jedného rovnostranného trojuholníka (napr. 1, 21, 41 alebo 2, 22, 42 atď) a namiesto jednej dáme rubín, namiesto druhej akvamarín a namiesto tretej hocijaký, dostaneme rovnostranný trojuholník, ktorého vrcholy určite nebudú jednofarebné. Stačí tento postup zopakovať 20-krát so všetkými rovnostrannými trojuholníkmi. A je to ☺. (Na obrázku je nakreslených len niekoľko takýchto trojuholníkov.)
Bodovanie: 3 body pre tých, ktorí neuvažovali o minútových čiarkach, ale len o hodinových čiarkach, 4 body za správne riešenie, 0,5 – 1 bod za postup a vysvetlenie

Príklad M6: *opravovala* ***Miša Myšička Nemcová***
Prvá časť úlohy ste zvládli pomerne ľahko:
Označme si K-koláč, P-praclík,g-groš,potom :

	P	K	3P+2K
Limitka	20g	35g	60+70=130
Integrál	20+(20:5)=24g	35-(35:5)=28g	72+56=128
Kosínus	20-(20:5)=16g	35+(35:5)=42g	48+84=132

Osmijanko teda najlacnejšie nakúpi u Integrála.
A na koľko musí zmenit cenu koláča Limitka,aby mu bolo jedno kde nakúpi?:
Dáme do rovnosti cenu za 3 praclíky +2 koláče pre všetkých obchodníkov:
$3\,P_L + 2\,K_L = 3\,P_I + 2\,K_I = 3\,P_K + 2\,K_K$ Čo je v grošoch:
$60 + 2\,K_L = (60 + 60:5) + 2\,K_I = (60 - 60:5) + 2\,K_K = 72 + 2\,K_I = 48 + 2\,K_K$
Keďže $(K_L\text{-}K_L:5) = K_I$, $(K_L+K_L:5) = K_K$ dostaneme $12+2K_L = 24+2.\ (K_L\text{-}K_L:5) = 2.\ (K_L+K_L:5)$
ak sa nad touto rovnosťou zamyslíme, dostaneme, že $K_L= 30$ grošov.
Skúška: Limitka 60+60=120, Integrál 72+48=120, K
Bodovanie: za správne zdôvodnenú a vypočítanú- prvú časť-2body, druhú časť-3body

Vzorové riešenia 1. série zimnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: *opravovala* ***Kaťa Antoničová***
Správne riešenie je takéto: Dvaja ľudožrúti (alebo ľudožrút a neľudožrút) sa preplavia na druhý breh, jeden ľudožrút vystúpi a späť sa vracia ten duhý. V ďalšej várke sa preplavia dvaja ľudožrúti. Jeden ostane, druhý sa vráti späť. Potom sa plavia dvaja neľudožrúti, ale späť sa plaví jeden ľudožrút a jeden neľudožrút. Potom sa preplavia dvaja neľudožrúti a ostanú na druhom brehu, naspäť sa vráti ľudožrút. Ak ste už stratili prehľad, situácia je taká, že traja ľudožrúti stoja na pôvodnom brehu a traja neľudožrúti na tom druhom. A teraz to už je ľahké. Dvaja ľudožrúti tam, jeden späť a dvaja tam. A sú na druhej strane všetci, živí a zdraví.
Komentár a bodovanie: Za správne riešenie som dávala päť bodov, za nesprávne nula. Mnohí z Vás nachystali pre ľudožrútov hody. Väčšinou ste začali: ľudožrút a neľudožrút sa prevezú na druhý breh, naspäť ide neľudožrút, prisadne si ďalší ľudožrút, preplavia sa a... zabudli ste na to, že ak aj z loďky vystúpi iba neľudožrút, na brehu sú spolu dvaja ľudožrúti, lebo jeden tam už bol a ten ďalší sa práve priplavil na loďke, a teda chudáka neľudožrúta zožerú. Za takéto riešenie ste dostali 3,5 boda.

Príklad M2: *opravovala* ***Lenka Vojteková***

	1	2	3	4
A				
B				
C				
D				

Obr.1.

	1	2	3	4
A	d	X	X	X
B	X	X	*	+
C	X	-	X	/
D	X	.	,	X

Obr.2.

