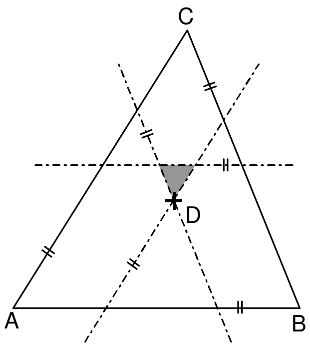
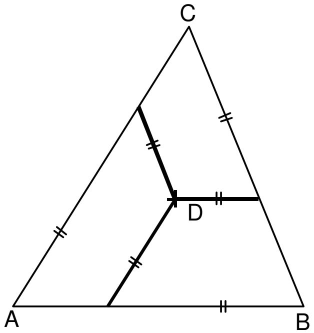
Príklad S5: Rozhodujúci okamih *opravoval Peter Mitec Miťko*

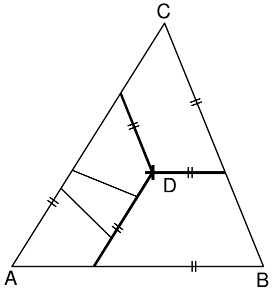
V tomto príklade bolo najdôležitejšie prísť na to, ako vytvoriť v trojuholníku 3 lichobežníky. Ak ste toto zvládli, tak vytvoriť ich viac už nebol problém. **Ale mnohí z vás na to zabudli !** Posnažím sa napísať čo najvýstižnejšie riešenie, pretože mnohí ste to odflákli. Ako prvý si zoberiem ostrouhlý trojuholník. Do jeho vnútra vpíšem bod. (Nezáleží kam, ale nesmie patriť ani jednej strane. Prečo? Pretože ..., ale to už nechám na vás. Podľa mňa na to hravo prídete.) Ak by som do trojuholníka vpisoval lichobežníky akokoľvek, ak nebudú tvoriť strany trojuholníka jednu z ich základní, vždy mi tam ostane trojuholník alebo iný útvar. Keďže druhá základňa musí byť rovnobežná s prvou, treba vytvoriť rovnobežky s každou stranou, ktoré prechádzajú mojím zvoleným bodom. Ak by neprechádzali, vznikol by mi zase trojuholník. A to nechcem. Dalo sa ísť aj z druhej strany. Najprv by som si spravil dve rovnobežky so stranami trojuholníka a potom tretiu, ale tak, aby prechádzala priesečníkom predchádzajúcich dvoch (inak by vznikol trojuholník) – obrázok 1. Teraz už stačilo pospájať úsečky v trojuholníku tak, aby tvorili lichobežníky – obrázok 2.
Ak chcem vytvoriť viacej lichobežníkov, stačí ak budem deliť hociktorý lichobežník rovnobežkami zo zakladňami. Taktiež môžem postupovať ako na obrázku 3, ale potom si musím dať pozor, aby ani jedna z vytvorených úsečiek nebola rovnobežná s bočnými stranami lichobežníka. Dá sa ich pravda takýmito spôsobmi vytvoriť nekonečne veľa.
Rovnako sa dá postupovať aj pri tupouhlých a pravouhlých trojuholníkoch (obrázky 3, 4).
Veľmi elegantne sa to dalo riešiť aj cez stredné priečky trojuholníka – obrázok 6.
Bodovanie: 0,1 až 1 bod som stŕhal, ak ste nenapísali ako vytvoriť viac než 3 lichobežníky. Ak ste trojuholník a lichobežníky len načrtli a nenapísali, čo platí pre úsečky, tak za to bolo 0,1 bodu dole.



