

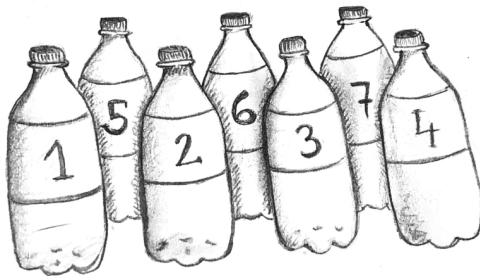
Zadania 2. série zimnej časti

Vrrzg, brrrrr, pššš, buuum... a ďalšie ohavné zvuky sprevádzali Kvapku na jej ceste elektrárňou. Držali sa za ruky spolu s ďalšími kvapkami a nervózne sa obzerali okolo seba. BUM! AU! Kvapky sa zrazu ocitli poskladané jedna na druhej. „Čo sa to stalo?“ vyplašila sa Kvapka. „Neeeviem,“ rozklepane odpovedala ďalšia kvapka. „Tuším sme na niečo narazili,“ bolo počuť spredu. Kvapky sa otriasli a rozostúpili vedľa seba. Oranžová, zelená, modrá, červená... nie, to neboli farby žiadneho zariadenia riadiaceho elektrárne. Bola to obrovská kopa plastových fľaš. Kvapka si na fľašiach všimla čísla.

Úloha 1: Očíslované fľaše **5 6 P**

Na kope ležali fľaše očíslované 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Potok náhodne (teda bez toho, aby sa pozeral) odobral z kopy jednu až šesť fľaš. Kvapka si chcela so zvyšných fľaš vybrať také, ktorých súčet by bol deliteľný siedmimi. **Koľko najviac fľaš mohol na začiatku Potok náhodne odobrať z kopy, aby sa to Kvapke určite podarilo?** Napríklad ak by Potok odobral 5 fľaš, mohli by na kope zostať fľaše číslo 2 a 5, čo by bolo deliteľné siedmimi. Avšak mohli by na kope zostať fľaše 2 a 6, z ktorých sa nedá vybrať skupina so súčtom deliteľným siedmimi. Takže odoberať 5 fľaš náhodne Potok nemohol.

Kvapka svojou duchapritomnosťou rozptýlila ostatné kvapky a spoločne sa upokojili. Teraz stála pred nimi okrem kopy fľaš aj otázka, čo ďalej. Nevedeli, čo presne sa nachádza za fľašami, ale vedeli, že nemôžu zostať stáť na mieste. Jedna odvážna spomedzi kvapiek sa rozhodla, že skúsi prejsť pomedzi fľaše na druhú stranu. Po pár minútach sa vrátila celá doškriabaná od nemilosrdného plastu. „Cez tie fľaše sa živé nedostaneme, veľmi to bolí,“ nariekala odvážna kvapka.



Po dlhých minútach premýšľania si ich všimol Potok. „Kvapôčky moje, čo sa vám stalo? Prečo tu stojíte ako kôpky nešťastia?“ opýtal sa ich. „Ach, Potôčik,“ povzdychla si Kvapka. „Vidíš tú obrovskú farebnú kopy plastových fľaš? Nevieme sa cez ne dostať ďalej a pokračovať v našej ceste k ľuďom.“ „Ale moje, nemôžete sa tak ľahko vzdávať. Podťe, fľaše upraceme na jedno miesto a isto sa nám uvoľní cesta,“ usmial sa Potok.

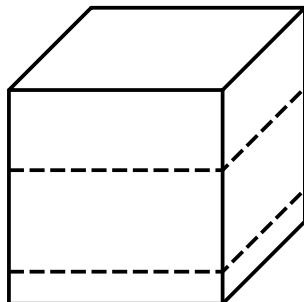
Úloha 2: Rezanie kocky **5 6 7 P S**

Potok a Kvapky upratali odpad do dvoch rovnakých krabíc. Každá krabica mala tvar kocky. Aby sa krabice nerozpadli, chceli ich Potok a kvapky ešte obaliť látkou: Potok obaľoval jednu krabicu, kvapky obaľovali druhú krabicu. Potok rýchlo obalil svoju krabicu zo všetkých strán látkou.

