

Svoje riešenia príkladov 1. série zimnej časti nám pošli **spolu s vyplnenou prihláškou** najneskôr **28. septembra 2009** (rozhodujúca je pečiatka pošty) na adresu:

Pikommat 7 - 9,
P-MAT, n. o.
P. O. Box 2,
814 99 Bratislava 1

Tešíme sa na Tvoje riešenia!

PIKOMAT na internete
www.p-mat.sk/pikommat

Nájdeš tu aktuálne: Zadania // Vzorové riešenia // Výsledkové listiny

V prípade, že sa nás chceš niečo opýtať, napíš nám e-mail na adresu:

pikommat@p-mat.sk

alebo sa **zaregistruj** na našich stránkach a vstúp do komunity **Riešitelia Pikommatu**. Tam nájdeš aj odpovede na otázky ostatných riešiteľov a môžeš si popísať s vedúcimi.

Rady tatka Pikomatka

Rada prvá: Nezabudni napísať celý svoj postup aj s vysvetlením...

Rada druhá: Pokús sa nájsť všetky riešenia - vyriešiť úlohu neznamená objaviť jedno riešenie!

Rada tretia: Ak si myslíš, že úloha nemá riešenie, pokús sa aj vysvetliť, prečo ho nemá.

Rada štvrtá: Ak ideš skúšať všetky možnosti, nájdi si nejaký systém, aby sa Ti nestalo, že polovicu možností zabudneš vyskúšať... Nezabudni nám o svojom systéme aj napísať – nestačí len „vyskúšal som všetky možnosti“!

Rada piata: Neprepadať panike! Pošli nám aspoň to, čo už máš, prípadne sa k tomu vráť neskôr, možno to pôjde lepšie...



organizátor korešpondenčného
seminára Pikomat



podporuje odborný rast
organizátorov seminára

Pikommat bol podporovaný Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. LPP-0007-06.

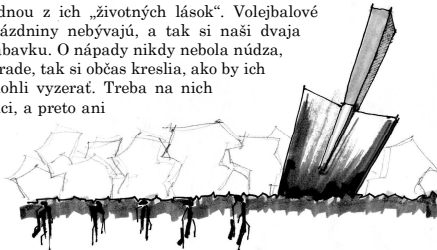
PIKOMAT, 27. ročník

šk. rok 2009/2010

PIKOMAT

Zadania 1. série zimnej časti, kategória 7-9

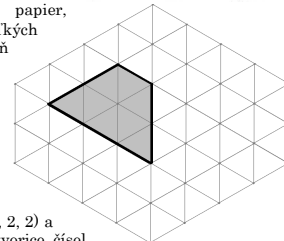
V jednom malom meste na úpätí Inovca (toho Pohronského, nie Považského) bývajú dvaja nerozluční kamaráti Jančí a Gusto. Chodia spolu do školy, kde málokedy dávajú pozor a radšej vždy vymýšľajú, čo budú robiť poobede po škole. Väčšinou snívajú o volejbale, pretože volejbal je jednou z ich „životných lások“. Volejbalové tréningy však cez sviatky a prázdniny nebývajú, a tak si naši dvaja kamaráti musia vymyslieť inú zábavku. O nápady nikdy nebola núdza, a pretože obaja radi robia na záhrade, tak si občas kreslia, ako by ich vlastné záhrady v budúcnosti mohli vyzeraf. Treba na nich však bonznúť, že sú to matematici, a preto ani ich návrhy záhrad nebudú vyzeraf obvyčajne, rozhodne nie ako stvorec alebo obdĺžnik. Geometrické útvary v ich fantázii nepoznajú hraníc.



Príklad S1: Návrh

Tentokrát zobrali trojuholníkový papier, teda papier, ktorého nekonečná sieť sa skladá z rovnako veľkých rovnostranných trojuholníkov, a kreslia si naň lichobežníky (lichobežník je útvar, ktorý má dve strany rovnobežné – voláme ich základne a dve zvyšné strany rôznobežné – voláme ich ramená). Dohodli sa, že všetky strany lichobežníka budú ležať na čiarach trojuholníkového papiera. Lichobežník vieme zadať ako štvoricu (a, b, c, d) , kde a je dĺžka dlhšej základne, b je dĺžka kratšej základne a c a d sú dĺžky ramien.

