	1 brat	2 bratia	3 bratia	4 bratia	5 bratia	6 bratia
1. brat	1/4	4/16	16/64	64/256	256/1024	1024/4096
2. brat		3/16	12/64	48/256	192/1024	768/4096
3. brat			9/64	36/256	144/1024	576/4096
4. brat				27/256	108/1024	432/4096
5. brat					81/1024	324/4096
6. brat						243/4096
Súčet	1/4	7/16	37/64	175/256	781/1024	3295/4096
Natálka	3/4	9/16	27/64	81/256	243/1024	729/4096

Už pri piatom bratovi môžeme vidieť, že Natálka má menej ako prvý brat a zároveň viac ako druhý. Ale aby sme sa presvedčili, či je to jediné riešenie, musíme vyskúšať šiesteho súrodenca. V tomto prípade má Natálka menej ako dvaja jej bratia, čiže podmienka nie je splnená. Keďže čím viac bratov by sme jej pridali, tým menšia by bola jej časť, vieme s istotou povedať, že úloha má jediné riešenie. Natálka má 5 bratov.

Bodovanie: Výsledok za max. 1,5b.; vyskúšanie aj 6. brata za 1b.; postup za 2,5b.; konkrétne číslo bez udania dôvodu, prečo na tom nezáleží -0,5b.; chyby vo výpočtoch max. -1b.;

Príklad S5: Zbojník. *Opravovala Janka Štolcová.*

Ujasnime si najskôr, čo vieme zo zadania: zbojníka hliadky nevidia, ani keď sa presúva do skrýše, ktorú práve opustili. To znamená, že nepomôže zbojníka obkľúčiť alebo zahnať na kraj dediny jednou hliadkou, lebo vo chvíli presunu sa s hliadkou môže jednoducho vymeniť. Napriek tomu mnohí z vás našli spôsob, ako tento problém vyriešiť – hliadky musia hliadkovať vedľa seba. Začať môžu napríklad v skrýšach 1 a 2, po hodine sa presunúť na 2, 3, potom 3, 4 a tak ďalej. Zbojník, nech je kdekoľvek, môže ustupovať iba jedným smerom – tým, akým idú policajti. Takže najneskôr na konci dediny ho chytia. Môžu si teda byť istí, že maximálne do 16 hodín (kým sa hliadka presunie z 1. a 2. do 16. a 17. skrýše) je zbojník ich.
No existuje aj výhodnejšia a o niečo rýchlejšia taktika. Tú však objavil iba málokto. Bolo treba si uvedomiť jednu vec: zatiaľ čo hliadky sa presúvať môžu, ale nemusia, o zbojníkovi vieme, že nikdy nezostáva na jednom mieste. Predstavme si, že hliadky idú najskôr prehľadať skrýše 2 a 4, po hodine však svoje stanovištia neopustia! Ak by bol zbojník pôvodne v skrýši 1 alebo 3, musel by sa presunúť do 2 alebo 4, teda rovno do rúk polície. Čiže ak ho po 2-hodinovom prehľadávaní 2. a 4. skrýše nenašli, môžu si byť istí, že nie je (a už ani nikdy nebude) v skrýši 1, 2 ani 3. Potom sa presunú na 4 a 6 a znovu tam zostanú dve hodiny. Po 2 hodinách skrýše opustia s dobrým pocitom, že zbojník nie je a ani už nebude v 1., 2., 3., 4. ani 5. skrýši. Pokračujú ďalej na 6 a 8 a takto postupujú ďalej, až kým ho nenájdu. Po 12 hodinách (ak zbojník doteraz unikal) je situácia nasledovná. Hliadky sa presunú na skrýše 14 a 16. Pritom vedia, že zbojník nemôže byť za nimi, teda nikde na 1, 2, ..., 13. Po hodine, za ktorú hliadky prehľadajú skrýše 14 a 16, zbojníka dolapia, lebo z možných úkrytov 15 a 17 už nemôže ísť inam ako na stanovištia polície. Ak budú policajti postupovať podľa tohto plánu, môžu si byť istí, že viac ako 13 hodín im zbojník nedokáže unikať.

Bodovanie: najkratší spôsob – 5b.; stratégia postupovania za sebou – 3 až 4b. podľa zdôvodnenia.

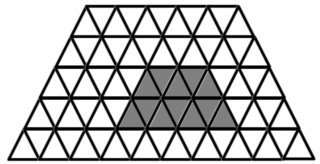
Pikomat bol podporovaný Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. LPP-0007-06.

PIKOMAT

Vzorové riešenia 2. série zimnej časti, kategória 7-9

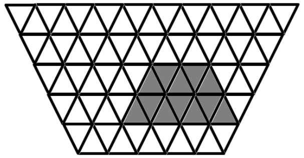
Príklad S1: Záhradná. *Opravovala Mária „Marry“ Šormanová.*

V prvom rade by sme sa vám, riešiteľom, chceli ospravedlniť za to, že úloha bola o niečo ťažšia ako sme predpokladali. Preto sme sa rozhodli nepožadovať konkrétny vzorec, a pokiaľ taký existuje, je veľmi dlhý a zložitý. Tomu zodpovedá aj bodovanie.
Veľa z vás zrátalo počet lichobežníkov v lichobežníku v zadaní. Tu tiež nebolo jednoduché žiaden z lichobežníkov neprehliadnuť. Pokiaľ ste v hľadaní týchto lichobežníkov mali systém, náležite sme to odmenili.
Ako by sa ale takáto úloha riešila všeobecne? Rozdelíme si ju na 4 časti a zrátame počet lichobežníkov pre každú časť osobitne. Žiadny lichobežník nebude vo viacerých skupinách, ale žiadny lichobežník nevynecháme. Budeme používať zápis so zadania, tj. lichobežník sa udáva v tvare (a,b,c,d). Už vieme, že c=d, teda lichobežník je (a,b,c,c). Veľký lichobežník nech má rozmery (A, B, C, C).



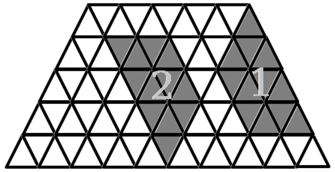
a) Lichobežníky, ktoré sú „hore hlavou“. Koľko lichobežníkov je takých, že majú spodný riadok v spodnom riadku veľkého lichobežníka? Alebo ešte lepšie, koľko ich je takých s c=1? Lichobežníkov tvaru (2,1,1,1) je tam *A-1*, lichobežníkov (3,2,1,1) je tam *A-2* a tak ďalej, až lichobežník tvaru (A,A-1,1,1) je tam jediný. Takže v spodnom riadku je týchto lichobežníkov *(A-1)+(A-2)+…+1*. Zbehlejší vedia, že to je *A.(A-1)/2*, tí menej zbehlí sa uspokoja s predchádzajúcim súčtom a vzorček budú brať ako fakt (je omnoho kratší ako rozpisovať celý súčet, ale pokojne sa dá pracovať so súčtami).
Podobne lichobežníkov, ktoré majú spodný riadok na spodku veľkého lichobežníka, ale majú *c=2* je *(A-2)+(A-3)+…+1=(A-1).(A-2)/2*, pre *c=3* bude lichobežníkov práve *(A-3)+(A-4)+…+1=(A-2).(A-3)/2* a tak ďalej, až pre *c=C* bude týchto lichobežníkov *(A-C)+(A-C-1)+…+1=(A-C+1).(A-C)/2.*
Spolu teda lichobežníkov hore hlavou, ktoré majú spodný riadok v spodnom riadku lichobežníka (A,B,C,C), je *A.(A-1)/2+(A-1).(A-2)/2+(A-2).(A-3)/2+…+(A-C+1).(A-C)/2.*
To by boli lichobežníky so základňou v spodnom riadku. Čo s tými v druhom riadku? Spodný riadok proste odtrhneme, a tým pošleme spodný riadok malých lichobežníkov opäť na spodok, lenže tentokrát v lichobežníku (A-1, B, C-1, C-1) a opakujeme predchádzajúci postup. Pre ostatné riadky to funguje úplne rovnako.

b) Lichobežníky dole „hlavou“. Pre lepšiu predstavu si veľký lichobežník otočíme a fungujeme podobne ako v prípade a). Lichobežníkov, typu (2,1,1,1), ktoré majú zakladňu v spodnom riadku otočeného veľkého lichobežníka by malo byť *B-1*, tých (3,2,1,1) by malo byť *B-2* atď. až typu (B,B-1,1,1) tam bude jediný, takže spolu ich bude $B.(B-1)/2$. Pre $c=2$ ich bude $(B-1).(B-2)/2$, pre $c=3$ to bude $(B-2).(B-3)/2$ atď., až pre $c=C$ ich bude $(B-C+1).(B-C)/2$. Ale pozor! Môže sa stať, že $C>B-1$ (ako v prípade na obrázku). Potom posledný lichobežník, ktorý sme schopní nájsť, má rozmery (B,1,B-1,B-1), a teda pre hodnoty $c>B-1$ bude počet lichobežníkov zo vzorčeka nulový alebo záporný. To sa samozrejme stať nemôže, a preto tieto výrazy budeme ignorovať.



Pre počet malých lichobežníkov začínajúcich na druhom riadku použijeme fintu ako v a), odrežeme spodný riadok a rátame s lichobežníkom (A,B+1,C-1,C-1). Pre ostatné riadky opakujeme.

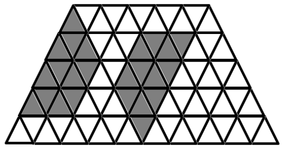
c) Lichobežníky, ktoré sú naklonené doprava.



i) Prípad 1. Podľa a) a b) by už malo byť jasné, že lichobežníkov nalepených na ramene veľkého lichobežníka je $C.(C-1)/2+(C-1).(C-2)/2+\ldots+1$. Toto sa dá spraviť pre B najpravejších šikmých riadkov, takže zatiaľ sme narátali $B.[C.(C-1)/2+(C-1).(C-2)/2+\ldots+1]$ lichobežníkov, plus ešte nejaký zvyšok sa nachádza v zvyšnom trojuholníku. Tam sa ich nachádza $(C-1).(C-2)/2+(C-2).(C-3)/2+\ldots+1$.

ii) Prípad 2. Lichobežníkov tvaru (2,1,1,1) v tomto prípade bude $B.(C-1)+C.(C-1)/2$ (druhá časť vzorca ráta lichobežníky v ľavom trojuholníku, prvá vo zvyšnom rovnobežníku) alebo $B.(C-1)+(C-1).(C-2)/2$, sami si skúste, pre aké hodnoty A,B,C nastáva ktorá možnosť. Lichobežníkov tvaru (3,2,1,1) bude $B.(C-2)+(C-1).(C-2)/2$ alebo $B.(C-2)+(C-2).(C-3)/2$, opäť závisí na rozmeroch veľkého lichobežníka. Takto spočítame lichobežníky až po (C, C-1,1,1) a následne tie s $c=2$, $c=3$ až po $c=B$, väčšie sa už nezmestia.

d) Lichobežníky naklonené doľava. Tu si už len uvedomíme, že vďaka súmernosti musí byť týchto lichobežníkov rovnako ako v prípade c).



Teraz už „len“ stačí zrátať počty z jednotlivých a častí a dostaneme počet malých lichobežníkov vo veľkom lichobežníku. Naozaj „jednoduchá“ úloha, však?

Na záver by sme chceli poďakovať všetkým, ktorí sa o jej vyriešenie aspoň pokúsili...

Bodovanie: Veľká väčšina z vás len zrátala počet lichobežníkov v lichobežníku, ktorý bol na obrázku. Tí dostali do 3,5 boda, podľa toho, na koľko ukázali „systém“, ako ich hľadali. Tí, ktorým pár lichobežníčkov v ňom ušlo, dostali od 1 do 2 bodov. Tí, ktorí sa pokúsili nájsť všeobecné riešenie (teda našli si nejaký systém a pekne ho popísali), dostali od 4 do 5 bodov, podľa toho, či zvážili všetky možné otočenia lichobežníkov. Tu uvediem jednu peknú myšlienku – keďže všetky lichobežníky v trojuholníkovej sieti sú rovnoramenné (viď vzorák z minulej série), tak vlastne sú súmerné podľa osi základne – takže vlastne aj dve dvojice otočení lichobežníčkov v nich sú súmerné a preto stačí zrátať len jedno z dvojice otočení a vynásobiť dvoma... Ide vlastne o úvahu z bodu d).

Príklad S2: Klobúky. *Opravovala Veronika „Nika“ Jankovičová.*

Chlapcov budeme volať „prvý, druhý, tretí“, aby sme sa nepomýlili, kto ide po kom ☺. Najväčší spoločný deliteľ ich čísel budeme značiť x a potom trojice čísel v poradí, (v akom chlapci hovoria) budú vyzerať napr. (2x, 3x, 5x). Symbol ? bude značiť číslo, ktoré chlapec nevie (to svoje)

Základná úvaha bude rovnaká ako v príklade S5 v minulej sérii: Keďže chlapci nehovorili nič iné, len to, že nevedia, museli Milošovi pomôcť práve tieto informácie. No aj ostatným dvom tie informácie nejako pomáhali, no poďme pekne postupne.

Prvý povedal, že nevie. To znamená, že nevidí dve rovnaké čísla – keby ich videl, vedel by, že môže mať jedine ich súčet. Čiže čísla nie sú (2x, x, x). **Druhý** tiež povedal, že nevie. To znamená, že tiež čísla nie sú ani (x, 2x, x), teda tiež nevidí dve rovnaké čísla (to vám bolo jasné). Lenže to znamená (na čo ste zabudli), že mu ani nepomohlo to, čo povedal prvý. Keby videl (2x, ?, x), prvého „neviem“ by mu pomohlo – vedel by, že keď prvý nevidí (?, x, x) tak on (druhý) musí mať 3x. Keďže mu to ale nepomohlo, tak (2x, 3x, x) tiež nie je trojica na klobúkoch.

Tretí tiež nevedel – čísla nie sú (x, x, 2x), nepomohlo mu ani to, že prví dvaja nevidia rovnaké čísla – čiže čísla nie sú ani (x, 2x, 3x) a (2x, x, 3x) a nepomohlo mu ani to, čo povedal tretí – keby videl (2x, 3x, ?), vylúčenie (2x, 3x, x) by mu pomohlo, vedel by, že on má 5x, no takto vieme, že to nie je ani (2x, 3x, 5x).

Zastavíme sa. Ako to teda funguje? Keď niekomu nepomôže informácia, že to nie je nejaká trojica, znamená to, že sa o tejto trojici nerozhoduje, či môže byť riešením (vždy sa rozhoduje len medzi dvoma – buď mám súčet tých ostatných, alebo rozdiel). A keďže sa nerozhoduje, či je to táto trojica alebo tá druhá, tak nevidel také čísla, ktoré by takéto rozmýšľanie pripúšťali. Takže ani tá druhá trojica nie je správna.

V druhom kole už **prvý** vedel, že to nie sú trojice (zosumarizujeme to, čo sme vylúčili u druhého a tretieho v prvom kole): (x, **2x, x**), (2x, **3x, x**), (x, **x, 2x**), (x, **2x, 3x**), (2x, **x, 3x**) ani (2x, **3x, 5x**). Keďže mu to nepomohlo, tak ani (3x, 2x, x), (4x, 3x, x), (3x, x, 2x), (5x, 2x, 3x), (4x, x, 3x), (8x, 3x, 5x) nie sú čísla na klobúkoch – keby boli, tak prvý by to práve teraz zistil.

Druhý teraz vie, že to nie je ani jedna z posledných 6 trojíc (vylúčili sme v minulom odseku), a ani jedna z tých 4, čo sme vylúčili u tretieho v prvom kole (podčiarknuté).. Keďže mu to nepomohlo, tak to nie je ani jedna z trojíc (x, 3x, 2x), (x, 4x, 3x), (2x, 5x, 3x), (2x, 7x, 5x), (3x, 4x, x), (4x, 5x, x), (3x, 5x, 2x), (5x, 8x, 3x), (4x, 7x, 3x), (8x, 13x, 5x).

