0,2b.

Príklad M4: Salikove dedičtvo *opravovala Lucka Ambrošová*

Vieme, že súrodencov bolo 6 a rozdiel medzi najmladším (Salikom = S) a najstarším (Forinom = F) je 9 rokov. Ďalej vieme, že dvaja z nich sa volajú Mijuk (M) a Katrena (K) a sú tam ešte dvaja, ktorých mená nepoznáme (X,Y).

Nevieme, kto z detí X, Y, M a K je najstarší, takže ich zatiaľ nevieme usporiadať podľa veku. Vieme však, že všetci sú starší ako Salik, a teda ich veky vieme vyjadriť pomocou veku Salika: X = S + x, Y = S + y, M = S + m, K = S + k, F = S + 9. Spolu majú všetci 94 rokov: S + M + K + X + Y + F = 94, a teda S + S + m + S + k + S + x + S + y + S + 9 = 94. Potom 6S + m + k + x + y + 9 = 94. Súčet čísel m + k + x + y + 9 si označíme písmenom N, aby to bolo prehľadnejšie: 6S + N = 94. Čísla m, k, x a y musia byť väčšie ako 0 a menšie ako 9, teda to môžu byť čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8. Zároveň vieme, že žiadne dve z nich nie sú rovnaké. Najmenšie možné N je 1 + 2 + 3 + 4 + 9 = 19 a najväčšie 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35. Teraz si upravíme rovnicu 6S + N = 94 do tvaru: <u>94 – N = 6S</u>. Po tejto úprave je pekne vidieť, že číslo 94 - N musí byť deliteľné 6.

Spravíme si tabuľku pre 19 < N < 35:

N	**6S**	**S**	**F** (S+9)
22	72	12	21
28	66	11	20
34	60	10	19

Vieme, že Katrena a Mijuk majú spolu 37 rokov: M + K = 37. Po dosadení dostaneme, že S + m + S + k = 37 a po úprave <u>37 – 2S = m + k</u>.

Pridáme si teda do tabuľky aj súčet m + k:

N	**6S**	**S**	**F**	**m+k** (37-2S)
22	72	12	21	13
28	66	11	20	15
34	60	10	19	17

Ak by m + k bolo 17, potom m a k môžu byť tieto dvojice: 9 a 8, 10 a 7, 11 a 6, 12 a 5, ... Vidíme, že neexistuje dvojica, kde by obe čísla boli menšie ako 9, takže S = 10 nie je riešenie. Teraz už poznáme všetky hodnoty okrem x a y. Tie vieme tiež vypočítať, lebo m + k + x + y + 9 = N, a teda <u>x + y = N – 9 – k – m</u>.

N	**6S**	**S**	**F**	**m+k**	**x+y** (N-9-k-m)
22	72	12	21	13	0
28	66	11	20	15	4

Je jasné, že x + y nemôže byť 0, pretože obe majú byť väčšie ako 1, takže prvý prípad nemôže nastať. Jediná možnosť, čo nám zostala je taká, keď Salik má **11** rokov a Forin **20**. Vieme, že čísla m a k musia byť menšie ako 9 a preto jediná možnosť pre súčet 15 je 7 + 8. Katrena a Mijuk majú teda **18** a **19** rokov. Zostali nám ešte X a Y. Súčet x + y má byť 4, preto dvojice x a y môžu byť nasledovné: 2 a 2, 3 a 1, 4 a 0. To sú všetky možnosti, ale tieto čísla majú byť rozdielne, takže dvojica 2 a 2 neprichádza do úvahy a zároveň musia byť väčšie ako 0, takže ani možnosť 4 a 0 to byť nemôže. Ostala nám dvojica 3 a 1, čiže X a Y majú **12** a **14** rokov.