2. spôsob: Všetky bytosti hovoria pravdu alebo klamú, a teda každá bytosť buď vždy klame, alebo vždy hovorí pravdu. Najjednoduchší spôsob riešenia je ten, že budeme uvažovať o trpaslíkovi.

a) Predpokladajme, že trpaslík hovorí pravdu. Aby jeho veta bola pravdivá, musia aspoň dvaja ďalší klamať, a preto čarodejnica aj slon klamú. Z toho je zrejmé, že čarodejnica klame o trpaslíkovi a slon klame o sebe. Slon pozná cestu a je to klamár klamársky.

b) Teraz uvažujme o tom, že trpaslík nevraví pravdu. Potom musí platiť opak tejto vety, teda že najviac jeden z nich klame, a keďže je to práve on, čarodejnica aj slon vravia pravdu. Potom slon o sebe tvrdí, že cestu nepozná, čo je pravda, pretože ju pozná klamárisko trpaslík, ako nám to o ňom prezradila čarodejnica.

Na záver môžeme skonštatovať, že takto pochopené zadanie MÁ DVE RIEŠENIA.

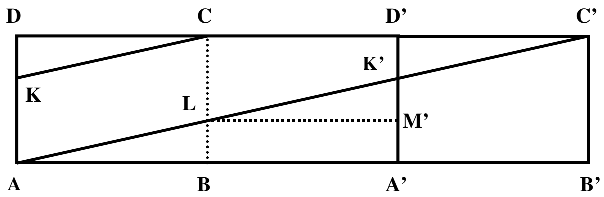
Bodovanie:

5b za uvedenie oboch riešení aj so správnym postupom
2b za oba výsledky bez postupu alebo s nedostatočným postupom
1b za jeden výsledok s nesprávnym alebo nedostatočným postupom
iné individuálne

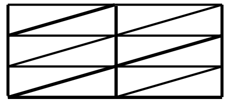
Vzorové riešenia 3. série letnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: opravovala Alenka Kovárová

Aby sme našli mravcovu najkratšiu cestu, nakreslíme si 1,5-násobok plášťa valca v rovine (viď obrázok). Body s čiarkami zodpovedajú na valci bodom bez čiarok, |AB|=|BA'|=|A'B'|=4,5cm



Mravec má z bodu A prejsť najkratšou cestou do bodu C (resp. C'). Najkratšia cesta je priama spojnica, teda úsečka AC' (0,5 bodu).Mravec z bodu A do K' prejde prvú otáčku, kde vylieva žltú farbu a z K' do C' (čo je na valci to isté ako z K do C) ďalšiu polovicu, kde vylieva modrú farbu. Takže výsledný efekt bude, že troj. ABL bude zelený, ALCK bude modrý a BA'K'L bude žltý. Keby sme cez bod L urobili rovnobežku s AB, preťala by nám stranu A'D' v bode M'. Zo zhodnosti uhlov LAB, K'LM' a K'C'D' a vety usu vieme, že trojuholníky ABL, LM'K' a C'D'K' (resp. CKD) sú zhodné. Z rovnobežnosti vieme, že |LB|=|A'M'| a zo zhodnosti troj., že |A'M'|=|M'K'|=|K'D'|. Spolu tvoria stranu dĺžky 3, teda každá z nich meria presne 1 cm (0,5 bodu). Keď toto vieme, môžeme si celý plášť valca rozdeliť na zhodné trojuholníky, rovnaké ako



ABL. Spolu ich bude 12. Každý z nich má polovičný obsah ako obdĺžnik BA'M'L, ktorý má obsah 4,5cm.1cm=4,5cm^2, teda trojuholníky majú 2,25cm^2. Zelená časť valca sa skladá z jedného takéhoto trojuholníka, teda má plochu 2,25cm^2, žltá z troch, teda má plochu 3.2,25cm^2=6,75cm^2, modrá zo štyroch, teda má plochu 4.2,25cm^2=9cm^2.

Bodovanie: Tak, ako je uvedené medzi riadkami a ešte za *obrázok* 0,4 bodu. Za správny *výsledok* každej jednej plochy 0,4 bodu. Za *výpočet* jednej plochy 0,4 bodu, za *odôvodnenie* výpočtu plochy 0,4 bodu.

Príklad M2: opravoval Michaela Myša Nemcová

Vychádzame z toho ,že Marcel ma právom obvinil lebo ja som vzala 3 kamienky (ale fér to bolo, lebo som ich skutočne mala zobrať)

Označme x počet kamienkov, potom sme postupne brali:

ťah	Marcel	JA
1.	3	(x-3):2
2.	3	(x-9):4
3.	3	(x-21):8

Mal som spolu 3 ťahy teda 3 možnosti zobrať 3 kamienky:

1.V prvom ťahu: (x-3):2=3 odtiaľ x=9. Potom 1.ťah: 9-3=6, 6:2=3, 2.ťah: 3-3=0 , 0:2=0 3.ťah:Marcelovi už nezostali žiadne 3 ktoré by mohol zobrať -porušenie pravidiel.