Kvapky však nedočiahli na vrch svojej krabice, a tak ju rozrezali vodorovnými rezmi na niekoľko kvádrových krabičiek, podobne ako na obrázku. Následne kvapky obalili všetky vzniknuté krabičky zo všetkých strán (aj hornej a spodnej) látkou.

Na konci kvapky zistili, že spotrebovali presne trikrát viac látky ako Potok. **Koľkými rezmi museli kvapky rozdeliť svoju kocku?**

Poznámka: Látky je neobmedzené množstvo, môže sa rezať a pri obaľovaní krabíc sa nikde neprekrýva.



* * *

V tom istom čase, len o štvrtinu Zeme ďalej, v malej dedinke pri oceáne, žilo malé dievčatko menom Sára, ktorá bola vždy milá a veselá. Sára sa práve so svojim oteckom prechádzala po parku. Otecko bol stavbár a musel veľa pracovať, takže ešte aj teraz premýšľal nad robotou.

Úloha 3: Stĺp z tehál **5 6 7 8 9 P S T K**

Na stavenisku ležalo niekoľko tehál s rozmermi $2 \times 4 \times 7$ dm. Nieкто zobral všetky tehly a naukladal ich na seba – na spodok položil jednu z tehál a každú ďalšiu tehlu položil niektorou stenou na vrch vznikajúceho stĺpu. Každá tehla pritom mohla byť položená ľubovoľnou stenou nadol. **Koľko rôznych výšok mohol mať takýto stĺp, ak:**

- Kategórie **5 6 P**: Na stavenisku ležalo 15 tehál?
- Kategórie **7 8 S T**: Na stavenisku ležalo 47 tehál?
- Kategórie **9 K**: Na stavenisku ležalo N tehál, kde $N > 20$?

Ako Sára s ockom išli parkom, z neďalekého futbalového štadiónu bolo počuť skandovanie fanúšikov. Sárinu futbal veľmi nezaujímal, ale jej otecko bol veľkým fanúšikom, a tak jej niekedy hovoril novinky z práve prebiehajúceho turnaja.



Úloha 4: Futbalový turnaj **S G 7 8 9 P S T K**

Vo futbalovom turnaji boli štyri tímy – Hasiči, Policajti, Záchranári a Autobusári. Na konci futbalového turnaja, keď už každý tím odohral s každým iným tímom práve jeden zápas, boli výsledky nasledovné:

Tím	Výhry	Remízy	Prehry	Skóre
Hasiči	2	1	0	6:2
Policajti	1	1	1	1:2
Záchranári	0	2	1	2:3
Autobusári	0	2	1	0:2

Skóre je celkový počet gólov, ktoré daný tím strelil a dostal (zapísané *strelil:dostal*) za celý turnaj. **Urči výsledky všetkých zápasov, vrátane skóre v každom zápase.**

Keď sa priblížili už úplne k štadiónu, ocko zvedavo nakúkal cez plot. Sára zatiaľ zaujali dokonale rovné čiary, ktoré určovali ihrisko. Pri pohľade na ne jej napadla zaujímavá otázka.

Úloha 5: Štyri priamky **7 8 9 S T K**

Sára si predstavila štyri rôzne priamky v rovine. **V koľkých rôznych bodoch sa mohli tieto štyri priamky pretnúť? Nájdi všetky možné počty priesečníkov týchto priamok.**

Poznámka: Rôznobežné priamky sa pretínajú aj vtedy, ak je ich priesečník mimo obrázka.

