

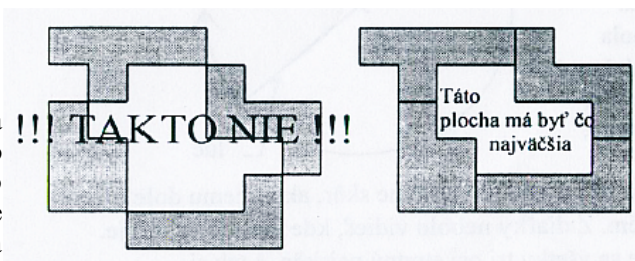
PIKOMAT, 15. ročník šk. rok 1997/98

Zadania 3. série letnej časti

Naposledy sme Popleťňožku opustili vo chvíli, keď sa spolu s motýľom (volal sa Emanuel) rozhodli putovať vedno. Popleťňožka Emanuelovi rozprával, prečo sa vybral hľadať Učiteľa pavúkov. Rozprával mu aj o tom, ako sa od malička hrával s pentominom. Keď bol ešte celkom maličký, mamička mu z pentomina stavala ohrádku, v ktorej sa potom hrával. a Popleťňožka vždy chcel čo najväčšiu ohrádku.

Úloha 1:

Ohraničte pentominom čo najväčšiu plochu, ale tak, aby sa jednotlivé kocky dotýkali celou stranou aspoň jedného štvorca. Opäť treba použiť každú kocku práve raz - nie ako ja v obrázku. (Môžete ich otáčať, preklápať, presúvať ale nie lámať, krájať, sekať a stavať na hlavu.) A tentokrát sa hodnotí aj postup.



Ako sa takto rozprávali, došli na trojuholníkovú lúku. V strede kružnice tejto lúky vpísanej sedela vedma, ktorá vedela všetko, teda určite aj to, kde nájdú Učiteľa pavúkov. Ale dostať sa k nej nebolo ľahké. Museli ísť po jednom z polomerov kružnice. Museli však ísť so zavretými očami, lebo na vedmu sa nikto nesmel poďívať. Teda hneď, ako vošli do trojuholníka, museli zavrieť oči. Ale to bolo zlé, lebo sa báli, že so zavretými očami do vedmy narazia. Potrebovali teda vypočítať, ako dlho majú ísť.

Úloha 2:

Je daný trojuholník ABC, pričom pre jeho uhly platí: $\angle CAB = \angle ABC = 1/2 \angle BCA$. Nech D je stred strany AC a dĺžka BD je $\sqrt{5}$. Aký dlhý je polomer vpísanej kružnice?

Popleťňožka s Emanuelom sa šťastne dostali k vedme, pričom sa im len tak-tak podarilo do nej nenaraziť. Ale nakoniec pred ňou stáli a ona im hovorí:

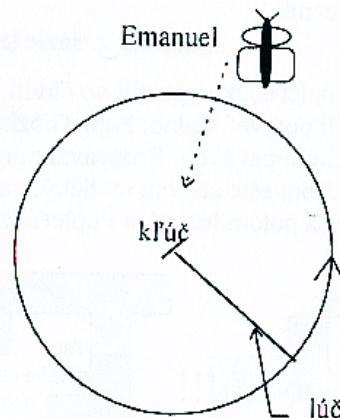
”Viem, prečo ste tu. Ale cesta k Učiteľovi nie je jednoduchá. Aby ste sa k nemu dostali, potrebujete získať kľúč od jaskyne, v ktorej býva. Pre kľúč musí ísť Emanuel, lebo kľúč visí nad hladinou jazera. Musí letieť v tej rovine, ako je kľúč, tesne nad hladinou jazera. Ale to nie je všetko. Kľúč leží v strede kruhu, ktorý opisuje lúč vychádzajúci z krútiaceho sa podstavca pod kľúčom. Lúč sa otočí raz za 4 kvapkožblnky a je dlhý 9 púpavlistov (jednotky času a dĺžky v tamojšej krajine). Koho tento lúč zasiahne, toho oslepí a ten spadne do jazera.

Úloha 3:

Ako má Emanuel letieť ku kľúču, aby nespadol do jazera, ak vieme, že letí v rovine lúča rýchlosťou 2 púpavlisty za kvapkožblnku?

Emanuel získal kľúč a ponáhal sa s ním naspäť k Popleťňožkovi. Potom sa vybrali k jaskyni. Jaskyňa však bola strážená tromi obrovskými osami, ktoré do nej nikoho nechceli pustiť. Keď sa niekto objavil pri dverách do jaskyne, zlietli sa k nemu a dopichali ho.

Ale doteraz nikto ešte nemal kľúč, aby vošiel do jaskyne skôr, ako k nemu doleteli osy. Ešte tu však bol jeden problém. Z diaľky nebolo vidieť, kde vlastne vchod je. Vedeli len to, že je na mieste, kde sa všetky tri osi stretnú najskôr. A tak si Popleťňožka najprv vyrátal, kde je vchod.



Úloha 4:

Máme ľubovoľný trojuholník, v ktorého vrcholoch sú osy. Predpokladajme, že osy letia rovnako rýchlo. Určte bod, do ktorého majú priletieť všetky osi, aby sa stretli čo najskôr.

Popleťňožka a Emanuel rýchlo dobehli ku vchodu, teda presnejšie k miestu, o ktorom si mysleli, že je vchod, a na svoje veľké potešenie tam objavili zámku, do ktorej pasoval ich kľúč a vkľzli do jaskyne chvíľočku pred tým, ako ich

dochytily osy. Zabuchli za sebou poklop a poriadne zamkli. Potom sa už spokojne rozhládli po jaskyni. Bola celkom tmavá, len na úplnom konci svietilo malé svetielko. Pustili sa teda tým smerom. Jaskyňa bola dlhšia, ako sa zdalo, ale nakoniec došli až na miesto, kde sa rozširovala do malej kruhovej miestnosti. Tam na malom podstavci sedel staručký pavúk a usmieval sa na oboch kamarátov. Prihovoril sa im:

"Vítajte, priatelia! Ahoj pavúček! Už dlho čakám na niekoho, kto by mohol byť mojim nástupcom. Dlhé roky som chodil po svete a učil pavúkov tkať siete a stavať domčeky, ale nenašiel som nikoho, kto by mohol byť novým Učiteľom pavúkov. A tak som sa utiahol sem a cestu k sebe som sťažil rôznymi úlohami. Ale ty si sa dostal až sem a to je dobre. Ale dám ti ešte jednu úlohu:

Úloha 5:

Nájdí všetky také prvočísla p , aby aj $p+34$ a $p+98$ boli prvočísla."

Nebolo to ľahké, ale nakoniec Popleťnôžka povedal všetky také čísla. Potom starý pavúk zišiel z podstavca a povedal mu:

"Tak a teraz si pripravený stať sa Učiteľom pavúkov. Choď do sveta a uč všetkých pavúkov, ako tkať pekné siete a stavať domčeky z pentomina a aj to, ako rátať matematiku."

-koniec-

Úloha 6: tak dobrovoľná ako žiadna doteraz.

Nakreslite najzaujímavešie Popleťnôžkove zážitky.

Riešenia úloh 3. série nám pošli najneskôr v pondelok, 11. mája 1998 (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu

PIKOMAT
P-MAT, n. o.
Hrušková 30
831 06 Bratislava

Riešenia poslané po tomto termíne nebudú opravené.

* POZOR!!!

Do 3. úlohy sa vlúdila chybička.

Za takých podmienok by sa Popleťnôžka učiteľom pavúkov nestal.

Úlohu niešte s týmito podmienkami:

Lúč sa otočí raz za 4 kvapkožblnky
a je dlhý 9 púpavlistov.

Emanuel letí rýchlosťou 2 púpavlisty za kvapkožblnk.

POHOV.

A ešte na niečo sme zabudli:

Ďakujeme za všetky návrhy loga PIKOMATu.
Ako sme sľúbili, najlepšíe odmeníme. Ale majstár sa
budeme musieť dohodnúť, ktoré to sú. A to bude ťažké.

;)