

PIKOMAT

17. ročník šk. rok 1999/2000

Zadania 3. série letnej časti

Hovorili sme už o tom, aký veľký je Cirkus? Nie? Je veľmi veľký. Cirkusové šapitó môže naraz osvetľovať až 111 lúčov. A Riaditeľ dal každej z týchto lúčov urobiť osobitný prepínač, aby sa manéž dala osvetliť rôznymi kombináciami. Háčik bol v tom, že Riaditeľ bol tak trochu poverčivý. Rozhodol sa preto, že sa bude dať prepnúť naraz jedným šľuknutím práve 13 lúčov. Našťastie sa dalo vždy pred prepnutím vybrať, ktorých 13 lúčov sa prepne. Je vám dúfam jasné, aký tam majú teraz osvetľovači zmätok!

Príklad M1: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Dá sa vo všetkých možných prípadoch (jeden možný prípad: práve svieti 27 lúčov a zvyšné sú zhasnuté) len pomocou takéhoto prepínania zhasnúť alebo zažerť všetkých 111 lúčov? Svoje tvrdenie zdôvodnite.

Viete si predstaviť, koľko prepínania musel Riaditeľ niekoľkokrát denne podstúpiť? Ale o tom radšej až inokedy. Teraz totiž Riaditeľ rieši závažný problém s kúzelníkom. Kúzelník chce svoje kúzla predvádzať iba v také dni, v dátumoch ktorých sa žiadne čísla neopakujú, napr. 2. 3. 1978. Tie ostatné dni (napr. 19. 2. 2000) by predstavenia mal robiť Kúzelníček, dorastajúci Kúzelníkov syn. To sa však Riaditeľovi nepáči, pretože má pocit, že Kúzelník bude vystupovať príliš zriedkavo.

Príklad M2: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Zistite, aký najdlhší časový interval môže uplynúť medzi dvoma najbližšími dátumami, v ktorých sa žiadne čísla neopakujú, t.j. kedy by mal kúzelník najdlhšie prázdniny. Napr. medzi 1. 3. 2456 a 7. 3. 2456 je 5 dní. Stačí, keď svoje úvahy obmedzíte na roky 1 až 9999.

No, čo si budeme hovoriť, nedohodli sa. Oj, Riaditeľ je veru veľmi prísny. A tak Kúzelník urazene odišiel skontrolovať svoje králiky. Králiky sa mu pekne rozmnožovali. Každému dospelému králičiemu páru sa každý mesiac narodí jeden pár (t.j. králička a králiček). Králiky dospievajú za dva mesiace, takže pár narodený v januári môže mať prvé potomstvo v marci. Kúzelník sa stará o svoje králiky svedomito, nikdy mu žiaden králik neuhynie, a tak mu králikov pribúda čoraz viac. Aspoň môže robiť veľa krásnych kúziel.

Príklad M3: (♥5, 6, 7, 8, p, s, t)

Koľko párov všetkých potomkov môže mať za dva roky jediný dospelý pár králikov, ak žiaden králik nezahynie?

Cirkus má jednu zvláštnosť. Určite ste už videli tuleňa, ako krúti na nose loptu. Zvláštnosťou Cirkusu je Tuleň, ktorý na nose krúti kocku, a napodiv mu to ide celkom dobre, hoci je to možno vec ťažko uveriteľná. A tak sa Cvičiteľ rozhodol urobiť mu novú kocku z krásneho štvorcového kartónu zlatej farby so stranou 40 cm.

Príklad M4: (♥5, p)

Nakreslite nám všetky možné rôzne siete kocky také, aby sa dali z kartónu vystrihnúť v celku a žiadna stena kocky aby nebola rozstrihnutá. Kartón je úplne rovnaký z oboch strán.

Príklad M5: (♥6, 7, 8, 9, s, t, k)

Navrhňte, ako možno z kartónu 40×40 cm vystrihnúť sieť kocky (ako jeden celistvý útvar bez prestrihnutých stien) tak, aby kocka bola čo najväčšia. Aká dlhá bude maximálna možná strana kocky a prečo by nemohla byť väčšia?

Tuleňovi sa nová kocka ohromne páčila. Nielenže sa vo svetle lúčov nádherne blýskala, ale strieborné rybičky, ktoré si Tuleň na kocku dolepil mu neustále pripomínali, že po predstavení jednu ryбку určite dostane. Ale nielen Tuleň dostáva odmenu. Aj psy sa majú na čo tešiť, hoci rybičky to nie sú. Psy dostávajú cukor. A pojedia ho dosť veľa. Preto ho chodí Cvičiteľ kupovať po krabiciach, no nikdy nevie, v ktorej krabici je viac kociek cukru, pretože na obale je počet kociek cukru uvedený dosť netradične. Na ružovej krabici je napísané: Počet kociek cukru je toľko, ako keď postupne vynásobíme dvesto jedenástok. Na fialovej krabici si Cvičiteľ môže prečítať, že kociek cukru je toľko, ako keď vynásobíme tristo päťok. Obe krabice však stoja rovnako.

Príklad M6: (♥5, 6, p, s)

Cvičiteľ chce kúpiť krabicu, v ktorej je viac kociek cukru. Ktorá to je? Zdôvodnite!

Cvičiteľ má ženu, Cvičiteľku. Cvičiteľka rada tancuje, a tak sa rozhodla, že naučí tancovať aj niektoré zvieratká. Bude to vraj krásne číslo. Na tancovanie sa po dlhšom prehováraní odhodlali tieto zvieratká: Koník, Somárik, Poník, Ťáva,

Lámä a Ovečka. Cvičiteľka rozhodla, že budú tancovať v rade, a začala ich trénovať.

Príklad M7: (♥5, 6, 7, p, s, t)

Určite poradie tancujúcich zvieratiek počas predstavenia, keď viete, že Lámä netancuje pred Koníkom, Ťávä netancuje pred Poníkom, Lámä tancuje o tri miesta za Poníkom a Ovečka tancuje o štyri miesta pred Somárikom.

Tancujúce zvieratká mali pri premiére veľký úspech a po predstavení boli také pyšné, že psom zjedli skoro všetok cukor. Psy sa preto rozhodli, že si ho budú zamykať do trezoru. Psom je šesť, ale dohodli sa, že z bezpečnostných dôvodov (psy sú ohromne maškrtné) sa trezor bude dať otvoriť, len ak budú prítomné aspoň traja z nich.

Príklad M8: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Navrhňte systém otvárania trezoru (teda počet zámkov a ktorý pes bude mať aké kľúče, psy označte písmenami), aby počet zámkov bol čo najmenší.

Predstavenie tancujúcich zvieratiek nemalo úspech medzi mačkami. Mačky mali totiž tiež nacvičené tanečné číslo. A tak sa po dlhom dohadovaní s Riaditeľom a Cvičiteľkou dohodli, že mačky budú tancovať s ostatnými zvieratkami, hoci nie všetky naraz. Na tejto dlhej porade sa rozhodlo, že najmladšie mačky budú tancovať každý druhý večer, prostredné každý tretí večer, a najstaršie mačky každý štvrtý večer. V pondelok nebudú tancovať žiadne mačky. Na koho by vyšiel pondelok, šiel by tancovať v utorok a ďalšie počítanie si začne od utoroka. Riaditeľ sa prišiel na predstavenie pozrieť raz v sobotu a práve tancovali všetky mačky. Veľmi sa mu páčilo...

Príklad M9: (♥5, 6, 7, 8, 9, p, s, t, k)

Ktorý deň sa konala porada o tancovaní?

Podme sa teraz pozrieť, čo robí Opica. Sedí si vo svojej maringotke (je urazená, spomínate si?) a spomína na tohtoročné oslavy Silvestra. Keďže sa oslavoval príchod roku 2000, vymyslela takýto príklad:

Príklad M10: (♥ 5, 6, 7, p, s, t)

Napište číslo 2000 pomocou číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, každé číslo použite práve raz, použitím všetkých znamienok +, -, ×, : (ľubovoľne veľa krát) a môžete použiť aj zátvorky. Stačí jedno riešenie.

Opica so Slonom si zvyknú posilať zakódované správy. Slon chcel od Opice vedieť, koľko členov má blší cirkus. Opica mu poslala odpoveď ABBABBABBA.

Príklad M11: (♥ 5, p)

Aké číslo poslala Opica Slonovi, ak vieme, že súčet cifier tohoto čísla je 64 a A, B predstavujú dve rôzne číslice?

Dikobraz je cirkusový strelec. Má strelnicu, na ktorej sú napísané čísla od 1 po 40 tesne vedľa seba, takže tvoria jedno veľké číslo. Dikobraz svojimi pichliacmi do týchto čísel strieľa. Aké číslo vám má vystreliť?

Príklad M12: (♥ 5, 6, p, s)

Napište za seba čísla od 1 po 40 a z nich niektoré číslice vyškrtnite tak, aby výsledné číslo bolo čo najväčšie. Vyškrtnuté číslice musia dávať súčet presne 20. Zdôvodnite, prečo je získané číslo najväčšie možné!

O Cirkuse by sa dalo ešte dlho písať. Tak, ako by sa bolo dalo začať tradičným „Kde bolo, tam bolo...“, dalo by sa skončiť klasickým „...a žili šťastne a možno žijú až do teraz.“ Ale pretože náš príbeh je iný, ako všetky príbehy, aj koniec bude mať iný. Jednoducho to bude koniec s veľkým „K“.

KONIEC

Riešenia príkladov 3. série nám pošli najneskôr **19. apríla 2000** (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu

PIKOMAT

P-MAT, n. o.

P. O. Box 2

814 99 Bratislava 1

Oneskorené riešenia nám pri opravovaní spôsobujú nemalé problémy, preto Ťa prosíme o dodržanie termínu. V prípade omeškania Ťi za každý deň po termíne (podľa pečiatky pošty) vo výsledkovej listine odpočítame 1 bod.

Iste ste si všimli, že tu chýba 13. úloha. Už je to raz tak! V tejto sérii 13. úloha nebude. Prekvapil nás váš veľký záujem o tieto úlohy. Teší nás, že nie ste len matematické hlavy, ale že vo vás drieme aj umelecké nadanie. Vedzte teda, že aj 13. úlohy budú vyhodnotené. Ako to dopadlo, sa dozvieme spolu s celkovým vyhodnotením letnej časti.