* * *

Kvapky sa plavili svetom už veľmi dlho. Už si priali byť na konci svojho putovania. Ani neviete, aké vyčerpávajúce je byť kvapkou. Kvapka už druhý deň neveriacky krútila hlavou nad mestom, cez ktoré sa plavili. Mesto bolo veľké a plné smogu. Všade boli samé autá, v ktorých ľudia jazdili každý sám. Auto za autom stáli v nekonečných zápchach a trúbili po sebe. Z ich výfukov sa valili kúdele čierneho dymu. A tie nadrozmerne továrne s do neba vyčnievajúcimi komínmi... Vyzeralo to veľmi smutne. Odpadky boli všade po zemi. Kvapku takéto pohľady veľmi boleli. Chcela to zmeniť, ale nevedela ako. Už dlho nepršalo a do potoka nepribudli žiadne nové kvapky. V potoku bolo prázdno, lebo väčšina kvapiek sa už odpojila alebo sa vyparili do ovzdušia.

Zrazu sa panoráma pred Kvapkou prestala hýbať. „Potôčik! Čo sa stalo? Prečo stojíme?“ nechápala Kvapka. „Nemám dobrú správu Kvapka,“ smutne pozrel Potok. „Vonku je už dlho sucho a náš prameň je veľmi slabý. Pred nami je vyvýšenina, cez ktorú nevládzem prejsť. Je mi to ľúto, Kvapka.“ Potok spomalil, vlastne už skoro stál. Kvapka sa rozhládla naokolo. Uvidela obyvateľov neďalekej dediny, ktorí prišli využiť nízku hladinu Potoka – dúfali, že sa im z plytšej vody podarí vyloviť zopár rýb.

Úloha 6: Kameň-papier-nožnice 7 8 9 S T K

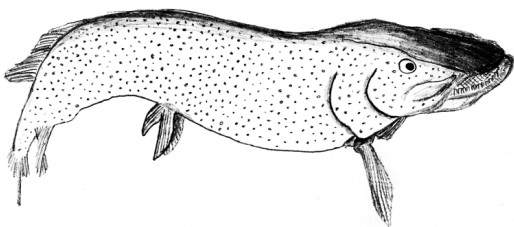
Ľudia ulovili tri kapry a tri šťuky. Ryby prosili, aby ich vrátili späť do vody. Tak im ľudia povedali, že ich pustia, ak vyhrajú tímové kameň-papier-nožnice. Tie sa hrajú takto:

Tím troch kaprov hrá proti tímu troch šťúk. Všetkých šesť rýb ukáže svoj vybraný ťah, teda kameň (K), papier (P) alebo nožnice (N). Až spätne potom najstarší kapor rozhodne, ktorý kapor hral proti ktorej šťuke. V týchto pároch vyhodnotia svoje vybrané ťahy. Napríklad ak kapry zahrali K, K, P a šťuky P, P, N, tak ich kapor mohol popárovať napríklad K-N, K-P, P-P, a teda kolo skončilo ako remíza.

Takto si zahrajú niekoľko kôl. Ak bude mať na konci niektorý tím viac vyhratých kôl ako druhý tím, víťazný tím ľudia pustia späť do vody. V prípade rovnakého počtu vyhratých kôl ľudia pustia oba tímy.

Bohužiaľ, kapry a šťuky nevedia, koľko bude kôl. A čo je ešte horšie, nehovoria žiadnou spoločnou rečou, takže sa nemôžu dohodnúť na stratégiu. **Vedia sa kapry zachrániť? Ako majú hrať? Vedia sa šťuky zachrániť? Ako majú hrať, ak sa nemôžu spoliehať na pomoc kaprov (naopak, vedia len to, že kapry budú hrať určite tak, aby s istotou neprehrali)?**

Po pár hodinách Potok opäť zosilnel a kvapky mohli pokračovať v ceste. „Cítim prímorský vzduch,“ povedala prekvapená Kvapka. „Áno práve pretekáme popri mori,“ odpovedal Potok. „Onedlho sa možno naše cesty rozídu Kvapka. Jedna časť sa vleje do mora a ďalšia bude ešte pokračovať ďaleko k oceánu. Ale... prečo plačeš?“ zľakol sa Potok. „Ja ťa nechcem stratiť, Potôčik. Prosím, zober ma ešte so sebou,“ prosívala plačúca Kvapka. „Neboj, neopustím ťa,“ objal Kvapku Potok.



Keď ostatné kvapky videli, aká je Kvapka smutná, dobehli za ňou aj s úlohou, ktorú počuli cestou cez mesto. Dúfali, že kvapku na chvíľu rozptýlia.

Úloha 7: Úsečky v kružnici 8 9 T K

Na kružnici k so stredom v bode O boli nakreslené body A a B tak, že úsečka AB neprechádzala bodom O . Na kružnici k boli tiež nakreslené body C a D tak, že $|AC| = |BC|$ a $|AD| = |BD|$, pričom úsečka AC bola dlhšia než úsečka AD . V bode C bola nakreslená dotyčnica ku kružnici k , ktorá pretínala priamky AO a BO postupne v bodoch K a L . Kvapky si ešte zapamätali, že $|KL| = 2 \times |AB|$. **Aká bola veľkosť uhla AOB ?**

Kvapka úlohu vyriešila a opäť mala dobrú náladu. Ani si nevšimla, že medzitým sa pár starých kvapiek odpojilo do mora. Bola vďačná Potôčikovi, že pri nej vždy stál a vedel, čo jej povedať, keď bola smutná. Už sa nevedela dočkať, kedy príde k ľuďom a bude tiež môcť byť pri nich. Potôčik tvrdí, že vďaka jej silnej viere a cieľavedomosti sa jej to určite podarí.

Kvapka spolu s ostatnými v Potoku sladko zaspala, nevšimnúc si, že práve pretekajú cez chudobnú dedinu, do ktorej potoka ľudia sypú odpadky a umývajú si tam autá.

Kam sa to nakoniec Kvapka dostane? Podarí sa jej ostať s Potokom? Stretnú sa Sára s Kvapkou? Rieš aj ďalšiu sériu Pikomatu a dozvieš sa!

Svoje riešenia najneskôr **28. októbra 2019**:

- nahraj do **22:00** na **www.pikommat.sk** vo formáte PDF alebo JPG (návod nájdeš na stránke)

ALEBO

- pošli poštou na **PIKOMAT, P-MAT, n.o. Ambroseho 2, 851 04 Bratislava 5.**

Rozhoduje čas nášho servera, prípadne dátum na pečiatke pošty. Neskoro doručeným riešeniam strhávame body alebo ich vôbec nemusíme akceptovať! Ak Ti niečo nie je jasné, neváhaj a spýtaj sa nás na **pikommat@p-mat.sk**. Riešenia nám však, prosím, e-mailom neposielaj. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

Rady Tatka Pikomatka:

- Nezabudni napísať svoj postup aj so zdôvodnením jednotlivých krokov.
- Skús riešenie napísať tak, ako keby si vysvetľoval/-a kamarátom, ako sa takáto úloha rieši.
- Pokús sa nájsť všetky riešenia – vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!
- Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že niektoré možnosti zabudneš vyskúšať. Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal/-a som všetky možnosti“!
- Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.
- Keď nevieš, ako ďalej, neprepadaj panike. Najlepšie sa rozmyšľa v klude. Pošli nám aspoň to, čo už máš, aj za to môžeš dostať body.
- Pri geometrických úlohách nestačí len narysovať daný útvar a odmerať dĺžky či uhly potrebné na vyriešenie úlohy. Meranie nikdy nie je dokonale presné, všetky požadované údaje je preto treba vypočítať.
- Ak odovzdávaš riešenia cez internet, nenechávaj si to na poslednú chvíľu, radšej ich odovzdaj o deň skôr, a keby to náhodou nešlo, ešte vždy môžeš na druhý deň zbehnúť na poštu.



p - mat

Organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat