PIKOMAT
Vzorové riešenia 3. série zimnej časti kategórie 5-6

Príklad M1: opravovala Veronika X-ka Zelmanová

Súčet spievaní všetkých dievčat musí byť násobkom 4, pretože vždy spievali štyri spolu. Tika spievala 8 krát, Baba 4 krát, zvyšné 5, 6 alebo 7 krát, pretože Tika spievala najviac a Baba najmenej. Takže najmenší súčet všetkých spievaní je 8 + 4 + 5 + 5 + 5 = 27 (zvyšné tri dievčatá spievali po 5 piesní, menej spievať nemohli) a najväčší súčet je 8 + 4 + 7 + 7 + 7 = 33 (zvyšné tri dievčatá spievali po 7 piesní, viac spievať nemohli). Medzi 27 a 33 sú dva násobky 4 a to 28 a 32. Keby spievaní bolo 28, počet odspievaných piesní by bol 28 : 4 = 7, ale vieme, že Tika spievala 8 piesní, teda piesní muselo byť aspoň 8. Jediná prijateľná možnosť je, že spievaní bolo 32 a počet odspievaných piesní 8.

32 - 8 - 4 = 20, zvyšných 20 spievaní musíme rozdeliť medzi tri zvyšné dievčatá tak, aby žiadna nespievala menej ako 5 krát a ani viac ako 7 krát. A to sa dá urobiť jedine takto:

20 = 6 + 7 + 7. Dievčatá spievali 8 piesní, zvyšné tri dievčatá spievali 7, 7 a 6 krát.

Bodovanie: Za výsledok bez postupu 1 bod, tabuľka bez komentára 2 body, keď vám chýbalo vysvetlenie, prečo práve 8 piesní 3 body. Úplne správne 5 bodov.

Príklad M2: opravovala Soňa Šitzová

"Čísla" (vlastne písmená) si podpíšeme pod seba a budeme sčítavať. Pod označením 1.stĺpec budeme myslieť stĺpec najviac vpravo, 5.stĺpec bude ten najviac vľavo. Najprv zistíme, aké čísla budú za G a F: Keďže E + G + G = E, musí byť G = 0 alebo G = 5. Pre 2.stĺpec platí: D + F + F = D, čiže F = 0 alebo F = 5. Keby sa G = 5, ostal by z 1.stĺpca zvyšok 1 a D + F + F ≠ D. Takže G = 0 a potom F = 5.

Pre H platí: H = A + zvyšok zo 4.stĺpca (ten musí byť 1, lebo žiadne dve jednociferné čísla nemajú súčet > 20. Takže H = A + 1 Z 3.stĺpca nám mohol zostať len zvyšok 1 alebo 2 (sčítaním troch čísel C + D + D a zvyšku z 2.stĺpca, čo môže byť maximálne 1 nedostaneme číslo > 30). Keby nám ostal zvyšok 1: B + 1 musí dať zvyšok 1 (potrebujeme ho do 5.stĺpca) a to je len keď B = 9.

Ale 9 + 1 = 10, teda I = 0 a to byť nemôže, pretože už G = 0. Čiže zvyšok z 3.stĺpca musí byť 2. Máme teraz dve možnosti pre B: 8 alebo 9. Keby B = 8, potom 8 + 2 = 10, teda I = 0, ale to byť nemôže, lebo už G = 0. Teda B = 9, potom I = 1 (9 + 2 = 11).

Už vieme: G = 0, F = 5, B = 9, I = 1, H = A + 1, C + D + D + 1 = J zvyšok 2 (= 2J). Zostali nám nepoužité čísla 2, 3, 4, 6, 7, 8. Teraz zistíme, koľko je D a C.

Aby sa zvyšok v 3.stĺpci rovnal 2 máme 6 možností:

7 + 6 + 6 + 1 = 20	
8 + 6 + 6 + 1 = 21	Pre súčet 20 alebo 21 by J vyšlo 0 alebo 1, a to nám nevyhovuje, pretože už I = 1 a G = 0.
7 + 7 + 6 + 1 = 21	
8 + 7 + 7 + 1 = 23	
8 + 8 + 6 + 1 = 23	Keby sa J = 3 neostali by nám žiadne dve po sebe idúce čísla, ktoré potrebujeme na H a A (H = A + 1).
8 + 8 + 7 + 1 = 24	Jedine táto možnosť vyhovuje, čiže C = 7 a D = 8, pre A zostane 2, pre H = 3.

Existuje jediné riešenie: A = 2, B = 9, C = 7, D = 8, E = 6, F = 5, G = 0, H = 3, I =1, J = 4.

Bodovanie: Za správne riešenie 3,5 bodu, za zdôvodnenie C a F 4 body, za zdôvodnenie B a I 4,5 bodu. Za zdôvodnenie aj D a C 5 bodov.

Príklad M3: opravovala Táňa Viszusová

ananás = A, banán = B, pomaranč = P

Všetkého ovocia je 21 kusov. Keďže sú 3 chlapci a každý z nich má mať rovnaký počet ovocia, musí mať každý 7 kusov (21 : 3 = 7). Mojo nechce žiadne pomaranče a navyše má mať najviac banánov. Teda možnosti pre Mojovo ovocie sú: 7B0A, 6B1A, 5B2A, 4B3A. Lojo môže mať 2, 3, 4, 5 ananásov (7 ich mať nemôže, lebo musí aspoň jeden ostať pre Hoja).

Teraz už len budeme dopĺňať do tabuľky všetky kombinácie týchto možností tak, aby sedeli počty ovocia, všetky podmienky zo zadania , a aby každý z chlapcov mal 7ks ovocia.

M	070	070	070	070	160	160	160	160	160	160
H	412	313	214	115	313	214	115	322	223	124
J	205	304	403	502	214	313	412	205	304	403

POZN: napr. trojčíslie 115 znamená, že dotyčný má 1A,1B a 5P.

M	250	250	250	250	250	250	340	340	340
H	232	133	223	124	214	115	133	124	115
J	205	304	214	313	223	322	214	223	232

Bodovanie: Najmä podľa počtu nájdených riešení a zdôvodnenie:

Počet riešení	1	2	3	4, 5	6,7	8,9,10	11,12	13,14,15	16,17	18	19
body	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	4,8	5

Príklad M4: opravovala Alenka Kovárová

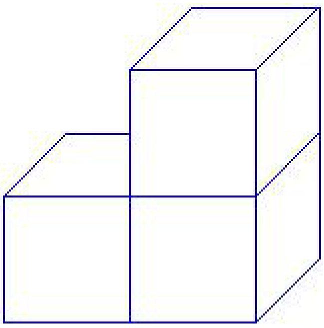
Dvojciferné násobky čísel 17 a 23 sú 17, 34, 51, 68, 85 a 23, 46, 69, 92.Podľa zadania ľubovoľné dva susedné štvorčeky v lykovom páse tvoria jedno z týchto čísel. Teraz rozoberiem všetky možnosti. Ak je (z týchto dvoch štvorčekov) v ľavom 0, tak v pravom nemôže byť žiadne číslo. Ostatné možnosti znázorním v tabuľke:

ak je v ľavom štvorčeku	1	2	3	4	5	6	7	8	9
tak v pravom je	5	9	2	3	8	4	1i	6	6

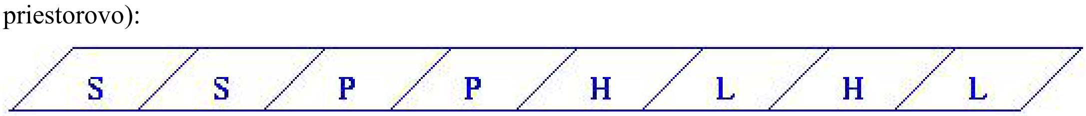
Vidíme, že priradenie je jednoznačné (vždy je len jedna možnosť), takže to bude jednoduché. Ak je posledná cifra 7, tak podľa našej tabuľky patrí vedľa nej 1, vedľa nej 5, potom 8, 6, ... až dostaneme asi takýto rad: ...4 69234 69234 69234 68517. Medzerami sú oddelené vždy päťčíslia. Zdá sa, že sa nám začali opakovať, čo je zrejmé vzhľadom na jednoznačné priradenie (keď to ide vždy iba jedným spôsobom, tak sa nemôže stať, že by sa to neopakovalo). Poslená pätica je iná, čo nám ale nevadí. Keďže sa nám naša pätica opakuje, tak aj na prvých piatich miestach sú čísla 69234, teda na prvom mieste je 6.

Bodovanie: náznak riešenia alebo holé riešenie 1 bod, popletené alebo nedoriešené 2 body, za chyby v postupe (podľa vážnosti) maximálne -2 body.

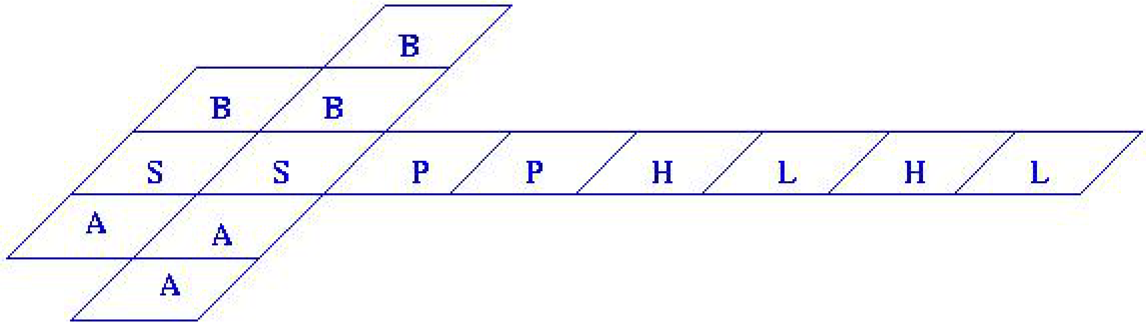
Príklad M5: opravoval Martin Vagaský



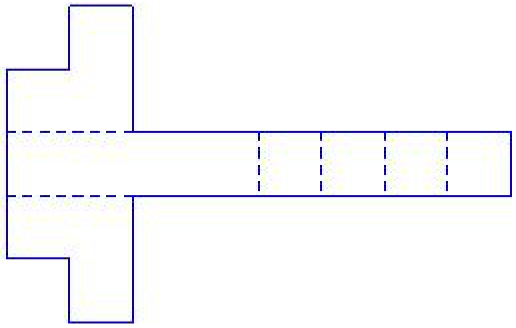
Sieť telesa si môžete predstaviť ako (poviem to trochu nematematicky) jeho papierový obal. Od obalu napr. na bonboniéru sa sieť líši len tým ,že keď do nej teleso zabalíme, je všade práve jedna vrstva (sieť sa nikde neprekrýva).Naše teleso je síce zložené z troch kociek, ale keď ho budeme baliť, nebudeme baliť každú kocku zvlášť, ale teleso ako celok.Ďalej budem stenu jednej kocky nazývať plôška. Spočítajme koľko plôšok bude mať naša sieť: 3 spredu, 3 zozadu, po 2 zospodu a sprava a rovnako 2 zhora a 2 zľava. Spolu je to 14 plôšok.Najskôr rozložíme do radu za sebou 2 spodné (S), 2 pravé (P), hornú (H), ľavú (Ľ), druhú hornú (H)a druhú ľavú (L) plôšku (Nakreslím to zatiaľ priestorovo):



Ostávajú už len predná (A) a zadná (B) stena , ktoré sklopíme k podstave (S).



A nakoniec vyznačíme strihanie a ohýbanie papiera. Strihať budeme po obvode (plná čiara) a ohýbať medzi plôškami, ktoré majú po "zabalení" rôznu orientáciu (vyznačené prerušovanou čiarou).



Táto sieť nie je jediná, existujú siete rôznych zaujímavých tvarov, ktoré treba rôzne nastrihávať. Obdivujem niektorých z vás, ktorí našli práve tie "zamotané" siete.

Bodovanie: Za správnu sieť s vyznačeným strihaním a ohýbaním 5b., za sieť so stenami kociek, ktoré sú však vo vnútri telesa -0,5b. Za každý chýbajúci/nadbytočný strih alebo ohyb -0,4b (Najviac však -2b.) Ak ste vôbec nevyznačili strihanie a ohýbanie -2b.

Príklad M6: opravovala Monika Steinová

Vieme, že na jednej skrinke je pravdivý a na druhej nepravdivý nápis. Na prvej skrinke môže nápis hovoriť pravdu aj nepravdu, ale na druhej skrinke je určite nápis pravdivý, pretože pokiaľ by bol nepravdivý, nemal by zmysel ("V žiadnej skrinke nie je múdrosť a poznanie a v žiadnej z nich nie sú choroby." - v zadaní sa píše, že je určite v jednej skrinke múdrosť a poznanie a v druhej sú choroby.). Pokiaľ je druhý nápis pravdivý, potom je prvý nepravdivý a teda: Múdrosť a poznanie sú v druhej skrinke s nápisom: "V jednej zo skriniek je múdrosť a poznanie a v jednej z nich sú choroby".

Bodovanie: 1bod za správny výsledok, 4 body za postup.