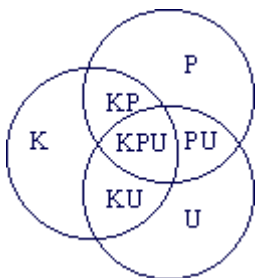


# PIKOMAT

## Vzorové riešenia 1. série zimnej časti kategórie 5-6

### Príklad M1: opravoval Andrej Andyš Gigiš Šramko

Ahojte! No, riešení bolo niekoľko, ale všetky boli veľmi seba podobné, tak popíšem iba jedno. Asi najdôležitejšia vec, ktorú ste si mali uvedomiť bola, že hrnčeky, ktoré boli kvietkované, puknuté aj s uškom (KPU) patrili do množiny kvietkovaných a puknutých (KP), aj kvietkovaných s uškom (KU) a tiež do množiny puknutých s uškom (PU). A taktiež kvietkované s uškom (KU) patria do množiny kvietkovaných (K) aj do množiny hrnčekov s uškom (U). Na pochopenie prikladám tento nákras:



A zapíšeme si údaje zo zadania do rovníc:

$K + KP + KU + KPU = 8$  pretože to sú všetky hrnčeky, ktoré sú kvietkované

$U + KU + PU + KPU = 7,$   
 $P + KP + PU + KPU = 5$

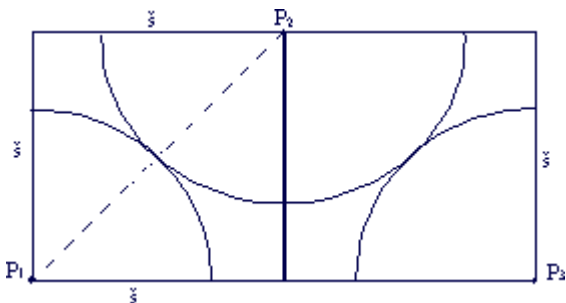
$KU + KPU = 4,$                        $PU + KPU = 3$

$KP + KPU = 3,$                        $KPU = 2$

Z týchto rovníc si dopočítame všetky podmnožiny horného diagramu.  $KP = 1$ ,  $PU = 1$ ,  $KU = 2$ ,  $P = 1$ ,  $U = 2$ ,  $K = 3$ . Keď spočítame všetky podmnožiny, tak dostaneme celkový počet všetkých hrnčekov (12). Podmnožina K označuje počet nepuknutých kvietkovaných hrnčekov bez uška (a to je prvý výsledok, ktorý potrebujeme). Už len zostáva dopočítať celkový počet lát. Lát bez hrnčeka je 2-krát menej ako lát s hrnčekom (čiže 6). Tak celkový počet lát je 18. To je všetko.

### Príklad M2: opravovala Kami Vyslocká

Riešenie: Nakreslime si pôdorys ohrady. To je obdĺžnik, ktorý vieme rozdeliť na 2 rovnaké štvorce s dĺžkou strany  $\check{s}$  ( $\check{s}$  je šírka ohrady). Keďže máme dva štvorce a troch psov, určite musia byť v jednom štvorci 2 psy. (Premyslite si to!) A kedy sú v štvorci 2 psy najďalej od seba? Keď sú v protiľahlých rohoch štvorca. Teraz už stačí umiestniť tretieho psa do ďalšieho "protiľahlého" rohu (pre ten istý dôvod). Dĺžka špagátu je potom taká, aby sa pes od bodu upevnenia (body  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ) dostal do vzdialenosti najviac polovica uhlopriečky štvorca so stranou  $\check{s}$  (viď obr:). A v strede štvorcov si tak môžu psy buchnúť iba ňufáky. :-)

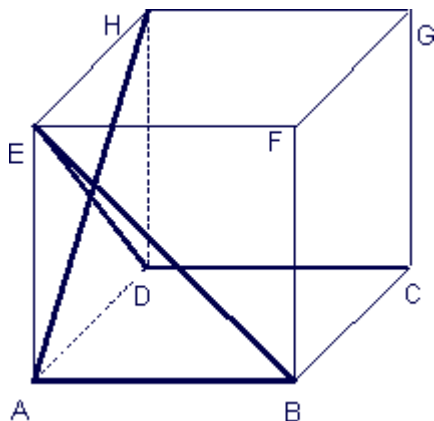


Bodovanie: Za neuvedenie, aká je vo vašom riešení dĺžka špagátu -0,5 bodu, chýba zdôvodnenie, prečo sú to naozaj najdlhšie vzdialenosti -0,5 bodu, za podobné nesprávne riešenie okolo 3 body (podľa zdôvodnenia a chýb). Za vyhlásenie, že "dolný obvod ohrady" je časť obvodu (napr.: strana, ktorá je na papieri načrtnutá "dole") bolo -1,5 bodu. Riešenia pochopené úplne inak boli opravované v rozsahu 0- 5 bodov.