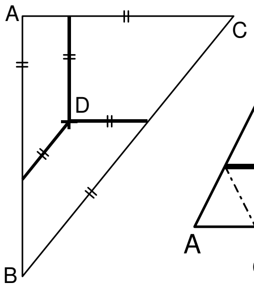
Obrázok 1



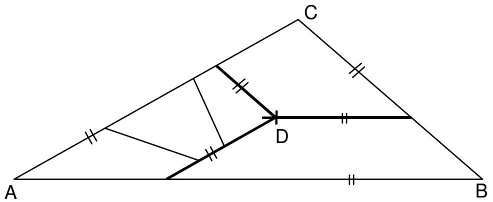
Obrázok 2



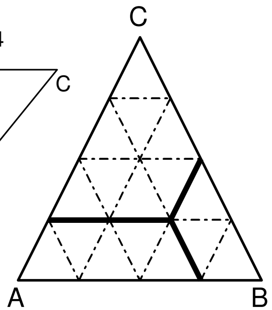
Obrázok 3



Obrázok 4



Obrázok 5



Obrázok 6

Vzorové riešenia 3. série letnej časti kategórie 7-9

organizátor korešpondenčného seminára

podporuje odborný rast organizátorov seminára

Príklad S1: Veľkolepé zoznámenie *opravoval Ivan Jarík Kohút*

Na začiatok si bolo dobré poriadne prečítať zadanie. Z neho vyplýva, že všetci (okrem domáceho pána) si podali ruky rôzny počet krát. A zároveň v ňom **nie** je napísané, že si ruku podal každý s každým. A teraz už samotné riešenie:
Maximálny počet podaní rúk je 8 – (ten kto podáva) – (jeho partner) = 6. Minimálny počet krát je 0. Dokopy to je sedem možností: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Presne toľkých ľudí sa domáci pýtal. Teda každému pripadne práve jedno číslo od 0 po 6. Pán domáci si tiež nemohol podať ruku viac ako 6 krát, teda jeho počet podaní sa zhoduje s niektorou z odpovedí, ktoré dostal.
Jeden človek si podal ruku 6 krát – s každým okrem svojho partnera. Teda všetci títo si podali ruku aspoň raz. Niekto si však musel podať ruku 0 krát. Ostal jedine partner toho, ktorý si podal ruku 6 krát.
Niekto zo zvyšných 6 ľudí si podal ruku 5 krát. S každým okrem svojho partnera a toho ktorý si podal 0 krát. To je práve 5 ľudí (8 – (partner) – (ten, čo 0 krát) – (on sám)). Títo si už podali ruku minimálne 2 krát (s tým čo 5 a s tým čo 6 krát). Niekto si však musel podať ruku 1 krát. Ostal jedine partner toho, čo si podal 5 krát, lebo si podal len s tým, ktorý si podal 6 krát.
Zo zvyšných 4 neurčených ľudí si niekto podal ruku 4 krát. Už má minimálne 2 podania, ďalšie dve získa podaním ruky so zvyšnými možnými dvoma ľuďmi (4 – (partner) – (on sám)). Tí dvaja teda budú mať minimálne 3 podania. Jeho partner je jediný, kto si môže podať ruku práve 2 krát. Ostali nám dvaja s 3 podaniami. Jedného potrebujeme, aby si niekto podal ruku práve 3 krát, ten druhý si už nemá s kým ďalším podať ruku.
Teda po dvojiciach (manželské páry a Vladko s Radkom): 6 – 0, 5 – 1, 4 – 2, 3 – 3. Kto z nich je pani domáca ? Aby pán domáci mohol dostať 7 rôznych odpovedí, musel sa nachádzať v poslednej dvojici (inak by dostal dvakrát odpoveď 3 podania). Pani domáca je s ním vo dvojici, teda si podala 3 krát ruku.
Bodovanie: 5 bodov kompletný postup (nemusí sa zhodovať s mojim), 4 body za riešenie bez odôvodnenia, prečo pani domáca bola v poslednej dvojici. 0 bodov za odpoveď 6 a riešenia, ktoré nevychádzali zo zadania, napr. nebrali do úvahy, že všetci okrem domáceho mali iný počet podaní rúk. V prípade nepochopenia spôsobu podávania rúk sa dalo získať 0,5 bodu za uvedenie, že keď podanie sa ráta len jednému, a podali si ruky všetci ktorí mohli, tak sa nedá jednoznačne určiť koľkokrát si podala ruku pani domáca. 0,5 uvedenia možných počtov podaní rúk, 0,5 za dobrý obrázok príp. tabuľku. V prípade riešenia vylučovacou metódou som strhával 0,5 bodu za každé neodôvodnené vylúčenie nejakej možnosti.