2.V druhom ťahu: (x-9):4=3 odtiaľ x=21 Potom 1.ťah: 21-3=18, 18:2=9 , 2.ťah: 9-3=6, 6:2=3, 3.ťah: 3-3=0, 0:2=0 =PRVÉ RIEŠENIE

3.V treťom ťahu: (x-21):8=3 odtiaľ x=45 Potom 1.ťah: 45-3=42, 42:2=21, 2.ťah : 21-3=18, 18:2=9, 3.ťah: 9-3=6, 6:2=3 =DRUHÉ RIEŠENIE

Odpovede: Marcel ma mohol vidieť brať 3 kamienky. V prvom delení sme brali:Marcel-3,3,3,JA-9,3,0(alebo21,9,3)V druhom delení naopak:JA-3,3,3,Marcel-9,3,0(alebo21,9,3) Na začiatku bolo na kôpke 45,alebo 21 kamienkov.
Bodovanie: Výpočet - 1,5-2b,1.delenie-1,spolu kamienkov.-1b,ako, kedy, prečo beriem 3 kamienky-0,4b,ostatné odpovede - zvyšok.
Marcel vám ďakuje za blahoželania k meninám:)papa Myšička

Príklad M3: opravoval Palo PC Cvik
Milé deti, tento príklad väčšina z vás pochopila tak, že sa jedná o čísla a teda 0 na začiatku stáť nemôže. No našli sa aj takí, ktorí neuvažovali o slovách ako číslach a 0 na začiatku im neprekážala. Za plnohodnotné riešenia boli považované obidve.
Takže, ak ste uvažovali bez nuly na začiatku, tak úloha nemá riešenie. A musí byť 1, lebo keby bolo 2 tak by sme dostali 6-ciferné číslo. A súčet 2 4-ciferných môže byť maximálne 5-ciferné číslo. Aby ABRAKA-DABRA nebolo väčšie ako súčet ČARY+MARY, tak musí byť B=0. ABRAKA-DABRA končí nulou, teda Y+Y môže byť iba 0 alebo 5. 0 je už použitá, teda 5. Rovnicu si prepíšeme do tvaru :
  ČARY
 + MARY
 + DABRA
= ABRAKA.
V ráde stoviek máme A + A + B = A. Po dosadení máme 1 + 1 + 0 = 1. Vidíme, že to neplatí, a neplatí to ani keby sa nám niečo z rádu desiatok prenieslo. Lebo by sme potrebovali, aby sa nám prenieslo 9, čo nie je možné. To znamená, že ČARY+MARY nemôže vyhovovať. Ostáva nám ešte zistiť, či náhodou nemôže byť riešením ČÁRY+MÁRY. V tom istom stovkovom ráde máme teda : Á + Á + 0 = 1. To znamená, že jedinou vyhovujúcou možnosťou pre Á je 5, pričom by sa nám preniesla jedna jednotka z rádu desiatok. Viac ako 2 sa nám preniesť nemôže. 5 sme už ale použili na Y. To znamená, že úloha nemá riešenie pre A=1.
Pokiaľ by sme ale predsa len uvažovali, že 0 môže stáť na začiatku, tak potom by sme našli 2 riešenia pre ČARY+MARY a dve riešenia pre ČÁRY+MÁRY. Sú to : ČARY+MARY : 094030-80940=6045+7045, 094030-80940=7045+6045 (líšia sa hodnotami M, Č) a ČÁRY+MÁRY : 042070-30420=1825+9825, 04207-30420=9825+1825. Tieto riešenia našlo iba pár z vás a preto by som chcel mimoriadne pochváliť Danku Heželyovú za pekné riešenie, v ktorom rozobrala obidve možnosti, keď sa A môže rovnať 0, a keď sa nemôže.
Bodovanie bolo nasledovné. Plný počet bodov ste mohli získať pri obidvoch úvahách. Za každé kúzlo bolo dokopy 2.5b. Za vysvetlenie 2b, za správny výsledok 0,5b. Niečo málo ste mohli stratiť pri drobných nepresnostiach, alebo menších chybách v úvahách.

Príklad M4: opravoval Michal Emsy Adamec
Veľká, minútová ručička, prejde za hodinu 60 dielikov. Malá, hodinová ručička, prejde za hodinu 5 dielikov. To znamená, že 1 dielik prejde za (60:5=) 12 minút. Keďže ma byt hodinová na štvrtom dieliku od dvanástky, tak bude dvanásť hodín aj niekoľko minút. Vypočítali sme, že 1 dielik je 12 minút. Potom 4 dieliky sú 48 minút, čiže bude 12 hodín aj 48 minút, keď tam dorazíme. Otázne je, čí tam prídu ešte dnes, alebo zajtra alebo o rok, ... V každom prípade, najmenší rozdiel od 4:04 do 12:48 je 8 hodín 44 minút. Keďže hodinová ručička sa na danú pozíciu dostane vždy po dvanástich hodinách, dorazíme tam o 8 hodín 44 minút, alebo o 20 hodín 44 minút, alebo ... Zovšeobecnením dostávame, že tam budeme o 8 h 44 min + k . 12 hodín, kde k je prirodzené číslo alebo nula.
Bodovanie: Za riešenie 1 bod, za výpočet a zdôvodnenie 3 body. Ak ste prišli len na riešenie 8h 44 minút, strhol sa 1 bod.

Príklad M5: Majka Hanulová
Najprv si zopakujme, čo máme urobiť, aby sme oslobodili duše. Treba každou rukou zdvihnúť jeden hrnček a obrátiť ho naopak. Toto treba urobiť päťkrát a vtedy majú byť všetky hrnčeky obrátené dole dnom. Dokopy takto obrátime desať hrnčekov.
Z pohľadu na hrnčeky je jasné, že na prevrátenie všetkých dole dnom stačí jeden ťah – stačí obrátiť druhý a štvrtý hrnček. Ostatné štyri ťahy využijeme na to, aby sme aj ostatné hrnčeky obrátili aspoň raz. Aspoň raz znamená raz a viackrát. Mnohí z vás prišli na to, že keď hrnček obrátime párny počet krát, dostane sa do tej polohy ako bol pôvodne a keď ho obrátime nepárny počet krát, ostane obrátený naopak ako pôvodne. Prvý, tretí a piaty hrnček chceme mať na konci tak ako na začiatku, takže každý z nich musíme obrátiť párny počet krát, najmenej dvakrát. Ak každý obrátime dvakrát, je to dokopy šesť obratov. Potom nám ostanú ešte štyri obraty na druhý a štvrtý hrnček. Tieto dva musíme obrátiť nepárny počet krát, teda napríklad druhý trikrát a štvrtý jedenkrát. Z tohto vidno, že sa to dá. Existuje aj iná možnosť počtu obrátení každého hrnčeka, ale na tú ľahko prídete aj sami. Ako sa to dá? Napríklad takto (vypíšem čísla hrnčekov, ktoré obraciam): 13, 13, 35, 35, 24. Alebo takto, keď prvé štyri ťahy obraciame vždy jeden hrnček dolu dnom a jeden hore, aby sme zachovali pôvodný stav a v piatom ťahu obrátime dole dnom zvyšné dva hrnčeky: 12, 45, 35, 23, 25.
Bodovanie: všetci, čo našli aspoň jeden spôsob obracania hrnčekov, majú 5 bodov; body sa strhávali za to, keď ste hrnčeky obrátili na menej ako päťkrát

Príklad M6: opravovala Kaťa Antoničová
Zadanie tohoto príkladu sa dalo pochopiť dvoma spôsobmi. Preto ich popíšem oba:
1. spôsob: Všetky bytosti hovoria pravdu alebo klamú, a teda všetci naraz buď klamú, alebo všetci hovoria pravdu.
a) Venujme sa predpokladu, že všetky tri postavy hovoria pravdu. V tom prípade čarodejnica vraví, že cestu pozná trpaslík, slon vraví, že on nepozná cestu, čo čarodejnici neodporuje. Problémom je trpaslík, ktorý tvrdí, že aspoň dvaja klamú, čo je v rozpore s predpokladom, že všetci vravia pravdu, a teda tento prípad nemôže nastať.
b) V prípade že všetci klamú by čarodejnicina veta vlastne tvrdila, že trpaslík nepozná cestu, slon by tvrdil že on cestu pozná. Problémom je opäť trpaslík. Opakom trpaslíkovej vety „aspoň dvaja z nás klamú“ je veta „klame najviac jeden“ čiže „aspoň dvaja hovoria pravdu“, čo je tiež v rozpore s predpokladom, že všetci klamú.
Takto pochopené zadanie uzavrieme jednoducho a jasne: ÚLOHA NEMÁ RIEŠENIE.
Bodovanie:
5b za dôkaz, že úloha nemá riešenie
2,5 b za dôkaz a) a tvrdenie, že ak všetci klamú, cestu pozná slon
iné individuálne