Tretí (Miloš) teraz vie, že to nie je ani jedna z trojíc, ktorú sme vylúčili v posledných dvoch odstavcoch. A jemu to pomohlo! To znamená, že z čísel, ktoré videl, vedel, že buď je to takáto trojica, alebo tá druhá, kde on nemá rozdiel ale súčet. Teda ak on videl napr. (**x, 3x**, ?), tak by mu pomohla informácia, že to nie je (**x, 3x**, 2x), už by mu bolo jasné, že je to (**x, 3x**, 4x). Takže podľa toho, čo videl (označím tučným písmom), vedel, že jeho číslo je to tretie: (3x, 2x, 5x), (4x, 3x, 7x), (3x, x, 4x), (5x, 2x, 7x), (4x, x, 5x), (8x, 3x, 11x), (x, 3x, 4x), (x, 4x, 5x), (2x, 5x, 7x), (2x, 7x, 9x), (3x, 4x, 7x), (4x, 5x, 9x), (3x, 5x, 8x), (5x, 8x, 13x), (4x, 7x, 11x), (8x, 13x, 21x).

Trochu veľa riešení, že? ☺ Ale na začiatku sme si povedali, že x je najväčší spoločný deliteľ týchto čísel, čo by malo byť celé číslo. Miloš nám povedal, že súčet čísel je 144. Ale už pre prvé (3x, 2x, 5x) vidíme, že rovnica 3x+2x+5x=144 nemá celočíselné riešenie, takže toto nie je v tomto prípade dobrá trojica. Odskúšame ďalšie, zistíme, že celočíselné x dostaneme len pri tých podčiarknutých, a z toho x už vypočítame tie trojice – (54, 18, 72), (18, 54, 72), (16, 56, 72), (32, 40, 72) a (27, 45, 72). To, ktorá z trojíc to bola naozaj, vedia len chlapci podľa toho, čo videli, no pre každú z týchto piatich to Miloš (ako tretí v poradí) vedel určiť v druhom kole.

Bodovanie: Väčšina išla na tento príklad správne, ale zabudla, že už druhého ovplyvní to, čo povie prvý. Zaujímavé je, že aj tak vám vyšla jedna zo správnych trojíc (18, 54, 72), no to je len náhoda. Keďže sa ale tieto riešenia približovali správnemu (chýbal už len krôčik), tak ste dostali 5b. Niektorí z vás skončili ešte skôr, na (24, 48, 72), za to bolo menej bodov. Úvaha (a+b=c, a+b+c=144, takže 2×c=144, čiže jedno z čísel c=72) bola za 0,5 boda.

Príklad S3: Polia. *Opravoval Peter „Comp“ Ambrož.*

Prvá podmienka: Keď počujeme slovo “trojuholník”, okamžite si spomenieme na trojuholníkovú nerovnosť. Tá nám hovorí, že každá strana musí byť menšia ako súčet zvyšných dvoch. Kto na toto zabudol, dostal svoje riešenie do bodovej krízy. Druhá podmienka: Na vypisovanie možností si urobíme systém. Nebudeme ich vypisovať len tak, ako nám napadne, lebo môžeme ľahko na niektorú zabudnúť alebo uviesť viackrát. Súčasťou vhodného systému je, že dĺžky strán budeme uvádzať od najdlhšej po najkratšiu. Na poradí strán nám totiž nezáleží. Tretia podmienka: Uľahčíme si vypisovanie tým, že si uvedomíme niektoré obmedzenia a zákonitosti. Najdlhšia strana trojuholníka musí byť kratšia ako polovica obvodu. Zároveň musí byť aspoň tak dlhá, ako tretina obvodu (zaokrúhlená nahor). Okrem toho, pri párnom obvode nemôžeme mať stranu dĺžky 1m. Teraz sa môžeme smelo pustiť do vypisovania všetkých možností.
Pre o=10m: (4,4,2), (4,3,3). Iných možností niet. Dokopy 2 možnosti.
Pre o=20m: (9,9,2), (9,8,3), (9,7,4), (9,6,5), (8,8,4), (8,7,5), (8,6,6), (7,7,6). Dokopy 8 možností.
Pri vypisovaní som si pevne určil prvú (najdlhšiu) stranu podľa podmienky. Druhá nesmie byť dlhšia, tak nech je rovnaká. Tretia sa dopočíta. Ďalší trojuholník získam tak, že zmenším druhú stranu a zväčším 3. stranu. Toto robím, kým sa dá. Akonáhle by 2. strana mala byť menšia ako 3., končím a znížim 1. stranu. Pri vypisovaní si jedným okom kontrolujem, či je dodržaná trojuholníková nerovnosť. Aj keď pri tomto systéme vypisovania sa mi to nemôže stať, no kto má iný systém, ten si to poctivo kontroluje.