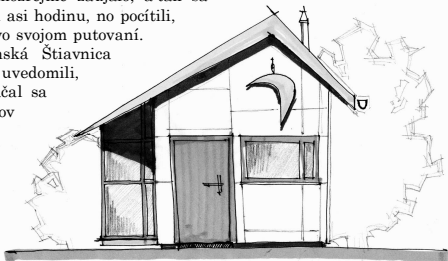
Napríklad lichobežník na obrázku má strany $(3, 1, 2, 2)$ a obsahuje 8 malých trojuholníkov. Ako z danej štvorice čísel (a, b, c, d) vypočítať, koľko tento lichobežník obsahuje malých trojuholníkov?



Keď už na nich aj doma dolezie nuda, vyberú sa na turistiku. Niekedy idú autobusom, inokedy kráčajú aj celé dni, len aby prišli niekam, kde ešte nikdy neboli. Tentoraz sa cez Štiavnické a Kremnické vrchy vydali až do Humenného. Hoci tadiaľ už mnohokrát išli, radi sa tam vracajú, a kto to tam pozná, určite vie prečo...

Ako tak šli popri Štiavnických jazerách, zrazu zbadali zvláštneho človeka. Predstavil sa im ako Juro, rodák z Banskej Štiavnice, bývalý baník. Už bol na dôchodku, keď sa vrátil k svojej obľúbenej činnosti z detstva – pozorovaniu Mesiaca. Chlapcov na ňom zaujalo to, ako vešia Mesiac v tvare kosáku – polkružnice – na svoju chatu. Spýtali sa ho, prečo to robí.

„Jaj chlapi, každý deň vystavím tú fázu Mesiaca, ktorá bude ešte v tú noc na oblohe,“ odvetil Juro. Chlapcov to samozrejme zaujalo, a tak sa s ním dali do reči. Strávil tak asi hodinu, no počítali, že nadišiel čas, aby pokročili vo svojom putovaní. Dá sa povedať, že ich Banská Štiavnica volala, pretože akurát keď si uvedomili, že sa musia pohnúť ďalej, začal sa dodaleka rozliehať zvuk zvonov štiavnického kostola. Oznamoval príchod noci a naši kamaráti si uvedomili, že je čas nájsť si nejaké miesto, kde by mohli prespať.



Príklad S2: Mesiac

Jančí dal Gustovi cestou do mesta úlohu, ku ktorej ho inšpiroval kosák Mesiaca vystavený na Jurovej chatrči. „Umiestni 5 ľubovoľne veľkých polkružníc do roviny tak, aby vytvorili čo najviac priesečníkov, pričom polkružnice sa nesmú prekryvať (to znamená, že nemajú nijaký spoločný kružnicový oblúk).“ Dotyk polkružníc nepovažujeme za pretnutie, rovnako ani situáciu, ak krajný bod polkružnice leží na inej polkružnici.

Gusto ešte chvíľu premýšľal, a keď úlohu vyriešil, zamyslel sa, čo keby mal použiť len rovnako veľké polkružnice, a tak si ani nevšimol, že už kráčajú ulicami Štiavnice, ktorú už navštívili mnohokrát, a tak ho ňou nohy niesli samy od seba. Toto mesto zbožňovali, preto sa zhodli, že prespia v starom známom Skautskom dome. To je miesto pre skautov a pocestných kúsok od centra Štiavnice. Jeho majiteľ je vtipkár a keďže Jančí s Gustom mu boli sympatickí, ponúkol im nocľah zadarmo pod podmienkou, že vyriešia jeho úlohu.

„Super!“ povedal Gusto, ktorý už bol rozbehnutý v riešení úloh. „Máme to my ale šťastie.“

Jančí sa len usmial a veľmi ho zaujímala nasledovná úloha.

Príklad S3: Majiteľova úloha

„Tak, vy mudrlanti,“ hovorí im majiteľ, „ktoré prirodzené čísla sa nedajú napísať ako súčet niekoľkých (dvoch alebo viacerých) po sebe idúcich prirodzených čísel? A pokiaľ sa číslo dá zapísať takýmto spôsobom, ako nájdeme aspoň jeden jeho rozklad na príslušné sčítance?“

„To je jednoduché“ zasmial sa Gusto.

A asi naozaj bolo, pretože chlapi mu povedali správnu odpoveď v priebehu pár minút. Potom vyšli po schodoch až na podkrovie, kde si nechali veci, a keďže vôbec neboli unavení, zbehli naspäť do mesta pohľadať, čo by si zobraли na pamiatku so sebou. Tolko sa motali po meste, až sa dostali na miesto, kde ešte nikdy neboli. Nachádzali sa v dlhej, úzkej uličke, kde steny pokrýval mach a šum mesta bolo ledva počuť. Gusto zrazu začal triasť Jančího rukávom.

„Jančí, pozri!“

„Skoro nič nevidím, je tu dosť tma. Hovor, Gusto, čo si zbadal?“

„Antikvariát!“

„Tak ho podme preskúmať,“ usmial sa Jančí.

Vošli do hnedých dverí, za ktorými im do nosov vrazil pach starých, zatuchnutých kníh a okolo nich sa na policiach nachádzali rôzne veci pokryté hrubšou vrstvou prachu. Zapáčilo sa im to a hneď sa začali prehrabávať knihami.

Ozval sa nadsený Jančího výkrik a Gusto odtrhol zrak od zbierok nôt známych svetových autorov, ako sú Mozart alebo Brahms.

„Čo sa deje?“

„Poď sa pozrieť, akú skvelú knihu som našiel!“

Gusto podišiel k Jančímu a zbadal pestrú knihu v jeho rukách. Nápis na nej hlásil: *Čísla, hádanky a rebusy*. Keď túto knihu náhodne otvorili, objavili tento príklad:

Príklad S4: Kniha

Zober si akékoľvek trojčiferné číslo. Napíš ho odpredu aj odzadu (teda cifry v opačnom poradí), a potom odčítaj menšie z týchto čísel od väčšieho a dostaneš číslo Č. Napíš číslo Č odzadu a toto číslo sčítaj s číslom Č. Čo dostaneš? Vieš vysvetliť prečo?

Chlapcov kniha zaujala, a tak si ju kúpili. Vonku už vládla tma, no ešte vždy bolo priskoro vrátiť sa do Skautského domu, a tak sa vybrali na ich najobľúbenejšie miesto v celej Štiavnici. Týmto miestom bola čajovňa. Chlapci boli veľkí „čajníčkári“ a ich nadšenie z nájdenej knihy sa ešte znásobilo, keď sedeli v čajovni a listovali si v nej.

Zrazu Jančí zbadal malý kaktus účený v rohu na okne. Všimol si ho najmä vďaka tomu, že práve kvitol a bol posiaty malými bielymi kvietkami. Napadlo mu, že by vynikal v ich záhrade a tak sa spýtal Hanky, dievčata, čo ich obsluhovalo, koľko by stál.

„Dám Ťi ho, ak aj s Tvojím kamarátom uhadnete moju hádanku,“ povedala Hanka.

„Slečna, to nebude problém,“ chvastal sa Jančí. „My s kolegom sme majstri hádankári.“

„Tak to som zvedavá!“

Príklad S5: Hádanka

„Uhadnite moje šťastné čísla, obe sú prirodzené a väčšie ako 1,“ povedala Hanka a potom pošepla každému z nich jedno číslo. „To, čo som povedala Tebe,“ ukázala na Jančího, „je súčin mojich dvoch šťastných čísel, a to, čo som povedala Tebe,“ ukázala na Gustu, „je ich súčet. Aké sú moje šťastné čísla?“

Chlapci sa zamysleli, a začali sa rozprávať.

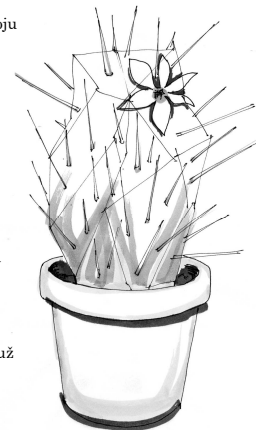
Jančí: „Zo súčinu, ktorý viem, neviem určiť súčet.“

Gusto: „To je mi jasné. Súčet je menší než 14.“

Jančí: „Bolo mi jasné, že je menší ako 14. Ale teraz už poznám Hankine šťastné čísla.“

Gusto: „Už aj ja.“

Aké čísla si Hanka myslí a ako na to chlapi prišli?



Keď už bola hádanka uhadnutá, Hanka dodržala svoje slovo a kaktus bol ich. Ešte dlho sa bavili, pretože čajovňa bola otvorená dlho. Potom sa pobrali späť do Skautského domu, kde akonáhle padli na matrace, zaspali a snívalo sa im o prežitom dni a o super zážitkoch a suveníroch, ktoré mali z prvého dňa túry.