### Príklad M3: opravovala Majka Hanulová

Vrcholy kocky označíme písmenkami ako na obrázku. Kocka je sklenená, teda priehľadná. Napríklad ak pri pohľade spredu vidíme hornú čiaru, znamená to, že na hornej stene je nakreslené hocijaká súvislá čiara, ktorá začína na hrane

EH a končí na hrane FG. Čo vyplýva zo zadaných pohľadov na kocku? Podľa pohľadu spredu nemôže byť nič nakreslené na hornej stene okrem hrany EH, ani na pravej stene okrem hrany BC. Podľa pohľadu z boku (povedzme sprava) nemôže byť nič na zadnej stene okrem hrán GH a CD, na hornej stene okrem hrán EF a GH a na dolnej stene okrem hrán CD a AB. Podľa pohľadu zhora nemôže byť nič na pravej stene okrem hrán BF a CG. Takže môžeme kresliť len na hrany AB, CD, EA dovnútra ľavej, prednej a zadnej steny. Kríž, ktorý vidno na pohľade z boku musí byť na ľavej stene - nakreslíme čiary AH a ED. Uhlopriečku, ktorú vidno na pohľade spredu, musíme nakresliť na prednú stenu - nakreslíme AB. Teraz máme vybavený pohľad z boku. Na pohľade zhora chýba horná čiara - musíme ju nakresliť ako CD. Tým získame aj spodnú čiaru na pohľade spredu. Všetky tri pohľady vyzerajú ako majú, ale zlatá čiara sa nedá nakresliť jedným ťahom - musíme ju dokresliť tak, aby sme nepokazili pohľady. Jediná možnosť je nakresliť čiaru AB. Zlatá čiara je na obrázku nakreslená hrubšie. Ak pohľad z boku berieme zľava, treba namiesto BE nakresliť CH.



#### Príklad M4: opravoval Palo Minárik

Samozrejme, nemá význam vypisovať mestá po 20012002. Treba si všimnúť, že mestá sa stále opakujú: Aberdeen, Glasgow, Leeds, Dundee, Edinburg, Bristol, Norwich, Bristol, Edinburg, Dundee, Leeds, Glasgow - a opäť Aberdeen, Glasgow... Jeden cyklus obsahuje 12 miest. Preto ak vydělíme  $20012002:12$ , zistíme, koľkokrát sa tento cyklus zopakuje.  $20012002:12=1667666$ , zvyšok 10. Teda cyklus sa zopakuje 1667666 krát, potom treba počítať ďalej ako od začiatku. Keď pripočítame ešte 10, tak prideme do Dundee (aj v zadaní je 10 = Dundee). Schôdzka bude teda v meste Dundee. Samozrejme, sú aj iné možnosti, ako príklad vypočítať, napríklad 2 cykly po 6 miest, určite však nie 14 miest (aj keď náhodou vyšiel správny výsledok).

Bodovanie: postup... - 2.5 bodu, výsledok - 1.5 bodu, prezentácia - 1 bod

#### Príklad M5: opravoval Maťo MH Hriňák

Môžeme si všimnúť, že každé číslo vo výsekoch je trojnásobkom predchádzajúceho zväčšeným o jednotku. Ak chceme zistiť neznáme číslo, môžeme ho považovať za prvý alebo za posledný člen postupnosti. Ak ho považujeme za prvý, tak to bude 4, lebo  $4 \cdot 3 + 1 = 13$ . Ak posledný, tak to bude  $3280 = 3 \cdot 1093 + 1$ . Keďže  $4 \cdot 820 = 3280$ , tak obom mohli vyjsť rôzne, ale pritom správne riešenia.

#### Príklad M6: opravoval Mišo MC Adamec

Tak, predpokladajme najprv, že starká mala pravdu. Potom celkový počet nôh dokážeme vyjadriť rovnicou  $5 \cdot 13 + 7 \cdot L = X$ , kde 5 je počet kapagalazovcov, 13 je počet ich nôh, 7 je počet lekemaranov, L je počet ich nôh a X je jedno z čísel na papieriku. Tieto čísla budem teraz postupne dosádzať za X a vypočítam L a ak nám vyjde aspoň jedno celočíselné riešenie, tak toto číslo je riešením príkladu a toľko nôh má aj lekemaran. Po vyskúšaní všetkých šiestich čísel mi vyjde len jediné celočíselné riešenie pre  $X = 191$  a preto  $L = 18$ . Ak by starká predsa len nemala pravdu, tak existuje mnoho riešení, ale treba najprv skúšať horeuvedenú rovnicu pre počet kapagalazovcových nôh 12, 14, 15, 11, ...čo je síce zdĺhavé, no nemuseli ste to počítať, lebo nad týmto ste mali porozmýšľať, ak by pre 13-ku nevyšlo žiadne riešenie, ale bolo treba pouvažovať aj nad možnosťou že by starká nemala pravdu.