Druhá časť príkladu je už výrazne náročnejšia. Chceli sme po Vás, aby ste objavili nejaký predpis, ako získať počet rôznych trojuholníkov pre akýkoľvek zadaný obvod (celočíselný, kladný). Od nikoho sme nežiadali presný vzorec, úplne stačilo slovné rozobratie možností, ako to urobiť rýchlo a nezapísať pri tom papier obrovskými tabuľkami. Jeden obrázok je hodný tisíca slov, a preto rovno dva:

9 1 10	8 1 11	7 1 12	6 1 13
9 2 9	8 2 10	7 2 11	6 2 12
9 3 8	8 3 9	7 3 10	6 3 11
9 4 7	8 4 8	7 4 9	6 4 10
9 5 6	8 5 7	7 5 8	6 5 9
9 6 5	8 6 6	7 6 7	6 6 8
9 7 4	8 7 5	7 7 6	6 7 7

Obr. 1: Obvod 20m

9 1 9	8 1 10	7 1 11	6 1 12
9 2 8	8 2 9	7 2 10	6 2 11
9 3 7	8 3 8	7 3 9	6 3 10
9 4 6	8 4 7	7 4 8	6 4 9
9 5 5	8 5 6	7 5 7	6 5 8
9 6 4	8 6 5	7 6 6	6 6 7

Obr. 2: Obvod 19m

Tu vidíme iný systém vypisovania – stĺpce určujú prvú stranu, riadky určujú druhú stranu, tretia sa dopočíta tak, aby sme dostali všade rovnaký obvod. Prvá (tenšia) čiara tvorí hranicu pre konštruovateľné trojuholníky (podľa trojuholníkovej nerovnosti). Druhá (hrubšia) čiara tvorí hranicu pre trojuholníky, ktoré sa už opakujú. No a tretia, spodná čiara, je hranicou pre opakujúce sa hodnoty 2. a 3. strany. Tmavšia farba pozadia určuje rozmery trojuholníkov, ktoré vyhovujú a sú riešením. Všimneme si, že horná tenká čiara nemá na počet riešení vplyv, lebo hrubá čiara klesá rýchlejšie. V každom stĺpci je teda zhora o 2 možnosti menej. Zato spodná čiara po každom druhom stĺpci pridá jednu možnosť. V každom stĺpci teda ubudne buď 1 alebo 2 možnosti na striedačku, až pokým ich ostane 0. Pre celkový počet trojuholníkov s nejakým obvodom sú potom dôležité dve hodnoty: Počet „dobrých” riadkov v prvom stĺpci (budem ho volať R), a informácia, o koľko menej riadkov bude v ďalšom stĺpci. Prvá dĺžka strany trojuholníkov v prvom stĺpci je $x = (N/2 - 1)$, zaokrúhlené nadol (N je daný obvod). Zvyšné 2 dĺžky strán potom musia mať súčet $S = N - x$. Takýchto súčtov vieme vyrobiť *S/2 = počet riadkov v 1. stĺpci.* Pozor, v prípade párneho obvodu to bude $S/2 - 1$, keďže prvý riadok nebude spĺňať trojuholníkovú nerovnosť. Takže $R=S/2$ pre párne N, alebo $R=S/2-1$ pre nepárne N. A teraz, ak je S párne, tak v druhom stĺpci bude tiež S/2 riadkov, z ktorých 2 už nebudú platné, t.j. R-2 platných. Ak je S nepárne, tak tam bude R-1 platných riadkov.

Z týchto informácií už vieme skonštruovať súčet riešení z jednotlivých stĺpcov. Začneme s R a pokračujeme R-2, R-3, R-5, R-6, R-8, atď., prípadne R, R-1, R-3, R-4, R-6, R-7, atď. Pre prehľadnejšie zhrnutie mojich myšlienok pripájam ešte jednu tabuľku:

	N párne S=(N-(N/2-1))=N/2+1	N nepárne S=(N-(N-1)/2)=N/2+1/2
S párne	R=S/2-1= N/4 - 1/2 R+(R-2)+(R-3)+(R-5)+ +(R-6)+(R-8)...	R=S/2 = N/4 + 1/4 R+(R-2)+(R-3)+(R-5)+ +(R-6)+(R-8)...
S nepárne	R=(S-1)/2-1= N/4 – 1 R+(R-1)+(R-3)+(R-4)+ +(R-6)+(R-7)...	R=(S-1)/2 = N/4 + 1/4 R+(R-1)+(R-3)+(R-4)+ +(R-6)+(R-7)...

1.Príklad pre N=20. N je párne, teda S=20/2+1=11. S je nepárne, R=20/4-1=4. Počet trojuholníkov je 4+3+1=8.
2.Príklad pre N=10. N je párne, teda S=10/2+1=6. S je párne, R=10/4-0,5=2. Počet trojuholníkov je 2.
3.Príklad pre N=15. N je nepárne, teda S=15/2+0,5=8. S je párne, R=15/4+0,25=4. Počet trojuholníkov je 4+2+1=7.

Bodovanie: Spočítajte si body za každý úspech z nasledujúceho. 2b za správnu odpoveď – t.j. počty trojuholníkov pre obvody 10, 20, vrátane ich výpisu. 0,5b za systém vypisovania – mali ste v tom nejaký poriadok (viď 2. podmienka v úvode). 1b za využitie niektorých zákonitostí ohľadom trojuholníka (viď 3. podmienka v úvode). 1b za pokus o všeobecné riešenie druhej otázky – snažili ste sa vytrieskať nejaký vzorec. 0.5b za úspešné a fungujúce všeobecné riešenie druhej otázky – máte fungujúci postup. 0.5b ako bonus v ľubovoľnom prípade, keď ste mali svoje riešenie niečím výnimočné.
Ak by vám malo výjsť viac ako 5 bodov, dostali ste 5 bodov.

Príklad S4: Dedičstvo. *Opravovala Lucie „Klávesnica“ Křemenová.*

Aj keď na prvý pohľad sa niektorým zdal tento príklad jednoduchý, netreba zabúdať, že opraviť môžem len to, čo vidím na papieri.
Na začiatku bolo potrebné si uvedomiť, že keď ***len jeden*** brat dostal viac kráv ako Natálka, musel to byť ten najstarší. Na to väčšina z vás aj prišla, ale niektorí zabudli na podmienku, že Natálka musí mať zároveň viac kráv ako druhorodený syn. Nasledovalo delenie. V princípe ste to takmer všetci riešili rovnakým spôsobom – pomocou zlomkov. Keďže delíme v pomere 1:3, znamená to, že pracujeme s násobkami 4. Pritom vieme, že posledný zvyšok (tri štvrtiny z troch štvrtín z troch štvrtín...) pripadne Natálke. To môžeme napísať v tvare 3/4.3/4. ... .3/4 (niektorí to zapísali ako $(¾)^n$, čo je správne, ale keďže takýto zápis poznajú len niektorí z vás, tu ho používať nebudeme). Keď ste takýto zápis nemali, nevadilo to, potom boli možnosti dve: buď si vybrať konkrétne číslo, ktoré budeme deliť (bolo ale treba vysvetliť, prečo to platí aj pre iné čísla – bez toho ste prišli o body), alebo rátať s počtom kráv x.
Vtedy to vyzeralo takto:
1. brat : 1/4 x, pričom 3/4 x sa delili ďalej. Ďalej si to kvôli prehľadnosti zhrňme v tabuľke: