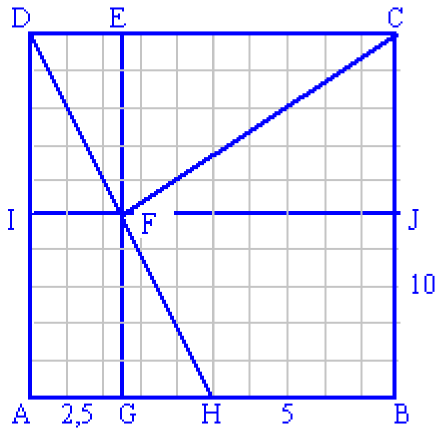
PIKOMAT
Vzorové riešenia 2. série letnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: opravovala Eva Hanulová



Vyšrafovaná plocha S sa skladá z plochy S_1 - pravouhlého trojuholníka FCE a plochy S_2 -lichobežníka AGFD.Čo vieme vypočítať:

1. |GH| = |AB| - |AG| - |HB| = 10 - 2,5 - 5 = 2,5
2. |DE| = |AG| = 2,5, lebo AGED je obdĺžnik
3. |EC| = |DC| - |DE| = 10 - 2,5 = 7,5
4. Ešte potrebujeme vypočítať dĺžky EF a FG.Máme niekoľko možností ako zistiť, že sú rovnaké a ich veľkosť je 5:
    a. Zo zhodnosti trojuholníkov HFG a DFE (veta sus: pravouhlé, striedavé uhly a |GH|=|DE|).
    b. Z podobnosti trojuholníkov AHD a GHF s pomerom podobnosti 2:1.
    c. Z toho, že plochy obdĺžnika AGED a trojuholníka AHD sú rovnaké a pritom majú spoločnú časť AGFD vyplýva, že plochy trojuholníkov HFG a DFE sú rovnaké a vieme, že majú rovnakú jednu základňu, teda musia mať rovnakú aj výšku na túto základňu.
    d. Z toho, že HD - uhlopriečka obdĺžnika a GE stredná priečka tohto obdĺžnika sa pretínajú v strede oboch úsečiek.

A teraz môžeme počítať: $S_1 = (7{,}5\times5) : 2 = 18{,}72$; S_2 = plocha (AGED) - plocha (DFE)
$S_2 = 2{,}5\times10 - (2{,}5\times5) : 2 = 18{,}75$; teda $S = 18{,}75 + 18{,}75 = 37{,}5$

Samozrejme existujú aj iné správne riešenia.

Bodovanie: Za každé chýbajúce odôvodnenie alebo numerickú chybu alebo zlý výpočet ste stratili 1 bod.

Príklad M2: opravovala Majka Hanulová

Na úvod zdôrazňujem, že krajčírsky meter začína políčkom 1. Predstavme si, že žabky nemusia oddychovať. Na koľko skokov sa všetky dostanú za 60? Bude to vtedy, keď aj žabka na políčku 1 preskočí 60. políčko. Musí preskočiť 60 políčok. Podarí sa jej to na 60/5=12 skokov. Dvanástym skokom sa všetky žabky naraz dostanú za 60. políčko a dostanú sa na políčka 61,62,63,64,65. Spočítajme, koľkokrát musia žabky oddychovať. Napíšeme, na ktoré políčka žabky skočili pred tým, ako preskočili 60. políčko a zvýrazníme čísla deliteľné tromi. Prvá žabka skákala na políčka **6**, 11, 16, **21**, 26, 31, **36**, 41, 46, **51**, 56, druhá na políčka 7, **12**, 17, 22, **27**, 32, 37, **42**, 47, 52, **57**, tretia na políčka 8, 13, **18**, 23, 28, **33**, 38, 43, **48**, 53, 58, štvrtá na políčka **9**, 14, 19, **24**, 29, 34, **39**, 44, 49, **54**, 59, piata na políčka 10, **15**, 20, 25, **30**, 35, 40, **45**, 50, 55, **60**. Vidíme, že prvá, druhá, štvrtá a piata žabka oddychovali štyrikrát a tretia žabka len trikrát. Takže vyhrá tretia žabka.

Bodovanie: postup aj dôvod, prečo tretia žabka vyhrá 5b; postup bez dôvodu, prečo tretia žabka vyhrá 4b; dobrý postup, ale nevšimli ste si, že prvýkrát skáču všetky, alebo, že treba doskočiť za 60, nie na 60, alebo ste sa pomýlili v počítaní 3b; chýbajúci postup, výrazne nedokončené alebo zlé riešenie 2b a menej

Príklad M3: opravovala Andyna Baranovičová

Jedným z možných riešení bolo vyjadriť váhu prasiatok a ovečiek v balení cez váhu vajíčok. Zo zadania sme si vyjadrili rovnice:(1) P+O=5Z, (2) O=4V, (3) Z+P=8V

Z druhej rovnice doplníme do prvej za ovečky počet vajíčok: P+4V=5Z, tretiu rovnicu upravíme na tvar: Z=8V-P a dosadíme do prvej.: 5(8V-P)=P+O, ďalej upravujeme:40V-5P=P+O (za O dosadíme opäť z rovnice (2) O=4V počet vajíčok) 40V-5P=P+4V, 36V=6P, 6V=P

V balíčku s prasiatkami sú 4 prasiatka, teda balík prasiatok váži 24 V. V balíčku s ovečkami je 6 ovečiek, z rovnice (2) vieme, že ovečka váži 4V, teda balík s ovečkami váži 24V. V oboch balíčkoch je rovnaké množstvo čokolády (ale ja by som Nevedkovi odporúčala kúpiť si ovečky, dlhšie mu vydržia a bude mať viac obalov).

Bodovanie: 5b za úplné správne riešenie, 1b odpoveď, 1b aspoň jedna správna úvaha, 0,5b ak ste zistili, že 6O=24V, 0,5b ak ste zistili, že P=6V, -0,5b za dosadzovanie, -2,5b za skúšanie, tipovanie

Príklad M4: opravoval Martin MH Hriňák

Sčítaním čísel na kartičkách dostaneme, že ich súčet je 855. Aby sme ich mohli rozdeliť na dve kôpky s rovnakých súčtom, musel by byť ich súčet párny (toto je len nutná podmienka). Ale 855 je nepárne číslo, teda kartičky sa rozložiť požadovaným spôsobom nedajú.

Komentár: väčšina z vás úlohu pochopila dobre. Našli sa aj takí, ktorí sčítavali číslice. Za tieto riešenia ste mohli získať 3,5 bodu vďaka zásahu vyššej moci. Za numerické chyby ste mohli stratiť okolo 0,2 bodu. Častý typ riešenia bol taký, že čísel je nepárny počet, a preto sa rozdeliť na dve kôpky s rovnakým súčtom rozdeliť nedajú. Ale ak si zoberieme kartičky s číslami 1, 2 a 3, tak tie rozdeliť vieme - 1+2 a 3.

Príklad M5: opravoval Palo Minárik

Na to, aby sme zistili, koľko kocôčok malo zafarbených na zeleno nejaký počet strán, treba nájsť nejaký systém. Keď to budeme počítať len tak, ľahko sa môžeme pomýliť - nejakú kocôčku vynechať, alebo počítať dvakrát. Každá kocôčka sa dotýka aspoň troch ďalších. Preto je jasné, že žiadna kocôčka nebude mať zafarbených 6, 5, 4 strán. Na spočítanie ostatných kocôčok je dobrý nápad rozdeliť si kocku na viac častí. Napríklad si ju rozkrájať na plátky spredu dozadu. V prvom plátku majú všetky kocôčky 3 zafarbené strany (12 kocôčok). V druhom plátku majú všetky kocôčky 2 zafarbené strany (12 kocôčok). V treťom plátku má 12 kocôčok zafarbenú jednu stranu, 4 kocôčky majú zafarbené 2 strany. No a v poslednom plátku sú 4 kocôčky s jednou zafarbenou stranou, 8 s dvoma zafarbenými stranami a 4 s troma zafarbenými stranami. Samozrejme, sú aj iné možnosti, ako si to rozdeliť. Teraz to stačí len spočítať: 3 zafarbené strany má 16 kocôčok, 2 zafarbené strany má 24 kocôčok a 1 zafarbenú stranu má 16 kocôčok.

Bodovanie: systém, postup - 2 b, výsledok - 2 b, prezentácia riešenia - 1 b.

Príklad M6: opravovala Kami Vyslocká

Máme 5-ciferné číslo. Zapíšme si ho ako ABCDE. Podľa zadania vieme, že CDE4 je 8-krát menšie než ABCDE. Preto CDE4 . 8 = ABCDE. Stačí násobiť 4 . 8 = 32 preto určite E = 2. Dostali sme CD24 . 8 = ABCD2. Ďalej 24 . 8 = 192 preto D = 9. Už máme C924 . 8 = ABC92. Násobíme 924 . 8 = 7392 teda C = 3. Vieme už 3924 . 8 = ABCDE = 31392. Pôvodné číslo bolo 31392.

Bodovanie: Za správne riešenie sú 2 body. Riešenia nedokončenou skúšobnou metódou boli za 2-2,5 bodu. Správne riešenia s vysvetlením (napr. obrázkovým, slovným...) dostali 5 bodov. Za logické chyby sa strhávalo 0,5-2,5 bodu.