Pre lepšiu orientáciu si označme šachovnicu tak, ako na obrázku1.
Najprv si rozoberieme možné polohy prvej dámy, aby sme nedostali riešenia, ktoré sú považované za rovnaké. Dámu budeme ukladať iba na políčka A1, A2, B1, B2, pretože všetky ostatné políčka šachovnice sú s týmito rovnocenné. Rovnocenné políčka sú také, ktoré sa pri pohľade z rôznych svetových strán dostanú do rovnakej polohy voči stredu šachovnice. Napríklad A1, A4, D1 a D4, lebo pri pohľade na šachovnicu z rôznych svetových strán sa každé z týchto políčok dostane aspoň raz do ľavého horného rohu (tam, kde je teraz políčko A1).
Rozoberieme jednotlivé možnosti:

i. jedna dáma „d“ stojí na poli A1

Políčka, ktoré ohrozuje sú označené X, a polia, ktoré neohrozuje *, +, -, /, ., ,. Potrebujeme nájsť všetky miesta, kam môžeme umiestniť druhú dámu.
Ak chceme, aby ohrozovala pole B3, musí stáť na jednom z polí označených „*“ na obrázku 3.
Ak chceme, aby ohrozovala aj pole B4, musí stáť na niektorom z polí, na ktorých je aj „+“.
Ak chceme, aby ohrozovala ešte aj pole C2, musí stáť na poli označenom aj „-“.
Podobne pre pole C4, musí stáť na poli s „/“, pre pole D2, musí stáť na poli s „.“ A pre pole D3, musí druhá dáma stáť na jednom z polí označených aj „,“. Jediné pole C3 je označené všetkými znakmi (*+-/.,) a na obr.3. je hrubo orámované.

ii. jedna dáma stojí na poli A2

	1	2	3	4
A	d		*+	*+-/
B	*+-	*+-	*+-/	*+
C		*-	***+-/.,**	/
D	*	.	*,	

Obr.3.

podobne postupujeme aj v tomto prípade. Situáciu znázorňujú obrázky 4 a 5. Opäť dostávame jediné riešenie: D2.

iii. jedna dáma stojí na poli B1
dostaneme riešenie ako v iii, keď sa naň pozeráme z dola.

iv. jedna dáma stojí na poli B2
postupujeme podobne ako v prípade i. Situáciu znázorňujú obrázky 6 a 7. Dostávame tri možnosti na postavenie druhej dámy: B3, C2 a D4. Avšak riešenie B3 a C2 považujeme za rovnaké, lebo ak sa na B2C3 pozrieme z prava, dostaneme B2C2. A riešenie B2D4 považujeme za rovnaké ako A1C3 v i. Teda aj tu je len jediné riešenie a to napríklad B2C3. Teda úloha má rôzne 3 riešenia, napríklad: A1C3, A2D2, B2B3.

Bodovanie: 0,8 b. – za každé správne riešenie, 1 b. – za postup, 1,6b – za zdôvodnenie

	1	2	3	4
A	X	d	X	X
B	X	X	X	*
C	+	X	-	X
D	/	X	.	,

Obr.4.

	1	2	3	4
A		d	*	*
B	*+	*+-	*	*
C	+		*+-	*+-
D	/	***+- /.,**	.	*,

Obr.5.

	1	2	3	4
A	X	X	X	*
B	X	d	X	X
C	X	X	X	+
D	-	X	/	X

Obr.6.

	1	2	3	4
	*	*+	*	*+-
B		d	***+- /**	*+
C		***+- /**		*+
D	*-		/	***+- /**

Obr.7.

Príklad M3: *opravoval* ***Michal MC Adamec***

Označme si papočítagájov ako P a dukáty ako Dk. Potom môžeme zo zadania napísať takéto krásne zápisy…

Obchodník: 64 Papočítagájov … 4 Papočítagájov + 40Dk
Kamarát: 20 Papočítagájov … 2 Papočítagájov – 40Dk

To znamená, že za 84 Papočítagájov by zaplatili 4 Papočítagájov + 40Dk+ 2 Papočítagájov – 40Dk = 6 Papočítagájov. Čiže za 14 Papočítagájov by zaplatili mýto 1 Papočítagáj. Keď sa znovu pozrieme na obchodníka a trošku pouvažujeme, môžeme si ho zapísať ako 56 Papočítagájov + 8 Papočítagájov ... 4 Papočítagájov + 40Dk. Za 56 Papočítagájov by zaplatil mýto 4 Papočítagájov, čo sú tie 4 Papočítagájov práve na pravej strane v tom našom zápise. Potom nám zostalo 8 Papočítagájov za ktoré zaplatil mýto 40Dk. (To je to čo nám zostalo na oboch stranách) Tak si to zapíšme: 8 Papočítagájov ... 40 Dk, preto 1 Papočítagáj ...5 Dk.

Takže mýto za 1 Papočítagája je 5 Dk. Ale to znamená, že mýto za 14 Papočítagájov je 5 Dk . 14 = 70 Dk čo je vlastne 1 Papočítagáj. Ukázali sme, že 1 Papočítagáj stojí 70 Dk a mýto za 1 Papočítagája je 5 Dk.

Bodovanie: Za správnu cenu a clo boli 2 body, za ich výpočet a zdôvodnenie 3 body.

Príklad M4: *opravovala* ***Táňa Viszusová***

Pri vypĺňaní krížovky začneme tým, čo vieme jednoznačne určiť, čo je v prvom rade druhý riadok, teda rozdiel najväčšieho a najmenšieho trojciferného čísla zmenšený o najväčšiu cifru. Najväčšie trojcif. číslo je 999, najmenšie 100, ich rozdiel je teda 899 a zmenšený o 9 je 890.Vpíšeme teda toto číslo do stredu tabuľky zľava doprava. Teraz druhé číslo prvého stĺpca. Má byť deliteľom jednociferným deliteľom 2002. To môže byť 1,2,7.. Teraz tretí riadok prvé číslo. To má byť súčinom dvoch rovnakých čísel. Teda jedným z čísel 16,25,36,49,64,81. Súčastne však musí začínať na jedno z čísel 1,2,7. Do úvahy prichádzajú iba čísla 16, 25.Pozrime sa teraz na druhý stĺpec. Má tu byť súčin dvoch nepárnych čísel, teda nepárne číslo. Teda nemôže končiť párnym číslom. Z tohto vidíme, že v treťom riadku musí byť 25 a nie 16.

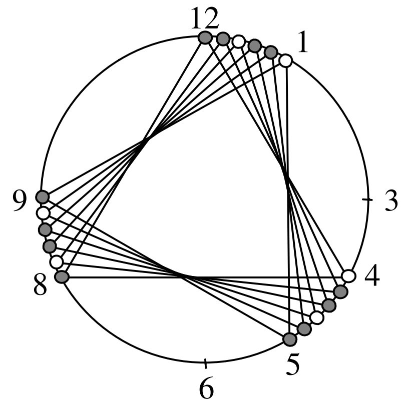
8	9	0
2	5	

Teraz dorobme druhý stĺpec. Môže tu byť jedno z čísel 195, 395, 495, 695, 795. Vyskúšaním zistíme, že jedine 195 sa dá napísať ako súčin dvoch za sebou idúcich nepárnych čísel. Dopíšeme teda jednotku. Vľavo hore musí byť nepárne číslo (aby po sčítaní s 8 vzniklo opäť nepárne číslo. Z nepárnych mi ostali už len 3 a 7.

Rovnako vpravo hore môže byť už len 3 a 7. No a do prázdneho dolného rohu má ísť násobok čísla tri, môže byť 3 alebo 6. Trojka to nebude, pretože by sme nemali čo dopísať do horného riadku. Teda úloha má takéto dve riešenia.

3/7	1	7/3
8	9	0
2	5	6

Bodovanie: Za riešenie bez zdôvodnenia bolo 1,5 – 2 body, zvyšné tri záviseli od zdôvodnenia jednotlivých doplnení.



Príklad M5: *opravovala* ***Dáša Horáková***

Bolo treba zistiť, či sa dajú vyrobiť také hodinky, na ktorých by sa nedal nájsť rovnostranný trojuholník, ktorého vrcholy by boli z rovnakých kamienkov. Najprv si treba uvedomiť, že na takých ručičkových hodinkách možno vytvoriť 20 rovnostranných trojuholníkov. Každý jeden kamienok (na mieste minútových čiarok) patrí práve do jedného rovnostranného trojuholníka. Teda, keď si vezmeme postupne tie tri minútové čiarky, ktoré sú vrcholmi