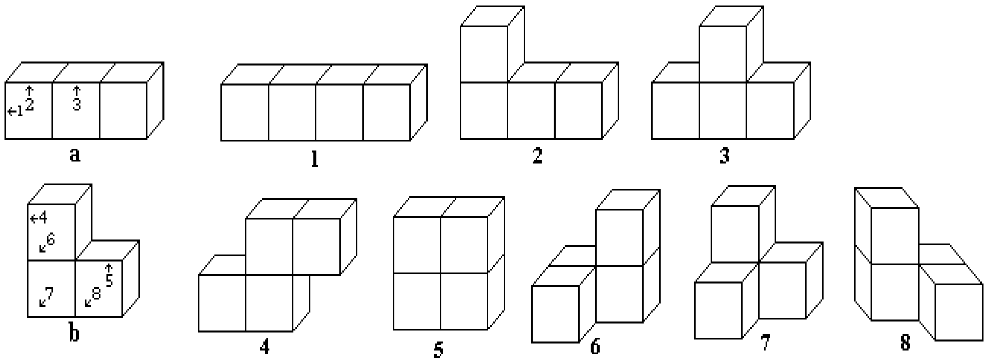
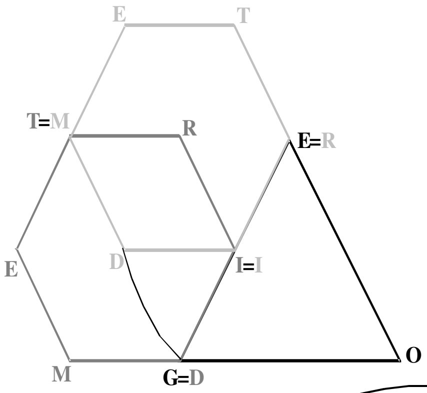
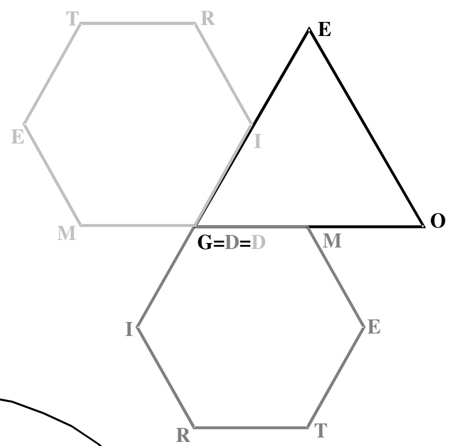
Bodovanie: 5 bodov tomu, kto našiel a nakreslil všetkých osem útvarov. Za 1 chýbajúci útvar 0.5 b dolu. Za 2 chýbajúce (alebo 2 naviac) to bol 1 bod dolu. Za 3 chýbajúce 2 body dolu, a za 4 alebo 5 chýbajúcich útvarov išli 3 body dolu.



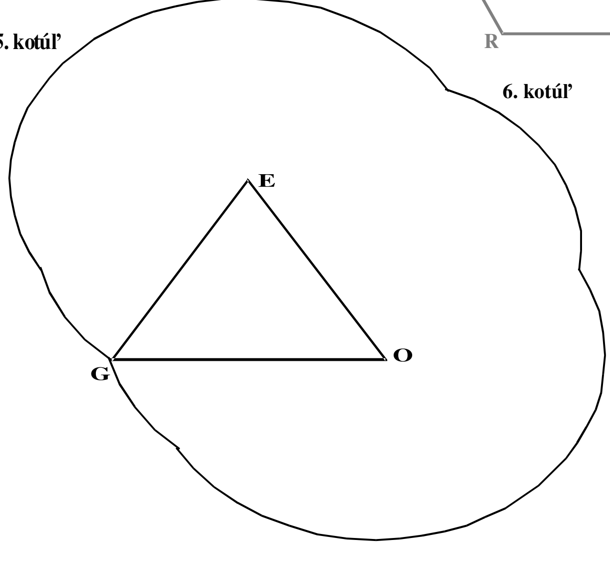


5. kotúľ



6. kotúľ

Zvyšné obrázky
k príkladu M4



výsledná dráha

Vzorové riešenia 1. série letnej časti kategórie 5-6

organizátor korešpondenčného seminára

podporuje odborný rast organizátorov seminára

Príklad M1: Janka a Marienku *opravovala Kami Vyslocká*

Takže pôjdeme pekne po poriadku, podľa zadania. Aby sme sa nezamotali, tak si označíme poradové číslo dňa narodenia D a poradové číslo mesiaca narodenia M. Vek bude V. Zapíšeme si do tabuľky, čo sa s číslami vlastne deje:

»Násob stomi poradové číslo mesiaca, v ktorom si sa narodila.«	100 x M
»Pripočítaj k tomu poradové číslo dňa, v ktorý si sa narodila.«	(100 x M) + D
» Výsledok vynásob dvoma.«	2 x (100 x M + D) = = (100 x M + D) + (100 x M + D) = 200 x M + 2 x D
» Pripočítaj osem.«	200 x M + 2 x D + 8
» Násob piatimi.«	(200 x M + 2 x D + 8) + (200 x M + 2 x D + 8) + (200 x M + 2 x D + 8) + (200 x M + 2 x D + 8) + (200 x M + 2 x D + 8) = 1000 x M + 10 x D + 40
» Pripočítaj štyri.«	1000 x M + 10 x D + 44
» Násob desiatimi.«	10000 x M + 100 x D + 440
» Pripočítaj 4.«	10000 x M + 100 x D + 444
» Pripočítaj svoj terajší vek.«	10000 x M + 100 x D + V + 444

Teda nakonci dostávame číslo 10000 x M + 100 x D + V + 444. Ide nám o to, či z tohto čísla vieme presne zistiť, čomu sa rovná M, D a V. Skúsime odpočítať 444... Dostaneme 10000 x M + 100 x D + V. A z toho už vieme jednoznačne zistiť M, D a V ? (Neprezradím, toto už nechám na zamyslenie pre vaše hlávky...).
Vrátime sa ale k našej známej rozhnevanej Marienke. Jej číslo vyšlo 121554. Po odrátaní 444 dostávame 10000 x M + 100 x D + V = 121110. Súčin 10000 x M určite »končí« 0000 a teda neovplyvní cifry na mieste tisícok, stovák, desiatok a jednotiek v 121110. Teda koncové štvorčíslie 1110 má »na svedomí« len 100 x D + V. Ešte sa ale musíme uistiť, či 100 x D + V nemôže ovplyvniť miesto desaťtisícok v súčte 121110. Stačí si uvedomiť, že D je poradové číslo dňa a V je vek Marienky a je nám jasné, že 100 x D + V nebude väčšie ako 9999. Teda 10000 x M bude 120000 a 100 x D + V bude 1110. ÁÁÁ zistili sme M! M = 12. Ešte potrebujeme vylúskať D a V z rovnice 100 x D + V = 1110. Súčin 100 x D zrejme neovplyvní miesta desiatok a jednotiek v 100 x D + V. A číslo V (keďže to je vek Marienky) neovplyvní miesto stoviek v 100 x D + V. Preto 100 x D bude 1100 a V bude 10. Marienka má desať rokov a narodeniny má 11. decembra. ☺

Bodovanie: Za zistenie Marienkiných údajov bolo 0-2 body, zvyšné 0-3 body za vysvetlenie, ako to celé funguje.

Príklad M2: Lesodivná liga *opravoval Matej Bendži Bendžala*

Úlohou bolo zistiť výsledky jednotlivých zápasov v lige. Hrali štyri družstvá, každé s každým práve raz, zápasov bolo teda šesť. Úlohu bolo možné riešiť viacerými spôsobmi, s rovnakým výsledkom, pretože sa môže začať odvodzovať poznatky z viacerých údajov v zadaní. Jedna z možností:
Vieme, že Riečne víly (RV) mali celkové skóre 0:2, teda nedali vo všetkých zápasoch spolu ani jeden gól a dostali spolu dva góli. Ďalej vieme, že dva krát remizovali a len jeden raz prehrali. Remizovať, ak nedali ani v jednom zápase jediný gól, mohli iba so skóre zápasu 0:0 a ostávajú ešte dva góli, ktoré dostali, teda prehrali 2:0, zatiaľ nevieme s kým RV tieto zápasi hrali, to zistíme ďalej. RV prehrali zápas 0:2. Dva góli spolu v celej lige dali len Lesní muži (LM) a Trpaslíci (T), ale keďže LM nevyhrali ani jeden zápas, nemohli to byť oni, kto vyhral nad RV, ostáva teda jediná možnosť: **T vyhrali nad RV 2:0**. RV hrali s každým práve jeden zápas, neznáme ostávajú dve remízy obe po 0:0, je teda jasné, že **RV s LM aj s Divožienkami (D) remizovali 0:0**, lebo iná možnosť nie je. Ostávajú dva neznáme zápasy D (poznáme remízu s RV) – jedna prehra a jedna výhra s celkovým skóre 1:2. Ak dali len jeden gól, muselo tak byť pri výhre a nemohli súčasne pri tejto výhra ani jeden gól dostať, teda jeden zápas musel skončiť pre D víťazne 1:0 a druhý prehrou 0:2. Ako možný súperi v týchto zápasoch sú LM a T (výsledok zápasu s RV už poznáme). LM ani raz nevyhrali, preto museli s D prehrať (D

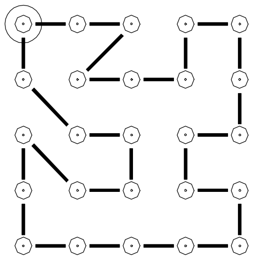
remizovali len raz – s RV) a druhý zápas teda ostáva pre T, teda **D prehrali s T 0:2 a vyhrali nad LM 1:0**. Ostáva už len posledný, šiesty zápas, T proti LM, jeho výsledok sa ľahko určí spočítaním gólov ktoré dali a dostali T alebo LM v ostatných zápasoch, a potom rozdiel tohto súčtu a celkového skóre zo zadania je výsledok zápasu, teda **T-LM 2:2**.

	trpaslíci	divožienky	lesní muži	riečne víly
trpaslíci	x	2:0	2:2	2:0
divožienky	x	x	1:0	0:0
lesní muži	x	x	x	0:0
riečne víly	x	x	x	x

Bodovanie: 5 bodov za správny výsledok s popísaním a odôvodnením jednotlivých krokov, ako boli výsledky získavané (postup riešenia), z 5 bodov boli odpočítané body za chyby vo výsledkoch alo čiastočne nesprávny alebo neúplný postup; primerane rozsahu chýb alebo neúplnosti postupu, 1 bod za správny výsledok bez postupu riešenia.

Príklad M3: Ohnivý mužíček *opravoval Lubor Illek*

Označme stĺpce číslami od 1 do 5 a riadky písmenami od A po E (čiže štart je A1 a pravý dolný roh je E5). Tie mostíky, po ktorých musí mužíček prejsť vždy (t.j. pri ľubovoľnej ceste spĺňajúcej zadanie) nazvime „povinné“ mostíky, „zakázané“ mostíky nech sú tie, po ktorých mužíček ak prejde, už nemôže obísť všetky sviečky. **Pravidlo 1** (skrátene P1): Ak má sviečka pri sebe iba 2 mostíky, obidva sú povinné. (Lebo jedným prídem a druhým odídem.) **Pravidlo 2** (skrátene P2): Ak sú pri sviečke 2 povinné mostíky, ostatné sú zakázané. (Lebo viem, že obidva povinné musím použiť – jedným prídem, druhým odídem, a teda nemôžem použiť iný mostík). **Pravidlo 3**: Z obrázku môžem zmazať zakázané mostíky a výsledok príkladu to nezmení. (Lebo viem, že ich aj tak nikdy nemôžem použiť). Keďže sviečka E2 má iba 2 mostíky, podľa P1 sú oba povinné. Rovnako je to s mostíkmi pri A1, A5, D1 a E5. Takto vzniknuté povinné mostíky spôsobia, že pri E1 mám už 2 povinné mostíky. Preto podľa P2 je tretí mostík E1-D2 zakázaný. Vidím, že pri D2 sú už iba 2 mostíky, sú teda (podľa P1) oba povinné. Ďalej viem (P2), že mostíky C1-B1 a C1-C2 sú zakázané. Potom pri C2 ostali (P1) už iba 2 povinné cesty. Takže viem, (P2) že B1-B2 je zakázaný. Teraz pozor: ak by sme niekedy prešli mostíkom E3-D3 dostali by sme sa do slučky (po povinných mostíkoch D3-D2-C1-D1-E1-E2-E3) – a z nej sa nedá ísť na žiadne iné sviečky, čiže nedá sa splniť zadanie. Preto nikdy nesmiem použiť E3-D3 a je teda zakázaný. Teraz však podľa P1 ostali pri E3 iba 2 povinné mostíky. Tým pádom (P2) sú zakázané E4-D4 a E4-D5. Pri D4 ostali (P1) už iba 2 povinné. Vieme (P2), že D5-C5 je zakázaný. Čiže (P1) pri C5 ostali iba 2 povinné mostíky. Podľa P2 sú teraz C4-D3, C4-B3, C4-B4 a B5-B4 zakázané. Tým ostali (P1) pri D3 iba 2 povinné mostíky. A tak (P2) je C3-B3 zakázaný. Pri B3 ostali (P1) iba 2 povinné mostíky a tak isto pri B4. Vidíme (P2), že A4-A3 je zakázaný. Preto (P1) ostali pri A3 iba 2 povinné mostíky. Na záver podľa P2 vidíme, že mostík B2-A2 je zakázaný. Povinné mostíky navyše tvoria prechod močiarom podľa zadania, a keďže všetky ostatné mostíky sú zakázané, viem, že iná možnosť nie je. Preto sú iba 2 cesty močiarom a to po nájdenom chodníku v opačných smeroch – jedna ak zo štartu na A2, druhá ak idem zo štartu na B1.

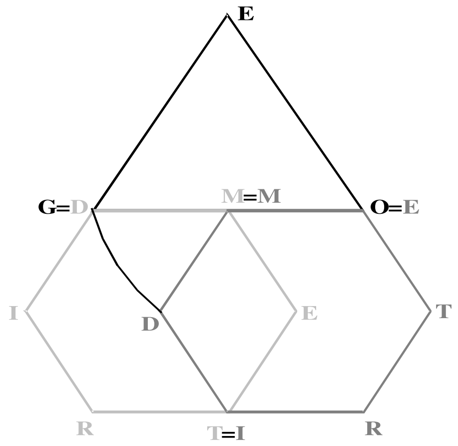


Bodovanie: za nájdenie iba „kostry“ riešenia 3,5 bodu, za konštatovanie, že ide o 2 riešenia 4 body, za dokázanie, že iných riešení nieto 5 bodov.

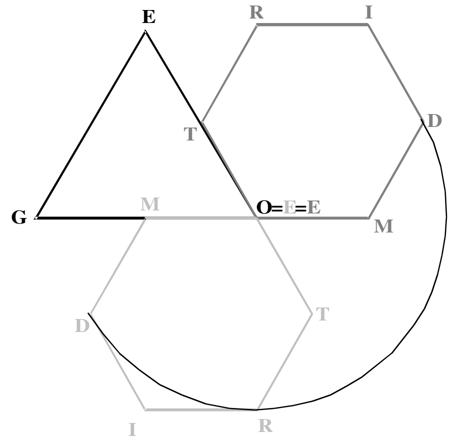
Príklad M4: Geometrid na vandrovke *opravovala Veronika X-ka Zelmanová*