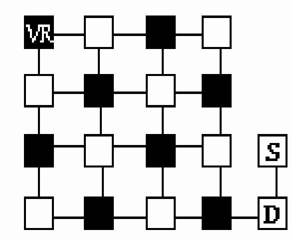
Príklad S2: Čo čarujeme?! *opravoval Peter Comp Ambrož*

Nemá význam vypisovať si všetky možnosti, pretože ich je naozaj veľa. Všetky čísla si rozdelím na skupinky podľa počtu dvojok v nich. Ľubovoľné 2 čísla z jednej skupinky pritom určite budú mať v súčte aspoň 2 trojky, lebo vždy sa budú aspoň 2 dvojky spočítavať

s jednotkami. Napr.: 1111222211+1112222111=2223443222.
Pokiaľ však zoberiem 2 čísla zo susedných skupiniek (teda napr. zo skupinky s dvomi dvojkami a s tromi dvojkami) potom sa môže stať, že ostane len jedna dvojka, ktorá sa sčíta s jednotkou a ostatné sa sčítajú s dvojkami. Vznikne len jedna trojka. Preto vo výslednej skupine určite nebudú tieto susedné skupinky spolu. Môžem napísať aj to, že pokiaľ dám do výslednej skupiny čísla s párnym počtom dvojok, nemôžu tam už byť čísla s nepárnym počtom dvojok. Tie pôjdu do druhej skupiny a výsledok je na svete. Ešte dodám, že pokiaľ zoberiem ľubovoľné 2 čísla napr. zo skupín s tromi dvojkami a s piatimi dvojkami, určite mi v súčte vzniknú aspoň 2 trojky, lebo v tej druhej skupinke je práve o 2 dvojky viac ako v prvej.
Bodovanie: 5 bodov za správne riešenie a zrozumiteľný postup, (dalo sa riešiť veľa spôsobmi). Ak chýbal nejaký detail v postupe, 4.5 bodu. Samotný výsledok je za 1.5 bodu. Nedotiahnuté postupy, alebo také, ktoré neboli dostatočne objasnené, prečo fungujú, som hodnotil 2 až 0 bodmi.

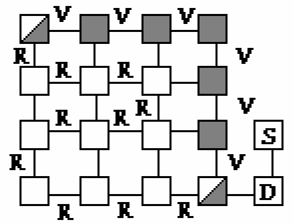
Príklad S3: ***Nudu pri Paríži*** *opravoval Jožo Cibíček*
Vlastne si stačilo uvedomiť, že stred vpísanej kružnice S je prienik osí vnútorných uhlov ΔABC. Preto $\angle SBC \cong \angle DBS$. Teraz ešte použijeme Talesovu kružnicu pre pravouhlý Δ so stredom v bode D. Keďže vrchol C leží na Talesovej kružnici opísanej ΔABC, tak AD=BD=CD. Ešte však vieme, že $\angle ABC$ má 60° (180-90-30). Potom ΔCDB je rovnostranný a teda $\Delta CSB \cong \Delta DSB$ podľa vety sus (spoločná strana BS, uhly pri vrchole B, z rovnostranného ΔCDB- BC=BD). Preto CS=DS čo sme chceli zistiť.
Niektorí z vás však nevedeli, že S je priesečník osí vnútorných uhlov, alebo nič nepočuli o Talesovej kružnici, ale pre tých existovali aj iné spôsoby. Napr. si môžeme doplniť ΔABC na obdĺžnik CAC´B, kde D je priesečníkom uhlopriečok. Keďže uhlopriečky obdĺžnika sa rozpoľujú, tak platí BD=BA=CD=C´D a keďže uhol $\angle ABC$ má 60° (viď hore), tak ΔCDB je rovnostranný, teda BC=BD. Päty na strany BC, AB, AC teraz postupne označme X,Y,Z. Nakoľko vpísaná kružnica sa zrejme v týchto bodoch dotýka strán BC resp. AB, tak platí SX=SY=SZ=r. V útvare CZSX vidíme 3 pravé uhly a dve susedné strany SX a SZ sú zhodné, teda ide o štvorec a teda XC=r. Ďalej si všimnime, že $\Delta XSB \cong \Delta YSB$ podľa vety Uss (pravý uhol, SX=SY a BS=BS.) Preto platí: BX=BY. Keďže však aj BC=BD teda: BX+XC=BY+YD, tak XC=YD=r. Potom SD aj SC sú odvesnami v pravouhlých trojuholníkoch YSD resp. XCS s odvesnami r , r , čiže ich dĺžka musí byť rovnaká.
Bodovanie: 1b za výsledok, 4b za postup. 0,5 bodu za spomenutie, že S „má niečo spoločné" s osami vnútorných uhlov, 0,5 bodu za využite tohto poznatku, popr. ak ste riešili inak, tak za nejaký relevantný začiatok 1b. Zvyšok za úplný dôkaz, že BD=BC a za správny postup k vzťahu CS=DS. Za menšie nepresnosti -0,5. Za polodôkaz s neúplným postupom alebo nedôkaze- podľa závažnosti -1 až –3 body. Ak ste to riešili konštrukčne, čiže ste si tam pekne odmerali strany, mali ste za postup 0b, lebo úlohu bolo treba vysvetliť=dokázať a nie odmerať.

Príklad S4: Na ceste ku stroju *opravoval Michal Kesy Kesely*
V zadaní sa nám, nanešťastie, vyskytla chyba. A keby len jedna. Nikde nebolo napísané, že sa chlapci nemôžu rozdeliť. Pôvodné zadanie malo byť doplnené o vetu: "Vladko a Radko musia stále chodiť spolu." Taktiež sme zabudli napísať, že miestnosť VR je tiež komnata. Úloha sa preto dala pochopiť až tromi rôznymi spôsobmi. A teda má aj tri spôsoby riešenia.



1) Vladko a Radko musia chodiť spolu a VR považujeme za komnatu.

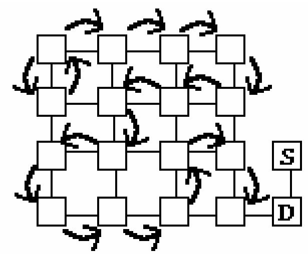
Ukážeme si, že za týchto podmienok sa všetkými komnatami prejsť nedá. Zafarbime si jednotlivé miestnosti šachovnicovým spôsobom (ako na obrázku). Miestnosti D a S si môžeme odpustiť, tam je už cesta jasná. Chceme sa teda dostať do pravého dolného rohu. Miestností je 16, teda urobíme 15 prechodov medzi nimi. Pri každom prechode sa nám však zmení farba na miestnosti - z čiernej na bielu alebo naopak. Pri prvom prechode sa zmení z čiernej na bielu, pri druhom z bielej na čiernu, pri treťom z čiernej na bielu, ..., pri štrnástom z bielej na čiernu a konečne pri pätnástom z čiernej na bielu. Teda po pätnástich krokoch stojíme v bielej miestnosti. Ale miestnosť vpravo dolu je čierna, teda sa do nej za požadovaných podmienok Vladko s Radkom nedostanú.



2) Vladko a Radko sa môžu rozdeliť.

V tomto prípade môžu za požadovaných podmienok prejsť všetkými komnatami (ako na obrázku). Môžu sa rozdeliť napríklad hneď v miestnosti VR. V označuje cestu Vladka po rozdelení a R cestu Radka po rozdelení.

3) Miestnosť VR nepovažujeme za komnatu.



Potom sa možno do tejto miestnosti vrátiť, keďže sa po ich odchode nezaplní plynom. Takže najprv môžme ísť dolu, vrátiť sa a potom prejsť všetky ešte neprejdené miestnosti (obrázok). Úloha s takouto podmienkou sa dá prejsť.

Bodovanie: Pokiaľ ste mali aspoň jeden zo spôsobov správne, mali ste plný počet bodov. Ak ste možnosť 1) dokazovali cez rozoberanie možností, za každú zabudnutú ste mali –0,3 bodu. Ak ste overili len niekoľko možností, dostali ste body podľa toho, koľko ste ich preverili, ale spravidla ich nebolo veľa: