Máme riešenie a keďže sme šli od najväčšieho možného čísla nadol, tak máme istotu, že stroskotanec mohol byť v jaskyni najdlhšie (od roku 1920) do roku 1998.

Rok	1920	1921	1922	1923	1924	1925	1926	1927	1928
Úplný cif. súčet	3	4	5	6	7	8	9	1	2

Rok	1929	1930	1931	1932	1933	1934	1935	1936	1937
Úplný cif. súčet	3	4	5	6	7	8	9	1	2

ďalej si určite viete urobiť tabuľku aj sami, pripájam ešte posledný riadok

Rok	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Úplný cif. súčet	3	4	5	6	7	8	9	1	2

Bodovanie: Ak ste nevysvetlili, prečo mohol byť stroskotanec v jaskyni najkratšie do roku 1925, stratili ste 1 bod. Za nedostatočné vysvetlenie 0,3 až 0,7 bodu dole. Ak chýbal výpočet (alebo nebolo jasné, ako výsledok vznikol) 0,5 bodu dole.

Príklad M6: Vyslobodenie *opravovala Anička Hanulová*

Pri tomto príklade asi dosť záležalo na vašej trpezlivosti, lebo všetci ste ho riešili v zásade skúšaním. Preto som bodovala iba výsledok, nie popis. Avšak mohli ste prísť o pol bodu, ak ste mali nakreslený obrázok a nemali ste k nemu vysvetlivky. Najlepšie riešenia boli také, pri ktorých iba dve políčka šachovnice neboli bránené nejakou soškou, a teda sa na ne musel postaviť Viktorkiin oco a jeden z jeho kamarátov. Mohli vyzerať napríklad takto (šachovnice majú síce normálne čierne a biele políčka, ale bude to prehľadnejšie, keď budú všetky biele):

S	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	S
•	•	•	•	•	•	•	•
•	×	•	•	•	•	•	•
•	•	•	S	•	•	•	•
•	•	•	•	S	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	×	•	•

Vysvetlivky:
S – políčko, na ktorom je socha
• - políčko, ktoré je bránené nejakou sochou
× - nebránené políčko

Zopár poznámok:

Ako vidíte, toto vzorové riešenie vyvracia teóriu, že pri najlepšom uložení by žiadne dve sochy nemali ležať na rovnakej uhlopriečke. Niektorí z vás si zamieňali funkciu oca a jeho priateľov s funkciou sochy. Sochy bránia všetky políčka v riadku, stĺpci a na uhlopriečkach, na ktorých ležia. Ale oco a jeho kamaráti sa majú iba postaviť na nebránené políčka, nemôžu brániť políčko, na ktorom nestoja. Zo zadania nie je jasné, koľko má Viktorkiin oco pri sebe kamarátov, ale ani to nie je potrebné vedieť. Nikde totiž nie je napísané, že sa na šachovnicu musia postaviť všetci, a zároveň môžete predpokladať, že ich bude dosť pri akomkoľvek riešení.

Bodovanie: 2 nebránené políčka...5 bodov, 3 nebránené políčka...4 body, 4 nebránené políčka...3 body, 5 nebránených políčok...2 body, viac nebránených políčok alebo nesprávne riešenie...1 bod a menej, ak ste mali nedostatočne alebo vôbec popísaný obrázok...- max. 0,5 bodu

Vzorové riešenia 3. série zimnej časti kategórie 5-6

organizátor korešpondenčného seminára

podporuje odborný rast organizátorov seminára

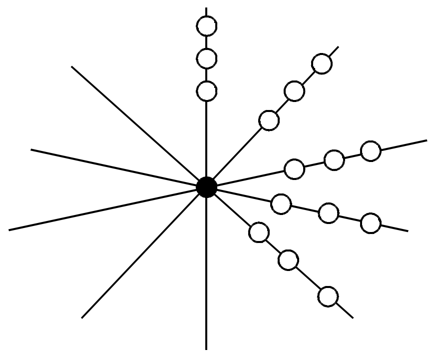
Príklad M1: Stvorenie sveta *opravoval Pavol PC Cvik*

Pozrime sa na to, čo sa stane, keď sa Boh s Osudom zaženú mačetou a rozkroja kocku. 2 steny ostanú celé, 4 budú rozkrojené, ale týmto rozkrojením sa ich celkový povrch nezmení. Pribudnú nám však dve steny, také isté ako boli steny pôvodnej kocky, jedna nad mačetou a druhá pod mačetou.(Zamysli si nad tým, prečo sa tak stane, nech krájame kdekoľvek.) Pôvodná kocka mala 6 stien, my máme povrch strojnásobiť, to znamená zväčší o dvojnásobok, takže potrebujeme pridať 12 takých istých stien ako má kocka na začiatku. Teraz keď vieme, čo sa stane pri každom reze a koľko stien potrebujeme pridať, tak jednoducho vyrátame, že potrebujeme 12:2=6 rezov. Takže Boh s Osudom rozrezali pôvodnú zem - kocku šiestimi rezmi na 7 kvádrov.

Bodovanie: Za správny výsledok 2 b. Za vysvetlenie 0-3 b. Pokiaľ ste našli riešenie iba pre jednu konkrétnu kocku, tak -1 b.

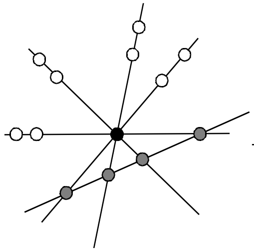
Príklad M2: Mesačný amulet *opravovala Michaela Němcová*

Amulet má obsahovať 5 priamok s ktorých každá má prechádzať 4 kamienkami, 5x4=20. Ale mi máme len 10 kamienkov, teda určite bude kamienkami prechádzať aj viac priamok. Keby bolo v jednom kamienku všetkých 5 priamok – potrebovali by sme ešte 5x3 kamienkov navyše, aby na každej priamke boli 4 kamienky. (viď obrázok 1). Ak by jedným kamienkom prechádzali 4 priamky, tak piata priamka môže ísť jedine cez všetky 4 priamky a potrebovali by sme 1+4+8 kamienkov = 13. (viď obrázok 2) Ak by jedným kamienkom prechádzali 3 priamky potrebujem 1+3+4+3 kamienkov = 11. (viď obrázok 3) Ak by boli v jednom kamienku 2 priamky, potrebujem minimálne 1+2+3+4 = 10 kamienkov (možností je viac). (viď obrázok 4) Priamky nemôžu byť rovnobežné, lebo tým stratíme možnosť preložiť kamienok na ich spoločný bod a museli by sme použiť 2 kamienky. Výsledný amulet teda budeme vytvárať tak že s jedného riadku presunieme 1 kamienok (zvyšné 4 už tvoria priamku) a z druhého 3 kamienky. Amulet môže vyzerať napríklad tak ako na obrázku 5.

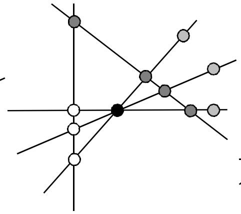


Obr. 1

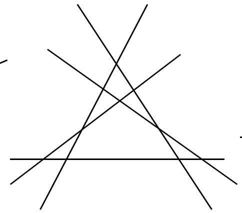
Bodovanie: 2,5 bodu za riešenie, 2,5 bodu za postup a zdôvodnenie.



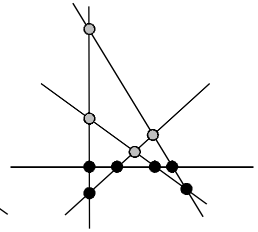
Obr. 2



Obr. 3

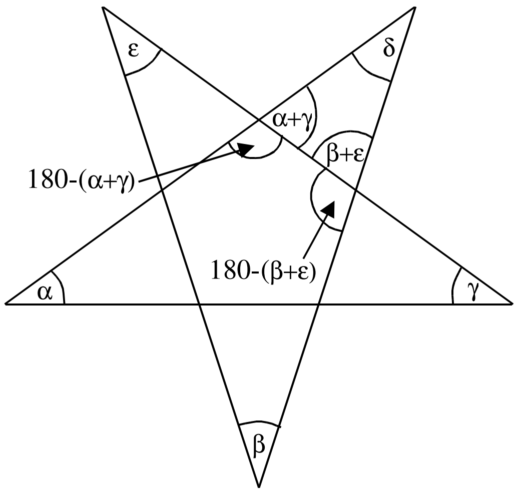


Obr. 4



Obr. 5

Príklad M3: Útek *opravoval Jožo Cibíček*



Úloha bola riešiteľná viacerými spôsobmi. Uvediem najskôr ten, ktorým to počítala väčšina z vás, ale nedokázala, že päťuholník v strede je naozaj pravidelný: Zo zadania vieme, že platí: $\alpha = \beta = \gamma = \delta = \varepsilon$. Ak si teraz vyjadríme z vnútorných trojuholníkov hviezdy uhly päťuholníka v strede, pomocou α, tak dostaneme, že všetky sú 180 - 2α, teda sú zhodné a päťuholník je pravidelný. Veľkosť vnútorného uhla pravidelný päťuholníka je (180*3) /5= 108° , a teda z ľubovoľného vnútorného trojuholníka obsahujúceho jeden vnútorný uhol päťuholníka a 2 uhly pri vrcholoch päťcípej hviezdy spätne dostávame: 180 = 2α + 108 odkiaľ α= 36° a súčet požadovaných uhlov je potom 5. 36= 180°.

Najelegantnejšie riešenie bez akéhokoľvek počítania je však takéto: vyjadrím si zvyšné uhly z dvoch vnútorných trojuholníkov (súčet uhlov v trojuholníku je 180°), a použitím susedných uhlov dostávam trojuholník v ktorom mám iba uhly $\alpha,\beta,\gamma,\delta,\varepsilon$ a teda ich súčet musí byť 180°(zamyslite sa nad tým či by sa výsledok zmenil ak by hviezda nebola pravidelná).

Bodovanie: výsledok bol za 1 bod, za postup 4b. Za riešenia kde ste si pomohli tým že ste nejaký uhol odmerali, ste dostali maximálne 1,3b. Veľmi veľa vás ďalej stratilo 0,5b za dedukciu z náčrtu, že v strede hviezdy je pravidelný päťuholník bez akéhokoľvek vysvetlenia. Iných chýb bolo málo, strhnuté ste mali podľa vážnosti.

Príklad M4: Rozhnevaného kráľovského otca *opravovala Dáša Horáková*

Milí všetci, príklad bol možno trošku náročnejší, ale viacerí ste to zvládli výborne. Pripájam tabuľku, v ktorej sú napísané všetky možné dvojice, ktoré si kráľ mohol vybrať a odpovede, ktoré dal princeznej na jej tri otázky. V prípade, že je v odpovedi uvedená pomlčka znamená to, že túto otázku už položiť nemusíme, lebo už poznáme vybraté čísla. Otázky budú vo všetkých prípadoch rovnaké, ale vybrané tak rozumne, aby sme naozaj dokázali na základe odpovedí odlíšiť všetky možné dvojice (v tabuľke sú uvedené v stĺpcoch 2 – 4). S takýmto tabuľkovým návodom by určite pre nikoho z vás nebol problém určiť, aké dve čísla si to kráľ vlastne vybral. Aby ste však postrehli rozdiel medzi rozumnými otázkami a menej rozumnými, pozrite si aj druhú časť tabuľky (stĺpce 5 – 7), tu sú otázky zvolené tak, že nie je vždy po troch otázkach jasné, čo si to kráľ vlastne vybral:

vybratá dvojica	1. otázka (1,2)	2. otázka (1,3)	3. otázka (1,4)	1. otázka (1,2)	2. otázka (1,3)	3. otázka (3,5)
1. (1,2)	2	-	-	2	-	-
2. (1,3)	1	2	-	1	2	-
3. (1,4)	1	1	2	1	1	0
4. (1,5)	1	1	1	***1***	***1***	***1***
5. (2,3)	1	1	0	***1***	***1***	***1***
6. (2,4)	1	0	1	1	0	0
7. (2,5)	1	0	0	1	0	1
8. (3,4)	0	1	1	0	1	1
9. (3,5)	0	1	0	0	1	2
10. (4,5)	0	0	1	0	0	1

Aký je problém pri druhej sade otázok? Nevieme sa rozhodnúť v prípade, že dostaneme od kráľa odpovede 1, 1, 1 – mohlo by to byť (1,5) alebo (2,3). Také nič sa nám ale pri prvej sade otázok stať nemôže. Je teda dôležité, aké otázky kráľovi položíme. S dobrými otázkami nám naozaj budú vždy stačiť 3 pokusy, aby sme na základe nich vedeli, čo za čísla si kráľ vybral.

Bodovanie: za správnu odpoveď aj s uvedeným postupom, ako pri zisťovaní postupovať a aké otázky klásť 5 bodov, ak vám niečo vo vysvetlení chýbalo tak ste stratili 0,5 – 1 bod, ak ste boli presvedčení o tom, že na 3 otázky sa to nedá, ale na 4 otázky to ide vždy získali ste maximálne 4 body

Príklad M5: Smutný osud stroskotanca *opravovala Kami Vyslocká*

Ako zo zadania vieme, stroskotanec si voľný čas na krátil počítaním úplných ciferných súčtov rokov. (Pre rok 1920 je to: 1+9+2+0 = 12, 1+2 = 3. Podobne môžeme zrátať aj úplné ciferné súčty ďalších rokov – viď. tabuľka na konci):

V zadaní je ďalej napísané: „ No a potom spočítal všetky ciferné súčty za roky, ktoré tu strávil.“ Teda ak tam bol iba v roku 1920, tak je to 3. Ak tak bol v rokoch 1920 a 1921, tak je to 3 + 4 = 7. Ak tam bol v rokoch 1920, 1921 a 1922, tak je to 3+4+5 = 12. Mohli by sme pokračovať ďalej a dostali by sme: 18, 25, 33, 42, 43, 45, 48, ... (overiť si to môžete ľahko sami podľa tabuľky). A o čo nám vlastne ide? Aby úplný ciferný súčet takto vzniknutého číslo bol 6. Z čísel 3, 7, 12, 18, 25, 33, 42, 43, ... je 33 prvé, ktoré to spĺňa. Číslo 33 je súčet úplných ciferných súčtov rokov 1920, 1921, 1922, 1923, 1924, 1925. Teda, najkratšie mohol byť stroskotanec v jaskyni (od roku 1920) do roku 1925.

Ale koľko tam mohol byť najdlhšie? Ak by tam bol (od roku 1920) do roku 2000, tak súčet úplných ciferných súčtov jednotlivých rokov je 405. (Kto neverí, nech si to zráta...) Lenže 4+0+5 = 9, a to nechceme. Skúsime do roku 1999. Súčet bude 403, a 4+0+3 =7, takže ani to nevyhovuje. A čo do roku 1998? Potom bude súčet 402, a 4+0+2 = 6. Hurá!