METRID obehne okolo ΔGEO pomocou 6 kotúľancov alebo pootočení. Keď sa pretočí posledný 6 krát je METRID vo východzej (začiatočnej) polohe. Kotúľanec začína tým, že METRID sa dotýka trojuholníka jednou stranou a končí keď sa ΔGEO-a dotýka nasledujúcou stranou, počas neho sa METRID a ΔGEO dotýkajú len jedným bodom (napr. prvý kotúľanec začína tým, že šesťuholník sa ΔGEO-a dotýka stranou |DM|, počas neho sa dotýka iba bodom M a končí keď sa dotýkajú stranou |ME|) Počas jedného kotúľanca sa všetky body METRID-u pohybujú po časti kružnice, ktorá má stred v spoločnom bode trojuholníku a METRID-u, a jej polomer je vzdialenosť pohybujúceho sa bodu od spoločného bodu. Takže aj bod D sa pohybuje po cestičke ktorá je zložená s častí kružníc, aby sme ju mohli narysovať musíme zistiť ako sa bude bod D správať počas všetkých 6 kotúľancov. **1 kotúľanec:** METRID otáčame okolo bodu M, D sa pohybuje po kružnici so stredom v M a polomerom |DM|. **2 kotúľanec:** METRID otáčame okolo bodu E, D sa pohybuje po kružnici so stredom v E a polomerom |DE|. **3 kotúľanec:** METRID otáčame okolo bodu T, D sa pohybuje po kružnici so stredom v T a polomerom |DT|. **4 kotúľanec:** METRID otáčame okolo bodu R, D sa pohybuje po kružnici so stredom v R a polomerom |DR|**. 5 kotúľanec:** METRID otáčame okolo bodu I, D sa pohybuje po kružnici so stredom v I a polomerom |DI|. **6 kotúľanec:** METRID otáčame okolo bodu D, čiže bod D zostáva na tom istom mieste a METRID sa dostane do počiatočnej polohy. Celú cestu (dráhu) bodu D dostaneme, keď spojíme jeho dráhy, ktoré prešiel počas všetkých 6 kotúľancov.

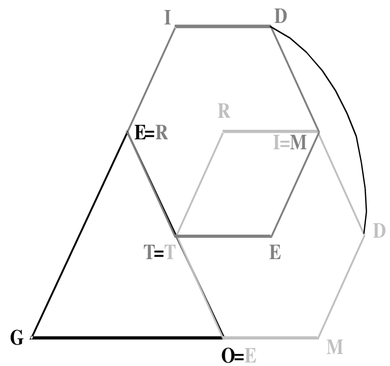
Bodovanie: Ak si nemal postup strhávala som 1 bod, ak si ho mal aspoň s časti, tak išlo dole len 0,5 bodu. Ak si nemal obrázok správne narysovaný, ale len načrtnutý, dostal si o 0,2 bodu menej. Ak si mal väčšinu dobre, ale nakoniec výsledok nebol celkom správny alebo si zabudol, že máš vyznačiť dráhu bodu D tak si dostal iba 3,5 bodu. Ak si iba vyznačil správne tie polohy, keď sa METRID dotýka trojuholníka celou stranou dostal si 2 body.



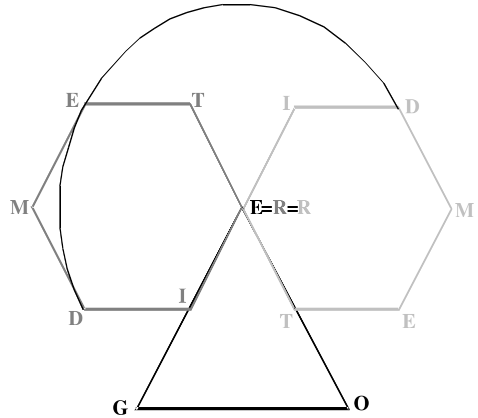
1. kotúľ



2. kotúľ



3. kotúľ



4. kotúľ

Príklad M5: Majstra tesára opravoval *Peter Comp Ambrož*

Všetkých možností, ako sa dá 4 kocky zložiť podľa zadania, je 8. Postupovať sa dá rôznymi spôsobmi. Ja začnem s tromi kockami, a budem k nim prikladať štvrtú. Tri kocky sa dajú uložiť len dvomi rôznymi spôsobmi, a to buď všetky 3 vedľa seba (obr. a), alebo „do rohu“ (obr. b). Teraz budem pridávať 4. kocku ku útvaru A. Keď pridám kocku na koniec, dostanem útvar 1. Keď položím kocku na hociktorú krajnú kocku, dostanem 2. útvar. Ak ju položím doprostred, dostanem 3. útvar. Tým som vyčerpal možnosti útvaru A. Obdobne postupujem aj pri útvare B, pridávanie kociek je zrejmé z obrázka. Útvary 4 a 5 vznikli priložením kociek zboku. Útvary 6, 7, 8 vznikli priložením kocky zvrchu. Pripomínam, že útvary 6 a 8 nie sú rovnaké, aj keď sa dosť podobajú. Často vám chýbal práve jeden z týchto dvoch.